第５講　世代間利害調整に関する経済分析

5.1　研究史上の流れ

世代（generation）という概念が経済学に明示的に導入されたのは Samuelson (1958) か Allias を嚆矢とする世代重複モデル (overlapping generations model = OG model) であると言われている。これを財政の問題として初めて扱ったのは Diamond (1965) である。そして世代間の移転と公債の関係を扱って最も注目されたのは Barro (1965) である。

その後、OG model を用いて人口構成の変化と社会保障の問題を一般均衡理論の枠組みでシミュレーションするという手法を開発したのが Auerbach and Kotlikoff (1987) であり、その後彼らはそれを簡便化し、人口構成の変化を外生的に与え税制、社会保険料社会保険給付社会扶助の水準をある基準年のままであると仮定すると各世代の生涯収支バランスはどうなるかという社会会計の枠組みを提示したのが世代会計として知られている。とりわけ Kotlikoff (1992) は、世代会計の考え方を広め多くの国が世代会計を計算するようになった。Auerbach, Kotlikoff and Leibfritz (1999) は世界　カ国の世代会計を統一的な枠組みと仮説のもとに計算したものである。日本からは高山憲之、北村行伸、吉田浩の 3 名が参加した。また 1999 年度のアメリカ経済学会年次総会でも世代会計に関するセッションがあり高山憲之と北村行伸が日本に関する結果を報告した。一橋大学経済研究所では大型の科学研究費である文部科学省科学研究補助金特定領域研究（B) として『世代間利害調整に関する研究』を 2000 年より受託し、環境、医療、年金、人口、経済発展、移行経済、政治の 7 つの研究班のもとで精力的に研究が進められている。

本講義では、世代間利害調整に関する問題のうち、家計の消費、貯蓄、遺産相続、年金、社会保障に関連する部分について論じてみたい。

5.2　理論的基礎[1]

ここでは世代重複（OLG）モデルの基本的構造について説明する。簡単化のために消費者は 2 期間生きるとする。同時期に若年世代と老人世代が共存している。若年世代は労働供給をして所得 (w) を得てその一部を消費 (c) し、一部を貯蓄 (s) する。老人世代は若年世代の時期に貯蓄したものを取り崩して消費する。世代間で人口は異なるが寿命は 2 期末までである。貯蓄は資本として蓄積される。図示すれば次のような構造になっている。

図 1　世代重複モデル

期間	$t-1$	t	$t+1$	$t+2$
世代				
$g-1$	c^{t+1}_{g-1}	c^{t}_{g-1}		
g		c^{t}_{g}	c^{t+1}_{g}	
$g+1$			c^{t+1}_{g+1}	c^{t+2}_{g+1}
$g+2$				c^{t+2}_{g+2}
集計消費				
t	$C^t = L^{t-1}c^t_{g-1} + L^t c^t_g$			
$t+1$		$C^{t+1} = L^t c^{t+1}_g + L^{t+1} c^{t+1}_{g+1}$		
$t+2$			$C^{t+2} = L^{t+1} c^{t+2}_{g+1} + L^{t+2} c^{t+2}_{g+2}$	

[1] 本節は Aurbach and Kotlikoff (1987, chap.2) および Ihori (1996, chap.2) に依拠している。

$$c_g^t = w_g^t - s_g^t \tag{1}$$

$$c_g^{t+1} = (1 + r_t)s_g^t \tag{2}$$

ここで r_t は t 期における金利。
（1）と（2）より、g 世代の生涯所得制約式は次のように書ける。

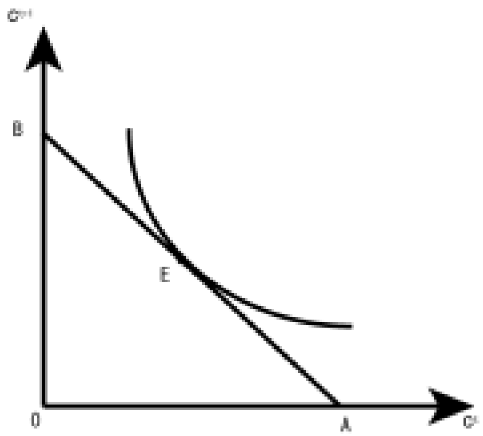
$$w_g^t = c_g^t + \frac{1}{1 + r_t}c_g^{t+1} \tag{3}$$

生涯効用関数は次のように表せる。

$$u_g^t = u(c_g^t, c_g^{t+1}) \tag{4}$$

ここで u は連続微分可能で弱凸性を満たしている。
世代 g は所得と金利を所与とした生涯所得制約式の下で効用を最大化すると考える。
この関係は図２で表せる。

図２　消費者効用最大化行動



生産関数は次のように定義できる。

$$Y^t = F(K^t, L^t) \tag{5}$$

ここで Y^t は総生産 K^t は資本ストック L^t は労働供給。
生産関数は収穫一定であると仮定する。（５）を一人当たり生産に書き換える。

$$y^t = f(k^t), \quad f' > 0,\ f'' < 0 \tag{6}$$

ここで $y^t = Y^t/L^t, \quad k^t = K^t/L^t, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = \infty,\ f'(\infty) = 0.$
人口成長率を $n(> -1)$ と表す。

$$L^t = (1 + n)L^{t-1} \tag{7}$$

限界条件から生産要素価格を求める。

$$r^t = f'(k^t) \tag{8}$$

$$w^t = f(k^t) - f'(k^t)k^t \tag{9}$$

完全競争の仮定の下では（8）（9）より要素価格フロンティアを求めることが出来る。

$$w_t = w(r_t),\ w'(r_t) = -k^t < 0,\ w'' > 0 \tag{10}$$

資本と労働の代替弾力性 σ は次のように定義される。

$$\sigma = -w''wr/(w'f) = -w''\mu r/w' = \mu\varepsilon \tag{11}$$

ここで $\mu = w/f$（所得の労働シェア)、$\varepsilon = -rw''/w'$（資本代替率）μ を一定とすると σ と ε は相関している。

資本市場が完全であれば貯蓄はすべて資本として蓄積される。

$$s^t L^t = K^{t+1} \Rightarrow s^t = (1+n)k^{t+1} \tag{12}$$

ここで $s^t = s^t(r^t, w^t)$ であり、（8）（9）を（11）に代入すると

$$s^t(f'(k^t), f(k^t) - f'(k^t)k^t) = (1+n)k^{t+1} \tag{13}$$

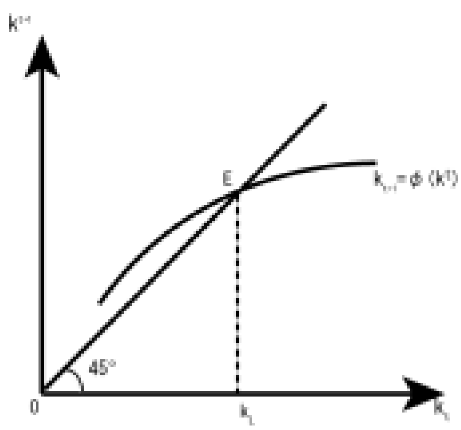
資本蓄積のダイナミックスは（13）によって与えられる。長期均衡は（13）式を解くことによって求められる。ここで s を金利の増加関数だとすると（13）式より

$$k^{t+1} = \phi'(k') \tag{14}$$

ここで ϕ は単調関数で $\phi(0) = 0$ である。

$$\frac{\partial k^{t+1}}{\partial k^t} = \phi'(k^t) = \frac{-s_w k^t f''(k^t)}{1 + n - s_r f'(k^{t+1})} \tag{15}$$

図３　均衡資本ストック



長期的な均衡資本ストック (k_L) は次式の解として求める。

$$s(f(k_L) - f'(k_L)k_L, f'(k_L)) = (1+n)k_L \tag{16}$$

長期均衡金利は次のように決まる。

$$r_L = f'(k_L) \tag{17}$$

資本蓄積と効率性
マクロ集計均等式は次のように表せる。

$$L_g^t c_g^t + L_{g-1}^{t-1} c_{g-1}^t + K^{t+1} = K^t + Y^t \tag{18}$$

一人当たりの均等式に書き換えると

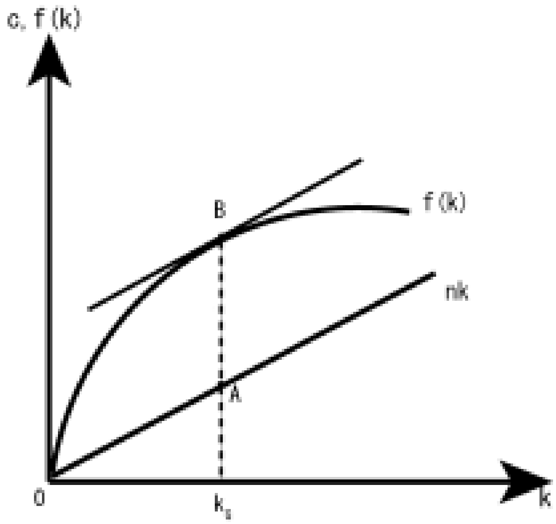
$$c_g^t + \frac{1}{n+1} c_{g-1}^t + (1+n)k^{t+1} = k^t + f(k^t) \tag{19}$$

図 3 で見たようにこのシステムは均衡解 E を持つことが知られている。

黄金律（the golden rule）
長期均衡解が最適均衡に一致するための黄金律も新古典派成長理論ではよく知られている。黄金律では一人あたり消費を最大化する点で資本ストックや金利が決まるということである（図４参照)。

すなわち、$c = c_g^t + \frac{1}{n+1} c_{g-1}^t = f(k) - nk$ を最大化するということは、$f(k)$ と nk の差が最大となる点 k_g が最適資本ストックであり $f'(k_g) = r_G = n$ となるように金利が決まるのである。

図４　黄金律



もし $r < r_G$ であれば市場経済は動学的に非効率であるということになり $r > r_G$ であれば市場経済は動学的に効率的であるという。

拡張
上述の基本的理論モデルは様々な方向に拡張が可能である。

1. 産相続遺をモデルに導入する
2. 多世代多期間モデルにする
3. 政府部門を加える (税や年金を導入)

などは世代間問題を扱う上では必須の拡張となる。

5.3 世代間比較の方法[2]

世代間の経済格差や経済状態を比較するためには、同一の経済変数に対して少なくとも 3 つの効果をする必要がある。それは年齢 (ライフサイクル)、時間（年) コーホートである。高齢化問題を考える場合に年齢 (ライフサイクル) の進行によって経済行動が変わってくるというだけではなく過去の遺産や負債を背負った特定の時代にそれぞれの人に構成の違ったコーホートが共存しているという事実が問題を複雑にしている。

コーホート効果はなく年齢と時間だけが所得 (賃金) に影響を与えると考えよう。年齢は 2 乗の項を含むが時間は 1 次の項だけ入るとする。

$$\mu_{a,t} = \alpha_0 + \alpha_1 age + \alpha_2 age^2 + \beta year \tag{20}$$

ここで age は年齢 $year$ は年を表す。$\mu_{a,t}$ は対数所得の算術平均。

$year0$ 時点でコーホートを考える。

$$\begin{aligned}\mu_{a,t} &= (\alpha_0 + \beta year0) + \alpha_1 age + \alpha_2 age^2 \\ &= \alpha_0' + \alpha_1 age + \alpha_2 age^2\end{aligned} \tag{21}$$

1 時点だけのクロスセクション・データを用いて $\alpha_0', \alpha_1, \alpha_2$ を推計すると α_0 と β は確定できない。

ここで β を生産性上昇の定数効果 β^* だと解釈すれば α_0 は次のように近似できる。

$$\hat{\alpha}_0 = \hat{\alpha}_0' - \beta^* year0 \tag{22}$$

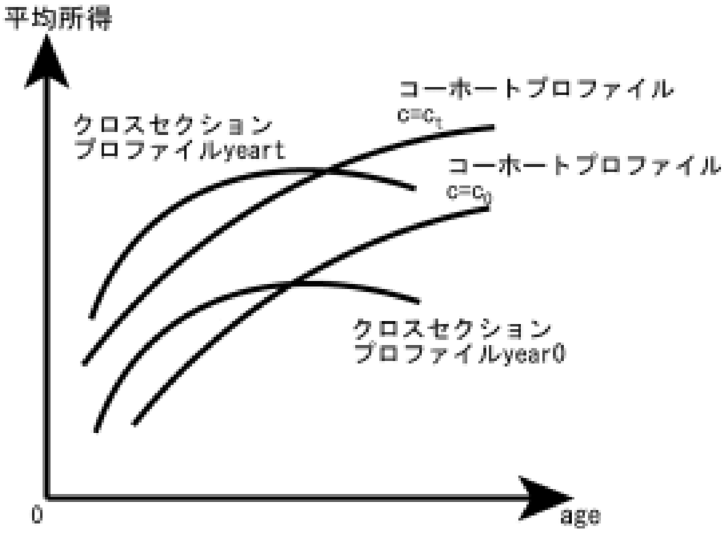
c 年に生まれたコーホートの所得と年齢の関数を考える。$year0$ の価格で測られた実質所得を考えよう。コーホートの定義により $c = year - age$ とする。

$$\mu_{age,age+c} = (\alpha_0 + \beta c) + (\alpha_1 + \beta)age + \alpha_2 age^2 \tag{23}$$

（20）（21）より $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ は既知であろうとすれば (23) より β を求めることができる。これによって各コーホートの所得一年齢プロファイルが明らかになる。図示すると次のようになる。

[2] 本節および次節は Creedy (1992, chap 3) を参照している。

図 5.1 所得年齢プロファイル



5.4 Galton(1889) 問題

Galton(1889) は父とこの身長を比較することによって彫心の父からはそれより低い身長の子が生まれ逆に低い父からはそれより高い子供が生まれる傾向があることから身長の回帰ということを問題にした。

これを身長ではなく所得に当てはめたらどうなるであろうか。所得は年齢とともに変化することが知られているが経済成長があれば時代とともに全体の水準は上昇するだろうし生まれ年や職業によっても所得は変化するだろう。実際に父子に世代の所得がとして完全に残っているということは稀である。したがって部分的なデータから父子間の所得の関係を明らかにするということが必要になってくる。

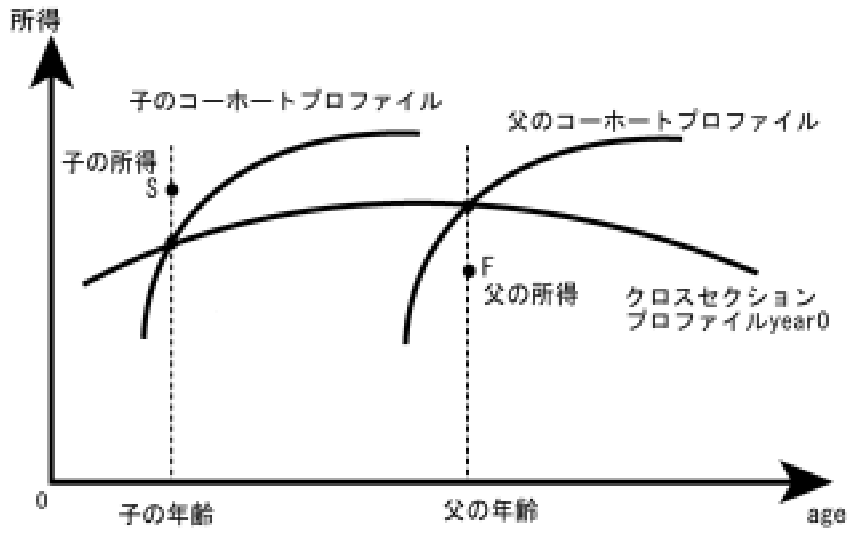
中心的な問題設定は親の社会的地位 (親と同コーホートの平均所得との格差で測られる) とこの社会的地位が有意に正に相関していれば、父子間の所得水準には何らかの移転 (opportunity の移転）が認められることになる。基本的推計式は次のように与えられる。

$$(\log y - \mu)_S = \gamma + \delta(\log y - \mu)_F + u \tag{24}$$

ここで S と F は子と父を表し μ は同一コーホートの対数平均所得 u は誤差項。所得は実質化してある。

（24）では年齢効果がとらえられていない可能性がある。図 5.2 はこれを示したものである。ひとつの考え方は年齢が上昇するほど所得の分散が大きくなり (24) ではそのようなコーホート内の分散効果を標準化していないことになる。

図 5.2　父と子の所得年齢プロファイル



調査が父子で同一年に行われたとすれば子の所得とそのコーホート平均は父の所得とそのコーホート平均より小さくなる。この場合推定値 δ は下方バイアスを持つことになり平均への回帰を実際よりも強く主張することになる。

個人 i の t 歳時点の標準化所得を次のように定義しよう。

$$Z = (\log y_t - \mu_t)/\sigma_t \tag{25}$$

ここで σ_t^2 は t の属するコーホートの所得の分散。

t^* 歳でも同様の相対所得を得ているとすると対数所得は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \log y_{t^*} &= \mu_{t^*} + Z\sigma_{t^*} \\ Z\sigma_{t^*} &= \log y_{t^*} - \mu_{t^*} \end{aligned} \tag{26}$$

（26）を（24）に代入すると次式を得る。

$$Z_S\sigma_{t^*} = Z_F\sigma_{t^*} + u \tag{27}$$

共通の σ_{t^*} で両辺を割ると次のような特定化が出来る。

$$\left(\frac{\log y - \mu}{\sigma}\right)_S = \gamma + \delta\left(\frac{\log y - \mu}{\sigma}\right)_F + v \tag{28}$$

所得を各年齢の分散で標準化している限り標準年齢 t^* はこの式には影響を与えないことがわかる。

したがって年齢効果に対応するためには同一コーホート内の分散で標準化すればよく標準年齢 t^* を考える必要はないことがわかった。

職業別所得格差の調整

職業によって所得水準が違うことはよく知られているが父子でどの職業についているかということをコントロールすれば、Galton 仮説をより厳密にテストできる。

標準年齢 t^* を仮定し個人の相対的所得ポジションも職業も時間とともに変化しないとする。年齢 t で職業 i の個人の平均所得と分散所得をそれぞれ $i\mu_t$ と $i\sigma_t^2$ とする。標準化所得は次のように表せる。

$$Z = (\log y_t - i\mu_t)/(i\sigma_t) \tag{29}$$

標準年齢 t^* に調整された所得は

$$\log y_t = i\mu_t^* + Z(i\sigma_t^*) \tag{30}$$

父子間の回帰式は次のように表せる。

$$(\log y_t^* - \mu_t^*)_S = \gamma + \delta(\log y_t^* - \mu_t^*)_F + u \tag{31}$$

μ_t^* はすべての職業の t 歳のコーホートの対数平均所得とする。

クロスセクションプロファイル情報を用いて μ_t^* を計算すると (12) 式の両辺の μ_t^* は等しくなるのでこれを落とすと

$$(\log y_t^*)_S = A + \delta(\log y_t^*)_F + u \tag{32}$$

コーホートプロファイルを用いて μ_t^* を計算する場合にはこのような簡略化は出来ない。

生涯所得を用いた推計

社会内における相対的所得ポジションは不変であるとし生涯所得は将来所得の割引現在価値で表せる。

$$Y = \sum_{t=t_1}^{t_2} (1+r)^{-(t-t_1)} \exp\{i\mu_t + Z(i\sigma_t)\} \tag{33}$$

クロスセクションプロファイルを用いて μ_t、σ_t を計算すると平均生涯所得を用いる必要はなく次のような推計式を用いることが出来る。

$$(\log Y)_S = B + \delta(\log Y)_F + u \tag{34}$$

コーホートプロファイルを用いた場合にはこのような簡略化は出来ない。

Bowley(1915) の再検討

Bowley(1915) は、Galton(1889) の仮説を検討するために子供の職業を父親の職業と比較した。データはイギリスの Northampton、Warrington、Reading の労働者階級の家計について調査した。

193 家計		少なくとも子供の一人は父親とは別のランクの職に就いている
内	128 家計	少なくとも子供の一人は父親より上のランクに属している
	65 家計	少なくとも子供の一人は父親より下のランクに属している
472 家計		子供と父親は同じ職業についている
1076 家計		子供がいない家計

このうち父子で職業年齢所得に関するデータがそろっている 109 家計について計量分析を行った。このうち 72 家計に就いては 2 人以上の男子の子供がいることから合計 181 組の父子のペアが作れた。述べ人数 290 人 (=109×2+72) に不完備情報の個人 70 人を加えた 360 人 (290+70) の年齢所得プロファイルが利用可能である。Bowley の職種分類に従って (1) 肉体労働者 (85 人)(2) 未熟練労働者 (6 人)(3) 熟練労働者 (215 人) に分かれる。

それぞれの職種ごとに年齢所得プロファイルを OLS 推計し平均所得を求める。これを用いて (24) 式を推計すると $\delta = 0.065(\pm 0.0775) R^2 = 0.004$ となる。

所得を標準化した (28) 式を推計すると $\delta = 0.079(\pm 0.0926) R^2 = 0.004$ となる。δ は少し増える。

標準年齢によって δ が変化することもわかっている。$\delta = 0.141(\pm 0.2697) t^* = 25$, $\delta = 0.132(\pm 0.2506) t^* = 35$, $\delta = 0.121(\pm 0.2901) t^* = 50$. 生涯所得式 (34) について推計すると $\delta = 0.121(\pm 0.2901) t^1 = 15$, $\delta = 0.117(\pm 0.2829) t^2 = 65$.

このように条件を加えてやると δ の値は有意に上昇し所得が平均に回帰していくという傾向は弱まることがわかった。

References

[1] Atkinson, A.B., Maynard, A.K. and Trinder, C.G. (1983) *Parents and Children: Incomes in Two Generations*, London: Heinemann.

[2] Averbach, A.J. and Kotlikoff, L.J. (1987) *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge: Cambridge University Press.

[3] Averbach, A.J., Kotlikoff, L.J. and Leibfritz, W. (eds) (1999) *Generational Accounting around the World*, Chicago: The University of Chicago Press and NBER.

[4] Barro, R.J. (1974) "Are Government Bnods Net Wealth?" *Journal of Political Economy*, 82, pp.1095-117.

[5] Creedy, J. (1992) *Income, Inequality and the Life Cycle*, Hants: Edward Elgar.

[6] Diamond, P.A. (1965) "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, 55, pp.1126-50.

[7] Galton, F. (1889) *National Inheritance*, London: Macmillan.

[8] Ihori, T. (1996) *Public Finance in an Overlapping Generations Economy*, London: Macmillan Press.

[9] Kotlikoff, L.J. (1992) *Generational Accounting: Knowing Who Pays, and When, for What We Spend*, New York: The Free Press.

[10] Samuelson, P. (1958) "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *Journal of Political Economy*, 66, pp.467-82.