第 3 講 識別問題

識別問題（1）

- 計量経済学における識別問題

1) 内生変数と外生変数のバランス　パラメータが適正推定できるかどうか （exact identification）

2) 推定のバイアスがない （unbiased estimator）・・・omitted variables measurement errors misspecification

3) 同じに見える式を区別する問題　需要関数か供給関数か

- 経済理論における識別問題

1) ある理論下における行動様式が他の理論下における行動様式と厳密に区別できる

⇒ 2つの理論が共存しえないならばデータを用いて non-rested test （encompassing test）を行う

⇒ 2つの理論が共存するのならば、社会における2つの行動様式を行う主体を区別する（シェアを求める）ことができる（e.g. ケインジアン vs. リカーディアン）　マクロモデルでは不可

- 政策評価における識別問題

Simpson's Paradox that a positive (negative) effect for each sub population could become negative (positive) in the whole population.

$E(y|d=1) - E(y|d=0) \overset{(<0)}{>} 0$ while $E(y|x,d=1)$

$-E(y|x,d=0) \overset{(>0)}{<} 0$ for all x.

Reason's for paradox. The male who recover (regardless of the drag) more after than the females are more likely than the females to me the drug (lack of gender control!!).

図1

(%)

	Combined	Effect E	No Effect $\neg E$		Recovery Rate
T	Drug (C)	20	20	40	50
C	No Drug ($\neg C$)	16	24	40	40
T	Males				
C	Drug (C)	18	12	30	60
	No Drug ($\neg C$)	7	3	10	70
T	Females				
C	Drug (C)	2	8	10	20
	No Drug ($\neg C$)	9	21	30	30

1) 政策の効果が多の変数xの変動(covariance)から分離できる。xが観察できる場合と、できない場合で区別できる。

$$Y_i = X_i' \beta_r + \rho_r S_i + e_i$$

X =Control Variable、S =政策指標、e_i＝unobservable $e_i = V_i + \varepsilon_{i\tau}$

識別問題（2）

1) Selection on observables

$\{E(Y_j | d) \neq E(Y_j)$ but $E(Y_j | d, x) = E(Y_j | x)$
for y_j with density f

$f(Y_j | d) \neq f(Y_j)$ but $f(Y_j | d, x) = f(Y_j | x)$
for the observables x.

Selection 問題は x コントロールすることで解決できる。d は次の条件に依存する。

- x が観察できる
- x を所与として y_j から独立した観察不可能な変数による

d such that $y_j \mathrm{II} d | x$

d is irrelevant for y_j once x is condition on

2) Selection-on-unobservables

$\{E(y_j | d, x) \neq E(y_j | x)$ but $E(y_j | d, x, \varepsilon) = E(y_j | x, \varepsilon)$
If $f(y_j | d, x) \neq f(y_j | x)$ for 観察可能な x
$f(y_j | d, x, \varepsilon) = f(y_j | x, \varepsilon)$ for 観察できない ε

観察できない ε をコントロールしてやれば選択問題は消滅する。

d は次の条件によって決まる

- 観察可能な x
- x を所与とした時に、y_j に影響を与える観察不可能なε
- x と ε を所与とした時に、y_j とは独立して決まる観察不可能な変数

  d は irrelevant for y_j condition on x and ε $(y_j \mathrm{II} d \big| (x, \varepsilon))$

識別問題(3)

d_j が y_j に依存している場合

大学教育 $d_j = 1$、その他 $d_i = 0$ 、y_j は生涯所得とする。

大学教育を受ける人は、能力が高いかより disciplined な人だとすると、y_j は大学教育選択とは別に相関する。

$\mathrm{COR}(y_1, d) > \mathrm{COR}(y_0, d) > 0$

$d_j = 1[y_{1i} > y_{0i}]$

$\Rightarrow E(y|d = 1, x) - E(y|d = 0, x)$

$= E(y_1|d = 1, x) - E(y_0|d = 0, x) = E(y_1|y_1 > y_0, x) - E(y_0|y_1 \leq y_0, x)$

$\neq E(y_1|x) - E(y_0|x)$ in general.

条件付きグループ平均は条件付き平均処置効果を適切に推定できない。$E(y_j \big| d) \neq E(y_j)$

d を個人の固定効果と考えると、処置群に対する平均処置効果は次のように表せる。

$E(y_1 - y_0|d = 1)$

Selection-on-observable for only y_0 がわかれば十分識別できる。

$E(y|d = 1, x) - E(y|d = 0, x) = E(y_1|d = 1, x) - E(y_0|d = 0, x)$

$= E(y_1|d = 1, x) - E(y_0|d = 1, x) = E(y_1 - y_0|d = 1, x)$

$= E(y_1 - y_0|d = 1, x)$

$\Rightarrow \int \{E(y|d = 1, x) - E(y|d = 0, x)\} F_{x|d=1}(dx) = E(y_1 - y_0|d = 1)$

識別問題(4)

d の値は $y_1 - y_0$ に依存しており、y_0 には依存していない。

同様に、$E(y_1 - y_0|d = 0)$ Selection-on-observable for only y_1 がわかれば十分識別できる。

線形モデル

$y_{ji} = \alpha_j + x_i'\beta_j + u_{ji}$　j=0.1　$E(u_{ji}) = 0$　$E(u_{ji}|x_i\ ) = 0$

$d_i = 1[y_{1i} > y_{0i}]$

$\Rightarrow d_i = 1[\alpha_1 - \alpha_0 + x_i'(\beta_1 - \beta_0) + \varepsilon_i > 0]$

$\varepsilon_i \equiv u_{1i} - u_{0i}$

The individual effect is

$y_{1i} - y_{0i} = \alpha_1 - \alpha_0 + x_i'(\beta_1 - \beta_0) + u_{1i} - u_{0i}$

識別問題(5)

The desired mean treatment effect is

$E(y_{1i} - y_{0i}) = \alpha_1 - \alpha_0 + E(x_i)'(\beta_1 - \beta_0) + E(u_{1i} - u_{0i})$

$\qquad = \alpha_1 - \alpha_0 + E(x_i)'(\beta_1 - \beta_0)$

The group mean difference is

$E = (y|d = 1) - E = (y|d = 0) = \alpha_1 - \alpha_0 + E(x'|d = 1)\beta_1 - E(x'|d = 0)\beta_0$

$+ E(u_1|d = 1) - E(u_0|d = 0)$

$= \alpha_1 - \alpha_0 + E(x')\ (\beta_1 - \beta_0)$　(desired effect)

$+\{E(x|d = 1) - E(x)\}'\beta_1 - \{E(x|d = 0) - E(x)\}'\beta_0$　(overt bias)

$+ E(u_1|d = 1) - E(u_0|d = 0)$　(hidden bias) unobservable bias

It observed variable is balanced such that $E(x|d) = E(x)$, then the overt bias disappears. If the unobserved are balanced such that $E(u_1|d=1) - E(u_0|d=0)$, then the hidden bias disappears.

Statistics for Group mean difference

C Group $N_0, \bar{y}_0, s_0^2$

T Group $N_1, \bar{y}_1, s_1^2$

N_0 and $N_1 \to \infty$ (large N_0 and N_1)

$$\frac{(\bar{y}_0 - \bar{y}_1) - E(y_1 - y_0)}{(s_1^2/N_1 + s_0^2/N_0)^{1/2}} \sim N(0,1)$$

識別問題(6)

If N_1 and N_0 are small, then $y_j \sim N(\mu_j, \sigma^2)$, j=0, 1

$$s_p^2 \equiv \left(\frac{N_0 - 1}{N_0 + N_1 - 1}\right) s_0^2 + \left(\frac{N_1 - 1}{N_0 + N_1 - 1}\right) s_1^2$$

$$\frac{(\bar{y}_0 - \bar{y}_1) - E(y_1 - y_0)}{S_p(N_0^{-1} + N_1^{-1})^{1/2}} \sim \tau_{N_0 + N_1 - 2}$$

On mean independence and conditional independence

$y_i \text{II}\ d|x \to y_j \text{II} d$ No

$y_j \text{II} d \to y_i \text{II}\ d|x$ Yes

If y_j and d are independent but both affect x positively, then conditioning on x being high implies that y_j and d tend to take high values as well. $(d \to x \leftarrow y_j)$

e.g. d is a job-training, y_j is ability and x is the post-training wage. This is a <u>sample selection problem</u>.

識別問題(7)

Symmetric Mean Independence

The zero-correlation or mean-independence of y_j and d.

$\mathrm{COR}(y_j, d) = 0 \Leftrightarrow E(y_j d) = E(y_j)E(d)$

is symmetric in y_j and d.

Asymmetric version of mean-independence of y_j from d.

$E(y_j|d) = E(y_j)$

The asymmetric version implies the symmetric version,

$E(y_j d) = E(y_j d|d) = E(y_j d|d) = E(y_j)E(d)$.

Suppose the symmetric version holds with a binary d. Then

$E(y_i d)(= E(y_j|d = 1)P(d = 1)) = E(y_j)E(d)$

$\Rightarrow E(y_i d = 1) = E(y_j)$ under $P(d = 1) > 0$

$d = 1$; $E(y_i|d = 0) = E(y_j)$

$$\begin{aligned} E(y_j) &= E(y_j|d = 1)\, P(d = 1) + E(y_j|d = 0)P(d = 0) \\ &= E(y_j|d = 1)\, \{1 - P(d = 0)\} + E(y_j|d = 0)P(d = 0) \\ &= E(y_j|d = 1) + \{E(y_j|d = 0) - E(y_j|d = 1)\}P(d = 0) \end{aligned}$$

If $P(d = 0) \Leftrightarrow P(d = 1) < 1$, then $E(y_j|d = 1) = E(y_j)$ implies that

$E(y_j|d = 0) = E(y_j|d = 1)(E(y_j)) \Leftrightarrow E(y_i|d) = E(y_j)$

識別問題（8）

When d is binary and $0 < P(d = 1) < 1$, the symmetric version of mean independence is equivalent to the asymmetric version.

Unless y_j is binary with $0 < P((y_j = 1) < 1$, the mean independence $E(y_i d) = E(y_j)E(d)$ does not necessarily imply the other asymmetric mean-independence $E(d|y_i) = E(d)$ which can be called the mean-independence of d from y_j.

Joint and Marginal Independence

Two marginal independences ($y_i \amalg d \quad j = 0, 1$) do not imply the joint independence. Suppose $y_1 \amalg d | y_0$ and $y_0 \amalg d$

then the joint independence holds

$f(y_0, y_1, d) = f(d, y_1|y_0)f(y_0) = f(d|y_0)f(y_1|y_0)f(y_0)$ due to $y_1 \amalg d|y_0$

$= f(d)f(y_1|y_0)f(y_0)$ due to $y_0 \amalg d$

$= f(d)\ f(y_0, y_1)$ which is the joint independence.

識別問題（9）

The reverse holds under $f(y_0) > 0$ so that the joint independence is equivalent to $y_1 \amalg d|y_0$ and $y_0 \amalg d$ under $f(y_0) > 0$.

$f(y_1, d|y_0)f(y_0) = f(d)\ f(y_1|y_0)f(y_0)$

$\Longrightarrow f(y_1, d|y_0) = f(d)\ f(y_1|y_0)$ after dividing both

$\Longrightarrow f(y_1, d|y_0) = f(d|y_0)\ f(y_1|y_0)$ using $y_0 \amalg d$

which is $y_1 \amalg d|y_0$