RCNE Discussion Paper series

No.3

一般化エントロピークラスに関する分析
—規範的観点と実証的観点から—

上戸　義哉

2017 年 4 月

Research Center for Normative Economics
Institute of Economic Research
Hitotsubashi University
http://www.ier.hit-u.ac.jp/rcne/

一般化エントロピークラスに関する分析

―規範的観点と実証的観点から―

上戸　義哉

１．はじめに

日本の所得不平等に関して以前から多くの研究がなされている[1]。第二次大戦後から８０年代までの日本の所得不平等の概観は次の４つの期間に分けて理解することが可能である。まず、大戦の被害による個人の所有する実物資産の減少とハイパーインフレーションとにより所得分配の平等化が生じた。次に、５０年代には都市と農村の間の所得格差が拡大したことにより所得分配の不平等が生じた。第三に、高度成長による労働需要の増加により賃金が増加し所得分配が平等化した。第四に、７０年代には緩やかに所得格差が拡大していった。８０年代から９０年代の所得不平等については、例えば、橘木(1998)ではかなりの程度所得不平等が進展したと分析している。対して、大竹(2005)によれば、８０年代から９０年代にかけての所得不平等度の増加傾向は単身世帯の増加と高齢化の進展によって生じており、実際に所得不平等が拡大しているわけではないと結論される。また、大竹(2005)では橘木(1998)に対する批判も行われている。すなわち、橘木(1998)において用いられている所得データでの「当初所得」の定義が公的年金を含まないものであり、この定義に従って所得不平等度を算出すると高齢者層の不平等が大きくなっていると判断され、その結果として全体の所得不平等度も高く算出されてしまうということである。

所得不平等度の分析を行う際、主に利用される尺度はジニ係数や対数分散である[2]。しかし、このような尺度が分析に望ましい性質を持っているとは限らない。所得不平等を適切に分析するためにはそれぞれの不平等尺度が持つ規範的性質を鑑みた上で用いる尺度を選択する必要がある。これに関して特に顕著な例として一般化エントロピークラスの尺度と呼ばれるものが存在する[3]。これは不平等を分析する上で望ましい性質をいくつかの公理として仮定し、そこから導出される不平等尺度の族である。一般化エントロピークラスの満たす規範的性質のうち特に重視されていたものは加法分解性である。なぜなら、加法分解性を満たすならばある所得不平等を人口に関するサブグループに分解し要因の分析が可能

[1] 第二次世界大戦から７０年代までの日本の所得不平等の推移については Mizoguchi and Takayama(1984)を、８０年代から９０年代までの日本の所得不平等の推移は橘木(1998)、大竹(2005)を参照。

[2] 橘木(1998)ではジニ係数が、大竹(2005)では対数分散が分析を行うための尺度として主に用いられている。

[3] 一般化エントロピークラス(generalized entropy class)という呼称は Cowell and Kuga (1981) において初めて用いられた。

となるからである。また、これは Theil(1967)におけるタイル尺度も持つ特徴であり、一般化エントロピークラスはタイル尺度と密接な関係がある[4]。

本論文の目的は一般化エントロピークラスの尺度が持つ特徴を他の尺度との比較と規範的性質による分析、日本の所得データによる検証によって明らかにすることである。具体的には次の３つの手法によってその特徴を明らかにする。第１に、分析に用いられる主要な不平等尺度の特徴を概観したのち、一般化エントロピークラスの持つ特徴と比較する。第２に、不平等尺度が満たすべきだとされる規範的な性質をサーベイし主要な尺度がどの規範的性質を満たすかという視角から一般化エントロピークラスの特徴を議論する。第３に、日本の所得データ（『国民生活基礎調査』公表データ）を用いて一般化エントロピークラスと他の尺度との間の関係を実証的に分析し比較する。

各節の目的は以下の通りである。第２節では、主要な不平等尺度についてそれらの持つ基本的な特徴について議論する。第３節では、不平等尺度の望ましさを判断する基準について先行研究を参考としながら第２節で議論した不平等尺度がどの規範的性質を満たすかを議論する。第４節では、前節で特定した尺度を用いて実証研究に利用されることの多い不平等尺度の特定の所得層に対する重みづけと日本の所得不平等度の中長期的な傾向について実証的に分析する。

２．主要な不平等尺度[5]

この節では所得の不平等を分析する際に用いられる尺度を取り上げる。具体的には、分散、対数分散、相対平均偏差、ジニ係数、タイル尺度、アトキンソン尺度、一般化エントロピークラスの７つを扱う。

以下では次のように記号を用いることとする。個人iの所得額を$y_i (i = 1,2,\cdots,n)$で表し、n人の社会における所得分配をベクトル$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$と表す。ただし、各個人は所得の低い順で番号を振られている、すなわち、$y_1 \le y_2 \le \cdots \le y_n$を満たすとする。また、平均所得を$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$と表し、個人$i$の所得シェアを$s_i = \frac{y_i}{n\mu}$ $(i = 1,2,\cdots,n)$で表す。

１）分散・対数分散

所得の不平等をある社会における所得分布のばらつきで捉えられるとすれば、データの分布の平均的なばらつきの程度を表す尺度を用いて所得不平等度を測定することが可能である。分散をある所得分布におけるばらつきの尺度として定義すると次のようになる。すなわち分散$V(y)$は、

[4] 一森(2011)、豊田 (1996)を参照。一森(2011)において一般化エントロピークラスが情報理論におけるレニーのエントロピーと等価であることが示されている。
[5] 各不平等尺度の特徴を議論するにあたっては、青木(1979)、Sen(1997)を参考とした。

$$V(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\mu - y_i)^2$$

であり、各個人の所得の平均との離れ具合を２乗で評価し、その平均値をとったものである。平均所得との差を２乗する手続きによって各個人の所得が平均所得から離れていれば離れているほど尺度の中で強調されるようになっている。

分散では計測の単位が変化するとそれにともなって値も変化してしまうという問題が存在する。これに対処する方法として、各個人の所得の対数値と平均所得の対数値に対して先に挙げた分散を算出する仕方があげられる。対数分散$H(y)$は次のように定義される。すなわち、

$$H(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\log y_i - \log \mu)^2$$

単位の変更は数値どうしの積という形式をとるが、各データについて対数をとることによって単位の部分を定数として加える形式へと変形できる。各個人の所得y_iと平均所得μは同じ単位なのでそれぞれの対数値$\log y_i$と$\log \mu$の差をとることで単位を表す定数を消去できる。

２）相対平均偏差

分散においては所得のばらつきを各個人の所得と平均所得との差を２乗したもので捉えていたが、それに代わって各個人の所得と平均所得との差の絶対値を利用したものが相対平均偏差である。相対平均偏差$M(y)$の定義は次のようになる。

$$M(y) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\mu - y_i|}{\mu}$$

右辺の分子は絶対値で評価した各個人の所得と平均所得との離れ具合の平均値を表している。したがって、相対平均偏差は絶対値で測った所得の相対的なばらつきである。全員が平均所得を得ている場合、すなわち完全に平等な所得分配のときには$M(y) = 0$となり、１人がすべての所得を得ているような完全に不平等な所得分配のときには$M(y) = \frac{2(n-1)}{n}$となることから値が小さければ小さいほど平等な所得分配であることを意味している。

相対平均偏差の特徴は平均所得を境としてそれよりも高い所得を得ている個人どうし、あるいは、低い所得を得ている個人どうしで所得の移転が行われた際に尺度の値が変化しないことである。この特徴は後述するとおり、ある種の平等主義的な性質を不平等尺度に課す必要がある場合には欠点となってしまうものである。

３）ジニ係数

相対平均偏差では平均所得を境としてそれを越えるような所得の移転ではないかぎり尺度の値が変わらないという性質をもっていた。この点を改善するために所得のばらつきを

測る際に平均所得を利用せず、すべての個人の所得について組を作りその差の絶対値$|y_i - y_j|$を利用することでこの問題を回避しようとしたものがGini(1912)によって考案されたジニ係数である。形式的には次のように表すことができる。ジニ係数$G(y)$は、

$$G(y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |y_i - y_j|}{\mu} \cdots (1)$$

となる。右辺の分子はすべての個人の所得について差をとったものの絶対値の平均値になっている。これと平均所得とで比をとったものは相対平均差と呼ばれるものである。

ジニ係数の特徴には大きく２つある。第１の特徴にローレンツ曲線を用いて直観的な理解が可能である点が挙げられる。第２の特徴は各個人の所得に従ってつけられた順位によって社会的厚生を判断している点である。

まず、第１の特徴に関して、ローレンツ曲線とは社会に占める人口のある割合（累積人口比率）に、総所得のうちどのくらいの割合（累積所得比率）が分配されているかを表すものである。図１はジニ係数とローレンツ曲線の関係を図で表したものである。縦軸は累積所得比率を表し、横軸は累積人口比率を表している。点Oと点Aを結ぶ弓型の曲線がローレンツ曲線を表す。この曲線上の点は所得が最も低い方から数えてk番目までの人々が占める割合$\frac{k}{n}(k = 1,2, \cdots n)$に対して分配されている所得の総和が総所得に占める割合$\frac{\sum_{i=1}^{k} y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$に対応している。また、傾き１の直線$OA$は仮に社会の構成員全員に等しく平均所得が分配されている場合、すなわち、完全平等な所得分配に対応しているので完全平等線と呼ばれる。また、縦軸、横軸ともに比率を表すことからその長さは１である。

（図１を挿入）

図１においてジニ係数の値は完全平等線と曲線Bに囲まれた半月形の面積の２倍で表される。言い換えると、ジニ係数とは完全平等線とローレンツ曲線によって囲まれている面積の大小によって異なる所得分配に順序を与えるような尺度である。

次に、ジニ係数の第２の特徴に関しては(1)式をさらに変形することで理解できる。すなわち、

$$G(y) = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n}\{n \cdot s_1 + (n-1) \cdot s_2 + \cdots + 2 \cdot s_{n-1} + 1 \cdot s_n\} \cdots (2)$$

となる[6]。人口が変化しないと仮定すると(2)式の右辺第３項の括弧の中は1番からn番のうち最も低い所得シェアの個人に最も低い順位をつけ、そこから順番に最も高い所得シェアの個人に最も高い順位を付けたものの総和となっている。各個人の所得シェアにつけられた順位は各個人の社会の中での所得から見た相対的な位置関係を表していると解釈でき

[6] この部分の導出はSen(1997)を参照。

る。ここから、ジニ係数は暗黙裡に各個人の相対的な位置にしたがって所得分配を判断するという価値判断に依拠していることがわかる。

以上より、すべての個人の所得に対称的に依拠し、ローレンツ曲線を用いた直観的な理解も可能であるという魅力的な特徴を持つジニ係数だが欠点も存在する。それはジニ係数による判断には直観に反するものが含まれているというものである。これを理解するために図２におけるB, Cのようなローレンツ曲線を考える。BとCがそれぞれ完全平等線との間で形作る半月形の面積は等しいことを仮定すると、ジニ係数も等しくなる。しかし、ローレンツ曲線Bに対応する所得分配はローレンツ曲線Cにおけるそれと比較して高所得層の人々へより多くの所得が分配されているような所得分配となっており、我々の直観的な分配に対する公正に反していると考えられる。

４）タイル尺度

タイル尺度は Theil(1967)において考案された不平等の尺度である。この尺度の特徴は情報理論におけるエントロピーの概念を応用して定式化されている点である。エントロピーとは平均的な情報の価値を測る概念である。したがって、ある事象x_iの起こる確率をp_iとすると、その事象の価値を表す関数$h(p_i)$はp_iの減少関数である必要がある。これを満たす関数として情報理論では$h(p_i) = -\log p_i$が用いられる[7]。$h(p_i)$を用いてn個の事象が起こる際の平均的な情報の価値を定義することができる。

$$E(p) = \sum_{i=1}^{n} p_i\, h(p_i) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$$

これがエントロピーと呼ばれるものであり、情報価値$h(p_i)$をその事象の起こる確率p_iを重みづけとした加重平均となっている。また、すべての事象の起こる確率を足し合わせれば１００％、すなわち、$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$を満たすので、$E(p)$はすべての事象iについて$p_i = \frac{1}{n}$となるとき最大値$\log n$となる。これはすべての事象が等確率で生じるような場合に該当し、情報価値の観点からみるとそれぞれの事象についてばらつきがない状態だと解釈できる。

エントロピーを所得不平等の尺度として用いるためにはn個の事象x_iをn人の個人へ、確率p_iを各個人の総所得に対する比率（所得シェア）s_iへと置き換えることが必要になる。ある所得ベクトルyに対して所得シェアのベクトル$s = (s_1, s_2, \cdots, s_n)$を考える。$s$についてエントロピーを算出すると、所得の平等度の尺度が得られる。$y_i = \mu \Leftrightarrow s_i = \frac{1}{n}$がすべての個人について成立するとき、すなわち、すべての個人が平均所得を得ている完全平等のときに値が最大となるからである。したがって、所得分配が不平等になればなるほど値が大きくなるようにするために$E(s)$の最大値$\log n$と $E(s)$の差をとることで所得不平等の尺度、すなわち、タイル尺度を求めることができる。タイル尺度$T(y)$は、

[7] 情報理論では、事象$x_j, x_k (j \neq k)$が独立であるとするとき、$h(p_i)$に対して$h(p_j p_k) = h(p_j) + h(p_k)$を満たすことが要求される。これを満たす唯一の関数が$h(p_i) = -\log p_i$である。

$$T(y)=\sum_{i=1}^{n}s_i\,log\,ns_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{\mu}\log\frac{y_i}{\mu}$$

となる。タイル尺度は各個人の所得の平均所得を基準とした相対値のばらつきの程度を測っている。

タイル尺度の特徴は全体の不平等度を人口の属性によって規定されるサブグループごとに分解することができる点である。数式的には$T(y)=\sum_{l=1}^{g}\left\{\frac{n_l}{n}\cdot\frac{\mu_l}{\mu}\cdot T(y^l)\right\}+T(\bar{y})$と表される。ここでは社会が$g$個のサブグループで分割される場合を考えている。右辺第１項は各サブグループの所得不平等度をタイル尺度で測ったものに各サブグループの所得シェア$\frac{n_l}{n}\cdot\frac{\mu_l}{\mu}$で重みづけをした加重平均になっており、サブグループごとの不平等度を表している。第２項はすべての個人がそれぞれの属するサブグループの平均所得$\mu_l(l=1,2,\cdots g)$を得ているような仮想的な所得分配における不平等度であり、サブグループ間の不平等を表している。このような変形が可能であることから、タイル尺度ではある社会の不平等度を要因ごとに分解しどの要因の変化によって不平等度が変化しているか、あるいは、どの要因が不平等度のうちに占める割合が大きいのかといったことを分析することができる。この性質は第３節において規範的性質としてあらためて議論される。

５）アトキンソン尺度

アトキンソン尺度は Atkinson(1970)にて考案された不平等尺度であり、加法的な社会的厚生関数$\mathrm{W}(y)=\sum_{i=1}^{n}u(y_i)$を前提として構成されている。ただし、$u(y_i)$は厳密に凹な関数である。$u(y_i)$に対して厳密な凹性を課すことは相対的に高所得な個人から相対的に低所得な個人へと所得の移転を行ったときに必ず社会的厚生が増加するような状況を考えていることを表している。アトキンソン尺度の定義は次のようになる。すなわち、

$$A(y)=1-\frac{y_{EDE}}{\mu}\cdots(A1)$$

ここで、y_{EDE}は$y_{EDE}=\mathrm{y}|nu(y)=\sum_{i=1}^{n}u(y_i)$という条件を満たす所得であり平等分配等価所得(equally distributed equivalent income)と呼ばれるものである。これは仮に各個人に同額の所得を分配することによって現実に成立している厚生水準を達成するときの所得額を意味している。アトキンソン尺度は、全員に平均所得が分配されているときの社会的厚生を１００％とした際に、現実の分配によって生じている厚生の損失の割合を表していると解釈できる。

Sen(1997)において、アトキンソン尺度と社会的厚生関数との関連を図示することで直観的に理解することが可能な方法が示されている。図２は２人のみで構成される経済で総所

（図２を挿入）

得y_1+y_2が一定の値$\bar{y}$であり、それを余らせることなく個人１、２に分配する状況を表している。縦軸は個人２の所得額、横軸は個人１の所得額を表す。また、I_1、I_2はそれぞれ異なる社会的厚生W_1、W_2に対応する社会的無差別曲線を表す。ただし、$W_1<W_2$を仮定するのでI_2はI_1の右上方に位置している。社会的無差別曲線とは社会的厚生を一定としてそれを達成するために必要な個人１、２の所得の組み合わせを表す曲線である。ここでは厳密に凹という性質を満たす$u(y_i)$を仮定しているため、その総和である社会的厚生関数$\mathrm{W}(y)$も厳密に凹な関数である[8]。したがって、社会的無差別曲線I_1、I_2は原点に対して凸の形状をしている。直線ADはその社会における可能な所得分配の組み合わせが表現されている。原点を通る傾き1の直線$y_1=y_2$は両者に同額の所得を分配する組み合わせを表す。直線ADと$y_1=y_2$の交点Bにおける分配は総所得$\bar{y}$を２等分して両者に分配されているような所得分配であり、個人１、２が等しく平均所得を得ているような所得分配である。したがって、線分OFは平均所得額を表す。

ここで実際の所得分配が点Cで与えられるとするとき、ここでの社会的厚生W_1はI_1で表される。平等分配等価所得y_{EDE}は定義より現実の社会的厚生を個人１、２に等しい額の所得を分配することで達成する際の所得なので、現実の社会的厚生を表すI_1と個人１、２に同額が分配される場合の所得分配を表す直線$y_1=y_2$の交点Iにおける所得分配は個人１、２が等しく平等分配等価所得を得ている状況を表している。また、線分OGによって平等分配等価所得の額が表されることになる。したがって、図２におけるアトキンソン尺度の値は$A(y)=1-\frac{y_{EDE}}{\mu}=1-\frac{OG}{OF}$によって求めることが可能である。

点Bでは$y_{EDE}=\mu$となり、$A(y_1,y_2)=A(\mu,\mu)=1-\frac{\mu}{\mu}=0$であることから$A(y)=0$は完全平等な所得分配に対応している。加えて、$I_2$が点$B$で社会における分配の制約線に接していることから点$B$は総所得$\bar{y}$における最大の社会的厚生とも対応している。これらより最も平等な分配において最も高い社会的厚生が達成されることが表されている。

Atkinson(1970)では不確実性下の意思決定の議論を応用して、アトキンソン尺度がパラメータに値を代入することで尺度を選択することが可能であるような不平等尺度の族という形式をとることが表されている。相対的リスク回避度不変な効用関数を導出する手続きを応用すると、個人iの所得に対する評価$u(y_i)$は次のようになる。

[8] ここでは加法的な社会的厚生関数$W(y)=\sum_{i=1}^{n}u(y_i)$に対応した議論を行っているが、$W(y)$が各個人の所得に関して増加関数であり、かつ、対称的な準凹関数であるという条件のみを要求するという、より一般的な形式であっても同様の議論が可能である。詳しくはSen(1997)を参照。

$$u(y_i)=\begin{cases} a+\dfrac{b}{1-\varepsilon}{y_i}^{1-\varepsilon}(\varepsilon\neq 1,\varepsilon>0,a,b>0) \\ \log y_i\ (\varepsilon=1) \end{cases}$$

これを平等分配等価所得の定義$y_{EDE}=y|nu(y)=\sum_{i=1}^{n}u(y_i)$に代入して整理すると平等分配等価所得を各個人の所得に基づいた形で表すことができる。

$$y_{EDE}=\begin{cases} \left(\dfrac{1}{n}\cdot\displaystyle\sum_{i=1}^{n}{y_i}^{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}\ (\varepsilon\neq 1,\varepsilon>0) \\ \left(\displaystyle\prod_{i=1}^{n}y_i\right)^{\frac{1}{n}}\ (\varepsilon=1) \end{cases}\quad\cdots(A2)$$

したがって、$(A1)$式と$(A2)$式よりアトキンソン尺度を各個人の所得の平均所得を基準とした相対値に依存する形式で表現することが可能である。

$$A(y)=\begin{cases} 1-\left[\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{y_i}{\mu}\right)^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}\ (\varepsilon\neq 1,\varepsilon>0) \\ 1-\sqrt[n]{\displaystyle\prod_{i=1}^{n}\dfrac{y_i}{\mu}}\ (\varepsilon=1) \end{cases}$$

この形式においてはその尺度の意味を直観的に理解することは難しくなってしまうが社会的厚生関数を分析することでパラメータεの厚生経済学的な意味を明らかにすることが可能である。結論としては、パラメータεは分析者の低所得層に対する重みづけ、すなわち、所得不平等を分析する際の価値判断を表す数値であると解釈される。これを知るためには社会においてある個人の所得の減少による社会的厚生の減少を別の個人の所得の増加による社会的厚生の増加によって社会的厚生を一定に保つ際に必要な所得額の割合、すなわち、２人の個人i,jの間で所得の社会的代替の弾力性を求める必要がある。まず、先の$u(y_i)$を用いると社会的厚生関数は$W(y)=an+\sum_{i=1}^{n}\frac{b}{1-\varepsilon}{y_i}^{1-\varepsilon}\ (\varepsilon\neq 1,\varepsilon>0,a,b>0)$という形になる。これより、個人$i$の所得の減少による社会的厚生の減少を補う個人$j$の所得の増加による社会的厚生の増分を表す個人$i,j$の社会的限界代替率は$MRS_{ij}=\frac{\frac{\partial W(y)}{\partial y_i}}{\frac{\partial W(y)}{\partial y_j}}=\left(\frac{y_i}{y_j}\right)^{-\varepsilon}=y^{-\varepsilon}$となる。ただし、$y=\frac{y_i}{y_j}$は個人$i,j$の所得比である。社会的代替の弾力性は$W=\bar{W}$としたときの社会的限界代替率の弾力性として表されるので、ある２人の個人i,jの間の代替の弾力性σとすると、$\sigma=\frac{dMRS_{ij}}{dy}\cdot\frac{y}{MRS_{ij}}=\varepsilon$となる。したがって、$\varepsilon$は社会的無差別曲線の曲がり具合を表しているので$\varepsilon$の値が大きくなればなるほどその曲がり具合も大きくなる。また、青木

(1979)では社会的厚生関数を平均所得と所得平等度の積$W^*(y) = \mu\big(1 - A(y)\big) = \frac{1}{n}[\sum_{i=1}^{n} y_i^{1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$で表されることを仮定した上で、この極限$\lim_{\varepsilon\to\infty} W^*(y) = \lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{1}{n}[\sum_{i=1}^{n} y_i^{1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$を求めると$W^*(y) = \min_k y_k$となることが示されている。これは社会的厚生がその社会における最も低い所得によって判断されることを意味している。以上よりアトキンソン尺度は、$\varepsilon = 0$のとき傾き-1の直線になり総所得のみによって所得分配に順序を与える尺度になり、$\varepsilon = \infty$ならばＬ字型の直線になり社会の中で最も低い所得によってのみ所得分配に対して順序を与える尺度$R(y) = \frac{\mu - \min y_i}{\mu}$になる。特に$\varepsilon = \infty$の場合は、ある所得分配における最低所得によって異なる所得分配の間に順序付けを行うことからロールズのマキシ・ミン原理の厚生主義的[9]な解釈に従った尺度であり、相対的ロールズ尺度と呼ばれる。

６） 一般化エントロピークラス(generalized entropy class)

一般化エントロピークラスとは、いくつかの公理を仮定した上でそれらを満たすよう導出された不平等尺度の族を指す[10]。一連の研究の中で特に重視された公理は加法分解性であった。この公理を満たす尺度ならばタイル尺度と同様に全体の不平等度を個々のサブグループの不平等度の加重和とサブグループ間の不平等度の２つの構成要素で表現でき、不平等を要因ごとに分析できるからである。形式的には次のように表される。すなわち、

$$GE_\alpha(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha(\alpha-1)} \cdot \dfrac{1}{n} \cdot \displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{y_i}{\mu}\right)^{\alpha} - 1\right], (\alpha \neq 0,1) \\ \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} log\frac{\mu}{y_i}, (\alpha = 0) \\ T(y), (\alpha = 1) \end{cases}$$

一般化エントロピークラスに含まれる尺度は次のような特徴を持つことが知られている。まず、先述の通り加法分解性を満たす。次に、パラメータαが特定の所得層に対して与えられる重みづけを表している点が挙げられる。最後に、パラメータαが特定の範囲に含まれる値である場合にはアトキンソン尺度と１対１の対応がつく点がある。

第 2 の特徴はタイル尺度の持つ特徴との関連から理解することができる。その特徴とは、全体の不平等度を各サブグループの不平等度に分解できることと所得移転による不平等削減効果がその移転に関わる個人の所得シェアの比にのみ依存することの 2 点である。前者からは一般化エントロピークラスの尺度のパラメータαはどの所得階層を重視して不平等度を測定しているかを表すものだということが示され、後者からはパラメータαの選

[9] 厚生主義とは、分配に対して順序付けを行う際に依拠する情報的基礎として各個人の主観的満足の程度である効用を用いる考え方である。

[10]一般化エントロピークラスの公理的な導出の詳細は Cowell and Kuga (1981)、Bourguignon(1979)、Shorrocks(1980)などを参照。

択はアトキンソン尺度における社会的厚生関数の選択と類似した「距離関数(distance function)」の選択と一致していることが示される。

まず、パラメータαの解釈をするために一般化エントロピークラスの尺度を加法分解する場合を考える。このとき、各サブグループのウェイトは$w_l = \frac{n_l}{n} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu}\right)^{\alpha}$で表される。青木(1979)での議論を参考に、$\mu_l < \mu_m$を仮定した上でサブグループ$l, m$のウェイトの比を考えると$\frac{w_l}{w_m} = \frac{\frac{n_l}{n} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu}\right)^{\alpha}}{\frac{n_m}{n} \cdot \left(\frac{\mu_m}{\mu}\right)^{\alpha}} = \frac{n_l}{n_m} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu_m}\right)^{\alpha}$となる。$\mu_l < \mu_m$はサブグループ$l$の方がサブグループ$m$よりも低所得層であることを意味し、$\frac{w_l}{w_m}$はサブグループ$m$を基準としたサブグループ$l$の実質的なウェイトを表している。これより、$\frac{w_l}{w_m} = \frac{n_l}{n_m} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu_m}\right)^{\alpha}$を$\alpha$の関数として捉えると$\mu_l < \mu_m \Leftrightarrow 0 < \frac{\mu_l}{\mu_m} < 1$が仮定されていることから真数が正であり、かつ、１よりも小さい場合の指数関数となる。それは単調減少であることからαが増加するにつれて$\frac{w_l}{w_m}$は小さくなり、逆は逆である。w_mを固定して考えると$\frac{w_l}{w_m}$の減少はw_lの減少を表すのに対して、$\frac{w_l}{w_m}$の増加はw_lの増加を表す。ここではサブグループlが低所得層であると仮定されていることからαが小さくなればなるほど低所得層への重みづけが大きくなっていることを表し、分析者がどの程度低所得層を重視するという意味で分析者の価値判断を表していると解釈できる。

次に、Cowell(2011)における議論にしたがって、一般化エントロピークラスのパラメータαと「距離関数」の関係を示す。タイル尺度において相対的に豊かな個人jから相対的に貧しい個人iへとある正の割合Δsだけ所得を移転することを考える。このとき、タイル尺度Tの変化は$\Delta T = \Delta s(\log s_i - \log s_j) = -\Delta s \log \frac{s_j}{s_i}$となる。$\frac{s_j}{s_i} > 1$より不平等に対する所得移転の効果$\Delta T$は常に負の値をとり、個人$i$と$j$の所得シェアの比$\frac{s_j}{s_i}$にのみ依存することになる。言い換えると、タイル尺度では累進的な所得の移転は常に不平等度を減少させ、かつ、その減少量は２者の所得シェアの比$\frac{s_j}{s_i}$のみで決定されることを表している。加えて、$h(s_i) = -log\, s_i$とすれば$\Delta T = \Delta s\left(h(s_j) - h(s_i)\right)$となり、個人$i$と$j$の所得シェアを何らかの関数$h(\cdot)$で評価した値の差に依存して不平等度の減少量は表わされる。このように所得シェアを評価する関数を「距離関数」と呼ぶ。したがって、移転効果ΔTが距離$d = h(s_j) - h(s_i)$によ

ってのみ決定されるという性質を満たしさえすればタイル尺度における「距離関数」$h(s_i) = -\log s_i$以外を用いても構わない。そのような関数の族はβをパラメータとして

$$h(s_i) = \begin{cases} \dfrac{1 - s_i^{\beta}}{\beta} (\beta \neq 1) \\ -\log s_i \ (\beta = 1) \end{cases}$$

と表されることが知られている[11]。$h(s_i) = \frac{1-s_i^{\beta}}{\beta}$を用いてタイル尺度を導出するときと同様の手続きを行うと「修正された情報理論の族(modified-information theoretic family)」と呼ばれる不平等尺度の族を導出できる。これを$MI_{\beta}(y)$と表すことにすると、

$$MI_{\beta}(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta(1+\beta)} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} s_i \left[s_i^{\beta} - n^{-\beta} \right], (\beta \neq -1,0) \\ \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \log \frac{\mu}{y_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\log \frac{1}{n} - \log s_i \right), (\beta = -1) \\ T(y), (\beta = 0) \end{cases}$$

となり、βを選択することで特定の不平等尺度を選ぶことが可能であるような不平等尺度の集団を得られる。$MI_{\beta}(y)$は個々人の完全平等との距離の加重平均を表している。また、$\beta = 0$のときはタイル尺度Tそのものであり、$\beta = -1$のときは第２タイル尺度、もしくは平均対数偏差D(mean logarithmic deviation)と呼ばれるものになる。これは平均所得と各個人の所得を自然対数でもって評価した上で差をとったもので各個人の所得の平均的なばらつき具合を測っていると解釈できる。

$MI_{\beta-1}(y)$は$\beta = \alpha + 1$とした上で一般化エントロピークラスGE_{α}と一対一対応がつくことが知られている[12]。すなわち、

$$MI_{\beta-1}(y) = \frac{1}{\beta(\beta-1)} \sum_{i=1}^{n} s_i \left[s_i^{\beta-1} - n^{-\beta+1} \right] = n^{-\beta+1} \cdot \frac{1}{\beta(\beta-1)} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{y_i}{\mu} \right)^{\beta} - 1 \right]$$

$$n^{\beta-1} \cdot MI_{\beta-1}(y) = \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{y_i}{\mu} \right)^{\alpha} - 1 \right] = GE_{\alpha}$$

ただし、$\beta = 0$の場合には$\alpha = 1$を、$\beta = -1$の場合には$\alpha = 0$を対応させる。これは非線形の変換であるため、GE_{α}とMI_{β}は算出される不平等度の値は異なるが、異なる所得分配に対して与えられる順序は同じものになる。したがって、パラメータαを特定するということは「修正された情報理論の族」を通じてパラメータ$\beta - 1$に対応する「距離関数」を選択していると解釈できる。

---

11 Cowell(2011)を参照。

12 この変換を行うことは、人口に関する対称性を満たさない尺度である$MI_{\beta}(y)$をそれを満たす尺度であるGE_{α}へと変換していると考えることも可能である。

第３の特徴に関して、アトキンソン尺度と一般化エントロピークラスの間には次のような変換が行えることが知られている[13]。それは一般化エントロピークラスとアトキンソン尺度のパラメータの間に$\alpha = 1 - \varepsilon$という関係が成立するとした上で、

$$GE_\alpha = \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)}\{(1 - A_\varepsilon)^\alpha - 1\}\ (\alpha < 1)$$

$$GE_0 = -\,log(1 - A_1)\ (\alpha = 1)$$

と表される。これより、パラメータが$\alpha = 1 - \varepsilon$という関係を満たすアトキンソン尺度と一般化エントロピークラス同士では異なる所得分配の間に同じ順序を与えることが示される。ただし、この変換も非線形であるためにMI_βと同様に算出される不平等尺度の値は異なったものになる。

７）小括

Sen(1997)によれば、不平等尺度には所得分配の偏りを客観的に表現する記述的側面と異なる所得分配の間に順序を与える規範的側面との２つの側面が存在するとされる。この節で扱った尺度について言えば、分散・対数分散・相対平均偏差・ジニ係数・タイル尺度は記述的側面が、アトキンソン尺度と一般化エントロピークラスの尺度は規範的側面がそれぞれ大きい尺度だと考えられる。

記述的な尺度は所得分布のばらつきを不平等の指標として用いているという特徴がある。ただし、Sen(1997)でも指摘されているように分散や対数分散で行われる２乗の手続きは恣意的でありその自明性ははっきりとしない。それに対して、すべての個人に関して対称的に取り扱う形で所得分布のばらつきを定義するジニ係数は手続きの恣意性を回避し図示による直観的な理解も可能である。また、エントロピーの応用として定義されるタイル尺度は加法分解が可能である点が特徴となっている。

規範的尺度の共通の特徴はパラメータに対して何らかの値を代入することで特定の尺度を選択する不平等尺度の族という形式で定式化されていることである。加えて、そういったパラメータは特定の所得層への重みづけを表している。この性質は、所得分配の順序付けに関する分析者の価値判断を明晰な形で議論することを可能にするため望ましいと考えられる。

一般化エントロピークラスは記述的尺度のタイル尺度を拡張した尺度ではあるが、その性質については規範的尺度のアトキンソン尺度と類似する点が多い。第１に、尺度の背後に価値判断を表す関数を持っていることが挙げられる。第２に、その関数はパラメータを選択することで特定される形式をとる。第３に、そういった価値判断はある所得分布のどの階層を重視して不平等を判断するかという形式で行われる。

[13] Cowell and Kuga (1981)を参照。

３．不平等尺度に関する規範的性質

この節では不平等尺度が備えているべきだとする性質について議論し、前節で取り上げた尺度がこういった性質を満たしているか否かを検討する。ここで扱われる規範的性質とは、相対的不平等回避度、絶対的不平等回避度、人口数に対する対称性、ピグー＝ドールトンの移転原理、移転感応性、加法分解性の６個を指す。加法分解性以外の規範的性質はある所得分布に何らかの変化が生じた際に不平等尺度の値がどのように変化するのが望ましいのかという形式で表現される。加法分解性は不平等尺度が特定の形式で表現できるか否かを尺度としての望ましさの基準とするものである。ここで、ある所得分配yに対する不平等尺度の値を$I(y)$と表すことにする。

１）相対的不平等回避度

相対的不平等回避度とは所得分布に相対的な変化が生じた際に不平等尺度$I(y)$の値がどのように変化するかに関する性質である。形式的には次のように表される。ある所得分布$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$からすべての個人の所得を$\theta$倍$(\theta > 1)$した所得分布$\theta y = (\theta y_1, \theta y_2, \cdots, \theta y_n)$へと変化したときに$\theta$１単位あたりの不平等尺度の差の極限値$\lim_{\theta \to 0} \frac{I(\theta y) - I(y)}{\theta}$の値が正・０・負であることをそれぞれ相対的不平等回避度逓増・不変・逓減を満たすと定義する。すなわち、所得分配が相対的に増加した際に$I(y)$の値が増加する場合には逓増、変わらない場合には不変、減少する場合には逓減に対応している。

相対的不平等回避度を規範的な性質として用いる場合、分析者が不平等を相対的なものとしてみるのか絶対的なものとしてみるのかによって尺度が備えるべき性質についての見解が異なる。不平等が相対的なものであるとするならば、相対的な変化では元の所得分配に変化が生じたとは判断されないので不平等度は変化しないと考えられる。したがって、このような見地に立てば相対的不平等回避度不変を満たす尺度が望ましい。それに対して、不平等は絶対的なものであるとすると相対的な変化は絶対的な所得水準の差が拡大することを意味するので不平等が拡大していると判断されなければならない。したがって、相対的不平等回避度逓増の性質を満たす尺度が望ましいことになる。先述の尺度それぞれについて、第２節での議論から明らかなように分散は単位の変更に対して$V(\theta y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\theta\mu - \theta y_i)^2 = \theta^2 V(y) > V(y)$となり相対的な変化に対し必ず値が増加するので相対的不平等回避度逓増を満たす尺度である。他の尺度は分散とは異なり、各個人の所得あるいは平均所得それ自体に依存するわけではなく各個人の所得と平均所得との比に依存して値が決まる。相対的な変化が生じた際には各個人の所得も平均所得もともにθ倍されるので各個人の所得と平均所得との比は変化しない。したがって、こういった尺度の値は相対的な変化に対して不変にとどまるため相対的不平等回避度不変の尺度である。したがって、不平等を絶対的なものとしてみる場合には分散が、相対的なものとしてみる場合には分散以外の尺度がそれぞれ望ましいことになる。

２）絶対的不平等回避度

相対的不平等回避度が所得分配の相対的な変化に対する性質を規定していたのに対し、絶対的不平等回避度は文字通り所得分布に絶対的な変化が生じた際の不平等尺度の性質を表すものである。形式的には次のように定義される。ある所得分布$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$について全員の所得額に$\theta(\theta>0)$だけ加えられた新たな所得分布$y+\theta=(y_1+\theta,y_2+\theta,\cdots,y_n+\theta)$を考える。この変化によって生じた$\theta$１単位あたりの不平等尺度の差の極限値$\lim_{\theta\to 0}\frac{I(y+\theta)-I(y)}{\theta}$が正・０・負であるとき、それぞれ絶対的不平等回避度逓増・不変・逓減を満たすと定義する。これも相対的な変化の場合と同様に絶対的な変化で不平等尺度$I(y)$が増加する場合は逓増が、変わらない場合は不変が、減少する場合は逓減が対応する。

ある所得分配に絶対的な意味での増加が生じると高所得者層の所得シェアに対して低所得者のそれは増加し、より平等な所得分布になると考えられるので所得不平等の分析の際には絶対的不平等回避度逓減を満たす尺度を用いることが望ましい。

分散は$V(y+\theta)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\mu+\theta-(y_i+\theta)\right)^2=V(y)$より、所得分配に絶対的な変化が生じても値が変化しないので絶対的不平等回避度不変の尺度である。対して、青木(1979)において指摘されているように相対的不平等回避度不変の不平等尺度は絶対的不平等回避度逓減を満たすので分散以外の尺度はすべて絶対的不平等回避度逓減を満たすものである。ここでの議論より分散は仮に所得分配に対して絶対的な変化が生じたとしても値は不変のままであり、社会に存在するすべての個人への所得の等量付加による不平等削減効果を無視してしまうことから不平等を分析する尺度としては望ましくないと考えられる。

３）人口数に対する対称性

人口数に対する対称性とは、所得分配について相対的な構造が変化しないという仮定の下で社会に存在する人の数が変化したとしても不平等尺度の値が変化しないことを要請する基準である。つまり、所得不平等は人口サイズに依存しないことを要求するということを表している。これを満たす尺度は人口が変化していく社会の所得不平等度を分析したり、人口が異なる国・地域の間で不平等度を比較したりすることが可能である。形式的には、ある所得分布$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$が与えられたときにこれをr個複製し１つにまとめた新しい所得ベクトル$y_r=(y_{11},\cdots,y_{1r},\cdots,y_{n1},\cdots,y_{nr})$（ただし、すべての$i\in\{1,2,\cdots,n\}$について$y_{ik}=y_{il}$を満たす）を考えるとき、$I(y)=I(y_r)$となるときその不平等尺度$I(y)$は人口数に対する対称性を満たすという。$y_r$の構成要素$y_{ik}(i=1,2,\cdots,n\,;k=1,2,\cdots,r)$は元の所得分配$y$での個人$i$の所得を得ている人のうち$k$番目の個人の所得を表す。

y_rの平均所得μ_rは元の所得ベクトルyの平均所得μと一致することが所得分布に関する相対的な構造が変わっていないことを表し、人口数はn人からrn人へと増加する。また、y_r

の総所得は元の所得ベクトルyにおける総所得をr回足し合わせることと同じなので$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{r}y_{ij}=r\sum_{i=1}^{n}y_i$となる。これらに注意しながら各尺度について$I(y_r)$を算出するとすべての尺度について人口数に対する対称性を満たす。

４）ピグー＝ドールトンの移転原理と移転感応性

社会に存在する２人の個人の間で所得の移転が生じた際に不平等尺度の値がどういう変化をすることが望ましいのかを議論する際に最も有名な基準はピグー＝ドールトンの移転原理（以下ではＰ・Ｄ移転原理と表わす）である。Ｐ・Ｄ移転原理とは、平均所得が固定されているという仮定の下で相対的に豊かな個人から相対的に貧しい個人に対して正の所得の移転が行われた時にはより平等な所得分布になったと考えられるので尺度の値が減少しなければならないことを要請するものである。

数学的には次のように定義される。ある所得ベクトル$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$が与えられているとき$y_i<y_j$となるすべての個人iとjと、$0<h<y_j-y_i$を満たすすべての所得移転額hを考える。所得移転を行った場合の所得ベクトルは$y'=(y_1,\cdots,y_i+h,\cdots,y_j-h,\cdots,y_n)$と表すことができる。このとき、$h$１単位あたりの変化の極限値$\lim_{h\to 0}\frac{I(y')-I(y)}{h}$の符号が負であることをある不平等尺度$I(y)$はＰ・Ｄ移転原理を満たすと定義される。

しかし、Ｐ・Ｄ移転原理では移転が行われる２者が所得分布のどこに位置しているのかについては配慮されていない。例えば、ある所得分布yのなかで１０番目の個人から９番目の個人への移転も１０００番目の個人から９９９番目の個人への移転も相対的に高所得の人から相対的に低所得の人への所得移転であるからＰ・Ｄ移転原理では等しく扱われてしまう。これに対して不平等を分析する際に、比較的高所得者の間で行われる移転の不平等削減効果より低所得者間で行われる移転の効果の方をより大きく評価することが必要だと考えることが可能である。このように低所得層で生じる移転を高所得層でのそれより高く評価するという考え方を反映させた規範的性質が移転感応性である。Shorrocks and Foster(1987)では「好都合な移転の合成(favourable composite transfers)」という概念を用いて、移転感応性を数学的に定式化している。ある２つの所得分配$y'=(y_1,\cdots,y_i+\alpha,\cdots,y_j-\alpha,\cdots,y_n)$と$y''=(y_1,\cdots,y_k-\beta,\cdots,y_l+\beta,\cdots,y_n)$を考える。ただし、この２つの所得分布の分散は等しく、y'では$y_i\leq y_j\leq y_k<y_l$を、y''では$y_i<y_j\leq y_k\leq y_l$を満たすとする。y'は低所得層における累進的な所得移転を、y''は高所得層における逆進的な所得移転を行った所得分配を表している。このとき$I(y')<I(y'')$となる不平等尺度$I(y)$が移転感応性を満たす。これは高所得層における逆進的な移転による不平等拡大効果よりも低所得層における累進的な移転による不平等削減効果の方を高く評価するような不平等尺度を望ましいとすることを意味している。

対数分散と相対平均偏差はP・D移転原理を満たさない。対数分散は高所得者間の所得移転について移転効果が正になる[14]。つまり、P・D移転原理で想定されているような移転を行うと不平等度が増加したと判断されることを意味している。相対平均偏差は平均所得を境としてそれより高い所得層の間での移転、もしくは、低い所得層の間での所得移転について不平等尺度の値が不変にとどまるという性質を持つことは第２節ですでに指摘されたとおりである。これは移転による不平等の削減効果が適切に反映されないということを表している。移転感応性を満たす尺度はすべてのパラメータεにおけるアトキンソン尺度と$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスに含まれる尺度である[15]。これらの尺度は高所得層での所得移転よりも低所得層での所得移転による不平等削減効果を重視する尺度であり、相対的に低所得層に対して重みづけをして所得不平等度を算出することが可能なものである。所得の不平等を分析する際に高所得層より低所得層における所得の変化を重視するときには移転感応性を満たす尺度を分析に用いることが望ましい。

加えて、第２節での一般化エントロピークラスの特徴と移転感応性とを組み合わせると一般化エントロピークラスに含まれる、ないしは、基数的に同等な不平等尺度に関して、特定の所得層に対する重みづけを基準とした順序付け、すなわちメタ順序が得られる。

表２はメタ順序をまとめたものである。左からそれぞれの欄は、どの所得層にどの程度の重みづけをしているか、対応するパラメータαの値もしくは範囲、対応する不平等尺度もしくは尺度の族を表している。

表２　特定の所得層に対する重みづけに基づくメタ順序

高所得層に重みづけ	$2 < \alpha$	一般化エントロピー（2<α）
全ての所得層に等しい重みづけ	$\alpha = 2$	変動係数の２乗
｜	$1 < \alpha < 2$	一般化エントロピー（1<α<2)
｜	$\alpha = 1$	タイル尺度
低所得層に重みづけ	$0 < \alpha < 1$	アトキンソン尺度（0<ε<1）
｜	$\alpha = 0$	平均対数偏差
｜	$-\infty < \alpha < 0$	アトキンソン尺度（1<ε）
↓	$\alpha = -\infty$	相対的ロールズ尺度

出所：筆者作成

移転感応性の議論からも明らかなように、アトキンソン尺度に関しては一貫して高所得層よりも低所得層に相対的に重みづけをして所得不平等度を測定する尺度になっているが、

[14] 青木(1979)を参照。

[15] Shorrocks and Foster(1987)において、不平等尺度$I(y)$が$I(y) = F(\sum_{i=1}^{n} f(y_i), \mu, n)$という形式を満たすならば、次の条件を満たすとき$I(y)$は移転に対する感応性を満たすことが示されている。すなわち、$y_i < y_j$を満たすすべてのy_i, y_jに関して$f''(y_i) > f''(y_j)$が成立する。

一般化エントロピークラスの尺度は低所得層よりも高所得層に重みをつけて異なる所得分配の間に順序を与えるような場合を考えることも可能である。表２より、変動係数の２乗$(\alpha = 2)$はすべての所得層に等しい重みを与えて異なる所得分配の間に順序を与えている。これを分水嶺としてαが2より小さければ相対的に低所得層を重視して所得分配に順序を与え、反対にαが2より大きければ高所得層を重視して所得分配に順序を与えることになる。相対的に低所得層に重みづけをしている尺度についても、タイル尺度は平均対数偏差と比べると中・高所得層にも重みづけをして不平等を算出している。

５）加法分解性

分解可能性とはある社会をその人口に関していくつかのサブグループに分割した際に社会全体の不平等をサブグループ内の不平等とサブグループ間の不平等という２つの構成要素で記述することが可能であることを要請する基準である。この性質を用いることで全体の不平等度のうちどのサブグループの不平等が大きな割合を占めているのか、すなわち、社会のどの階層が不平等の主要な要因となっているかを分析する際に必要とされるものである。

分解可能性を持つ尺度の中でも特に次の２つの条件を満たすものは加法分解性を満たす尺度とされる。第１に、全体の不平等度が適切に重みづけされた各サブグループ内の不平等度の総和とサブグループ間の不平等の値との和という先に述べた２つの構成要素の和の形式で表されること。第２に、すべてのサブグループの重みづけが正の値で平均所得および全体の人口に占める各サブグループの人口の比率（人口シェア）にのみ依存することという２つの条件を満たすものは加法分解性を満たす尺度と呼ばれる。形式的には次のように表される。社会をg個に分割できるとするとき各サブグループの所得分布を$y^k(k = 1,2,\cdots g)$と表すことにする。このとき加法分解性を満たす尺度とは$I(y) = I(y^1,\cdots,y^g) = \sum_{l=1}^{g}\{w_l I(y^l)\} + I(\bar{y})$という形式を満たす尺度のことである。ただし、$w_l$は各サブグループの全体に対するウェイトを表す。$\bar{y}$は各サブグループにおいてそこに属する個人全員がそのサブグループの所得分配での平均所得を得ているような仮想的な所得ベクトルである。右辺第１項がサブグル―プ内の不平等を表し、第２項がサブグループ間の不平等を表している。

加法分解性を満たす尺度は、分散、対数分散、タイル尺度などを含む一般化エントロピークラスに含まれる尺度の３つである。これらは$(y^1,\cdots,y^g) = \sum_{l=1}^{g}\{w_l I(y^l)\} + I(\bar{y})$という形で分解が可能であるが、それぞれサブグループ$l(l = 1,2,\cdots,g)$に対する重みづけw_lが異なっている。分散と対数分散の場合、w_lはサブグループlの人口シェア$\frac{n_l}{n}$と等しくなる[16]。

[16] ただし対数分散について厳密に分解する場合、サブグループ間の不平等を表す項$I(\bar{y})$で用いられる各サブグループの平均所得は算術平均ではなく幾何平均によって求められるものでなければならない。

一般化エントロピークラスについては$w_l = \frac{n_l}{n} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu}\right)^{\alpha}$となり、サブグループ$l$の人口シェアとサブグループ$l$の平均所得と全体の平均所得との比を$\alpha$乗で評価したものとの積の形で表される。したがって、不平等尺度の値を要因ごとに分解し分析を行う場合にはこの３つの尺度から利用するものを選択することが望ましい。

ただし、一般化エントロピークラスについて、各サブグループのウェイトの総和$\sum_{l=1}^{g} w_l$が1になるのは$\alpha = 0,1$のときのみである。これは加法分解を行って要因分析をするとき、その解釈が厳密に行えるのは平均対数偏差とタイル尺度の場合のみであることを意味している。

６）小括

各不平等尺度と尺度に対する規範的性質との関係をまとめたものが表１である。縦の欄には不平等尺度が、横の欄には規範的性質が並べられている。ただし、人口数に関する対称性はすべての尺度が満たすため、また、タイル尺度は一般化エントロピークラスに含まれるため割愛している。

表１　各不平等尺度の持つ規範的性質

	相対的不平等回避度	絶対的不平等回避度	P・D 移転原理	移転感応性	加法分解性
分散	逓増	不変	充足	非充足	充足
対数分散	不変	逓減	非充足	非充足	充足
相対平均偏差	不変	逓減	非充足	非充足	非充足
ジニ係数	不変	逓減	充足	非充足	非充足
アトキンソン尺度	不変	逓減	充足	充足（全てのε）	非充足
一般化エントロピー	不変	逓減	充足	充足（$\alpha < 2$）	充足

出所：筆者作成

表１からわかるように、この節で取り上げた規範的性質をすべて満たすのはパラメータが$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスの尺度である。分散は絶対的不平等回避度不変

を満たすため、相対平均偏差と対数分散はＰ・Ｄ移転原理を、ジニ係数は移転感応性をそれぞれ満たさないため所得不平等を分析する際の尺度としては不適当であると考えられる。アトキンソン尺度は厳密な形式での加法分解性を要求するならば不適当であるが、順序付けを保存しつつ一般化エントロピークラスへと序数的に同等な変換が可能であるので、その限りにおいて加法分解が可能である。

$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスの尺度は相対的不平等不変の原理と人口数に関する対称性を満たすことから平均所得、人口が異なる社会の間でも所得不平等度の比較が可能であり、移転感応性を満たすことから低所得層に相対的に重みをつけて分析を行える。また、パラメータαが小さくなればなるほど低所得層の情報により依拠して異なる所得分配の間に順序を与えることになり、パラメータαでもって分析者の価値判断を明示することができる。さらに、加法分解性を満たすことから全体の不平等度をサブグループ内の不平等度とサブグループ間の不平等度の和の形式に分解してどのサブグループが不平等の変化の要因となっているかを分析することが可能である。

４．所得不平等の実証分析

４－１．実証分析の目的

この分析では日本の所得データを用いて、一般化エントロピークラスと従来から分析に用いられてきたジニ係数と対数分散とをパラメータαとの関係から比較を行う。これを明らかにするために次のような分析を行う。第１に、対数分散とジニ係数がどの所得層にどの程度重みを付けて所得不平等を測定しているかを、明示的な重みづけのパラメータαを持つ一般化エントロピークラスとの順序の一致の程度を基準として分析する。第２に、日本の所得不平等度の中長期的な変化について拡大ないしは縮小の傾向が観察されるか、また、規範的性質の分析から望ましいとされる尺度であるパラメータが$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスの尺度と、必ずしも望ましいとはされない尺度である$\alpha = 2$のときの一般化エントロピークラスの尺度とジニ係数、対数分散との間で傾向の有無に差が存在するのかを分析する。

第１の分析と類似のものは高山(1974)においても行われているが、そこではアトキンソン尺度を基準としてジニ係数、変動係数、タイル尺度との間で異なる所得分配に対する順序の一致の程度を分析している。しかし、アトキンソン尺度ではどのパラメータでも低所得層に重みづけをして不平等度を算出するため、対象となる不平等尺度が高所得層に重みづけをしている場合を検出できない。したがって。一般化エントロピークラスを用いることでより精密に各不平等尺度の重みづけを分析できると考えられる。

４－２．実証分析に用いるデータと不平等尺度

本節での分析は『国民生活基礎調査』（厚生労働省）において公表されている日本の所得データを用いて行う。入手できたデータの年次は１９８５年から２０１３年までの 29

カ年分であり、各年度のデータは 25 個の階級からなる階級データである。階級幅は 0 円から 1000 万円までは 50 万円であり、1000 万円から 1200 万円までは 100 万円、1200 万円からは 300 万円、1500 万円からは 500 万円、最後の階級は 2000 万円以上となっている。所得階級幅の上端と下端の平均値をその階級の代表値として所得分布を近似し不平等尺度の値を算出する。また、最も高い所得階級の代表値は吉岡(2008)における手法を適用し、階級下端値の 1.25 倍で与えている。『国民生活基礎調査』での所得は次の 6 つの分類からなる所得の合計である。すなわち、１．稼働所得、２．財産所得、３．社会保障給付金、４．仕送り、５．企業年金・個人年金等、６、その他である[17]。

依拠するデータを『国民生活基礎調査』とした理由は、同じく日本の所得統計である『家計調査』（総務省）と比較して、家計簿の義務がないために高所得層と低所得層の回収率が高いと考えられるからであることと単身世帯も含まれているからである。しかし、欠点として次の３点が挙げられる。まず、世帯ごとのデータではないために年齢や性別などの人口に関する要因の分析は不可能である。次に、所得の種類ごとのデータではないため、所得の種類別の分析が不可能である。具体的には、ある社会の所得の不平等が勤労所得のばらつきによって生じているのか、資産所得のばらつきによって生じているのかを分析できないということである。第３に、ここでの所得は名目値であるため実質所得や等価所得を用いた分析と比較すると精度に欠ける。

先述の２つの分析に関して、用いる不平等尺度は以下のとおりである。まず、重みづけのパラメータの推定については分析対象となる対数分散、ジニ係数とパラメータの基準となる一般化エントロピークラスに含まれる尺度のうち重みづけのパラメータαを-1から4まで0.25刻みで値を代入したものを用いる。次に、所得不平等の時系列の推移を分析する際には、前節での議論より所得不平等の分析に関して望ましい尺度とされる$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスに含まれている尺度を用いて分析を行う。パラメータαに関しては$\alpha < 2$を満たす値のうち$\alpha = -1$から$\alpha = 1.5$まで0.5刻みで値を与えて分析することにする。また、望ましい尺度とそうではない尺度の間で傾向の有無が存在するか確かめるため、すべての所得層を等しく扱う$\alpha = 2$のときの一般化エントロピークラスの尺度と実証分析によく用いられるジニ係数と対数分散についても分析する。

４－３．分析方法

重みづけのパラメータを持たない不平等尺度がどの所得層をどの程度重視して所得分配に順序を与えているかを分析する際には順序相関係数を用いる。順序相関係数とは２つの母集団に含まれる標本間の順序の一致の度合いを表す値で次のように定義される。２つの標本$X_i, Y_i\ (i = 1,2,\cdots N)$についてつけられる順序をそれぞれ$R_i^X, R_i^Y\ \ (i = 1,2,\cdots N)$とするとき、順序相関係数$\rho$は、

[17] 厚生労働省，調査の概要・用語の解説，http://www.mhlw.go.jp/toukei/list/20-21tyousa.html#anchor13，２０１６年７月３日．

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i}{N(N-1)}\ , d_i = R_i^X - R_i^Y$$

と表される。ここで定義されたものはスピアマンのρと呼ばれるもので$-1 \leq \rho \leq 1$の範囲の値をとることが知られている。$\rho = -1$であれば２つの標本の順序が完全に反対であり、$\rho = 1$であれば順序が完全に一致することを意味する。$\rho = 0$ならば無相関であることを表す。

第３節での議論より、一般化エントロピークラスに含まれる尺度は$\alpha = 2$を境としてそれより大きいαならば高所得層の、小さいαならば低所得層の所得の情報に対して他の所得層よりも重みをつけて異なる所得分配を評価している。したがって、重みづけのパラメータαに様々な値を与えた上でジニ係数、対数分散との順位相関係数を求め、その一致具合が最も高くなるようなαをその尺度の特定の所得層に対する重みづけであると解釈する。

所得不平等の時系列の傾向を分析する際には符号検定を用いて分析する。ある時系列データに増加もしくは減少の傾向が観察されるか否かを検定する方法は次のような形式になる。まず、$2t$個のデータを２等分にして並べたベクトル$Z_0 = (Z_1, Z_2, \cdots, Z_t)$と$Z_1 = (Z_{t+1}, Z_{t+2}, \cdots, Z_{2t})$を考える。ただし、ある年次$m$におけるデータを$Z_m\ (m = 1,2, \cdots, 2t)$と表すことにする。データが奇数個の場合は中央のデータを取り除いて偶数個になるように調整する。Z_0は時系列データのうち前半期にあたるものを１列に並べたものを表し、Z_1は後半期にあたるものを１列に並べたものを表している。ここで、$Z_1 - Z_0 = (Z_{t+1} - Z_1, Z_{t+2} - Z_2, \cdots, Z_{2t} - Z_t)$は後半期のデータと前半期のデータで古い順からペアを作りその差をとったものを１列に並べたものである。$Z_1 - Z_0$の構成要素、$Z_{t+l} - Z_l (l = 1,2, \cdots, t)$は後半期のデータの方が大きければ正の値を、小さければ負の値をとる。例えば、すべてのペアで正の値をとっているならばどのペアをとっても後半期のデータの方が大きいことを意味しているので時間の経過とともに値が増加していく傾向があると考えられる。対して、仮にデータに傾向が観察されないならば正の値をとるものと負の値をとるものの個数はほぼ同数になると考えられる。正の値をとるものと負の値をとるものの個数が同数という状況はそれらが出現する確率が５０％ずつ、すなわち、中央値をηとして$\eta = 0$という式で表せる。正の値をとるペアと負の値をとるペアの起こりうるすべての組み合わせのうち実際に得られた組み合わせになる確率は$\binom{t}{r} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^r \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t-r}$と表される。ただし、$t$はペアの総数を表し、$r$は正の値をとるペアの個数を表す。また、$\binom{t}{r}$は$t$個のペアのうち正の値をとるものの個数が$r$個であるような組み合わせの個数を表す。したがって、時系列的な拡大傾向の有無を統計的に検定するためには帰無仮説を$H_0 \colon \eta = 0$、対立仮説を$H_1 \colon \eta > 0$として、実際に得られた正のペアの個数がrのときの確率とrがそれよりも大きい場合の総和を有意水準として設定される値と比較すればよい。以下の分析では有意水準を５％として、先の式の値が５％より大きければ帰無仮説を受容し、小さければ帰無仮説を棄却する。

４－４．分析結果

１）ジニ係数、対数分散の特定の所得層に対する重みづけ

ジニ係数と対数分散に対して、特定の所得層への重みづけのパラメータαに-1から0.25刻みで4まで数値を与えた一般化エントロピークラスの尺度との順位相関係数をまとめたものが表３である。ただし、表３中のαは一般化エントロピークラスのパラメータを表し、$\rho(G)$および$\rho(H)$はそれぞれ一般化エントロピークラスとジニ係数、一般化エントロピークラスと対数分散の順序相関係数を表している。

ジニ係数については、$\alpha = 1$の場合に最も高い順序相関係数$\rho(G) = 0.91970$となっていることから、一般化エントロピークラスにおけるパラメータ$\alpha = 1$のときと同じ程度に低所得層に重みづけをしていると考えられる。対数分散については、最も高い順序相関係数となるのは$\alpha = -0.5$の場合の$\rho(H) = 0.98325$であることから、一般化エントロピークラスにおいてパラメータを$\alpha = -0.5$としたときと同程度に低所得層に重みづけをしていることが分かる。

これらの分析結果より、ジニ係数はタイル尺度とほぼ同様の重みづけをして異なる所得分配の間に順序を与えており、低所得層に重みをつけながらも比較的高所得層の情報にも依拠して所得不平等を測定していることが示されている。対して、対数分散はジニ係数と比較するとより低所得層の情報を重視して不平等を測定していることが明らかになった。対数分散は第２節での議論より、理論的には高所得層での移転効果が正になるような、すなわち、豊かな個人の所得がさらに増加するような所得分配をより高く評価する価値判断が前提されているがここでの結果は低所得層に関してもある程度の重みづけを行って所得分配に対して順序を与えている可能性が示されている。

加えて、高所得層に重みづけをして所得分配を評価することを表す重みづけのパラメータ$\alpha > 2$での一般化エントロピークラスとの間の順序相関をとってみても相関係数の値は低く、今回の分析に用いたデータからは高所得層の変化を重視する性質は観察されなかった。

表３　順序相関係数（ジニ係数 G、対数分散 H）

α	-1	−0.75	−0.5	−0.25	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5
ρ（G）	0.623	0.677	0.768	0.811	0.886	0.816	0.794	0.602	0.920	0.564	0.769
ρ（H）	0.939	0.969	0.983	0.911	0.936	0.803	0.746	0.575	0.734	0.352	0.505

α	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4
ρ（G）	0.822	0.848	0.844	0.822	0.800	0.787	0.726	0.668	0.619	0.579
ρ（H）	0.540	0.557	0.509	0.461	0.402	0.381	0.305	0.218	0.161	0.122

出所：『国民生活基礎調査』（厚生労働省）から筆者算出・作成

２）日本の所得不平等の時系列的傾向

次に、各不平等尺度に関して時系列の推移に傾向が存在するかを検証する。表４は時系列の推移をまとめたものである。ただし、表４中の GE、D、T、G、H はそれぞれ一般化エントロピークラス、平均対数偏差、タイル尺度、ジニ係数、対数分散を表している。また GE の右側にある数値はパラメータαの値を表し、平均対数偏差 D は$\alpha = 0$の場合の一般化エントロピークラスの尺度に、タイル尺度 T は$\alpha = 1$の場合の一般化エントロピークラスの尺度に対応する。

表４の値をもとに日本の所得不平等の傾向について符号検定を行ったのが表５である。ただし、表５の上段は得られたすべての年度、すなわち、１９８５年から２０１３年までについて符号検定を行った結果が、下段はバブル期に該当する１９８５年から１９９０年までを除外した上で符号検定を行った結果がまとめられている。用いられている不平等尺度は表４と同様である。また、表４中の記号は先に用いたものと同様でrは後半期のデータと前半期のデータの差が正の値であるペアの個数を、$\mathrm{t} - r$は負の値であるペアの個数を、確率は正のペアと負のペアの個数がそのような組み合わせになる場合の確率とそれより珍しい場合の確率を足し合わせたものを表している。

まず、表５上段については、平均対数偏差 D、タイル尺度 T、パラメータが$\alpha = 0.5,1.5,2$の場合の一般化エントロピークラスの尺度、ジニ係数 G、対数分散 H は有意水準５％で帰無仮説H_0が棄却され、パラメータが$\alpha = -1, -0.5$の場合の一般化エントロピークラスの尺度については帰無仮説H_0を受容するという結果になっている。言い換えれば、平均対数偏差 D、タイル尺度 T、$\alpha = 0.5,1.5,2$の場合の一般化エントロピークラスの尺度、ジニ係数 G、対数分散 H は測定したときには所得不平等が拡大傾向にあることが観察され、それ以外の尺度では今回用いたデータでは不平等度の変化に明確な傾向は認められなかったことになる。

次に、表５下段については、タイル尺度 T、パラメータが$\alpha = 1.5,2$の場合の一般化エントロピークラスの尺度、ジニ係数 G は有意水準５％で帰無仮説H_0が棄却され、平均対数偏差 D、パラメータが$\alpha = -1, -0.5, 0.5$の場合の一般化エントロピークラスの尺度、対数分散 H については帰無仮説H_0を受容するという結果になっている。つまり、タイル尺度 T、$\alpha = 1.5,2$の場合の一般化エントロピークラスの尺度で測定したときには所得不平等が拡大傾向にあることが観察され、それ以外の尺度では不平等度の変化に明確な傾向は認められなかったことになる。

これより、１９８５年から２０１３年に関して、不平等の拡大傾向が観察された尺度の重みづけを表すパラメータは$0 \leq \alpha \leq 2$であることから低所得層に重みをつけてはいるが比較的中・高所得層にも重みづけをしている場合とすべての所得層を等しく扱う場合において不平等の拡大傾向が観察されたことを表している。加えて、$0 \leq \alpha \leq 2$という範囲よりも

低所得層に重みづけをするような場合（$\alpha = -1, -0.5$）では傾向は観察されなくなっていることからこの期間の不平等拡大は中・高所得層での不平等が拡大した結果である可能性が示されている。

表４　各不平等尺度の時系列推移

所得年	GE (−1)	GE (−0.5)	D	GE (0.5)	T	GE (1.5)	GE (2)	G	H
１９８５	0.4068	0.2964	0.2511	0.2451	0.2174	0.2206	0.2548	0.3638	0.6285
１９８６	0.3927	0.2915	0.2414	0.2138	0.2229	0.2379	0.2607	0.3595	0.6157
１９８７	0.4006	0.2997	0.2503	0.2274	0.2152	0.2214	0.2472	0.3612	0.6267
１９８８	0.4524	0.3309	0.2727	0.2463	0.2266	0.2320	0.2643	0.3720	0.6850
１９８９	0.4691	0.3341	0.2763	0.2615	0.2249	0.2240	0.2588	0.3746	0.6996
１９９０	0.4707	0.3326	0.2679	0.2351	0.2263	0.2336	0.2579	0.3687	0.6962
１９９１	0.5577	0.3723	0.2984	0.2834	0.2247	0.2140	0.2490	0.3809	0.7829
１９９２	0.5433	0.3627	0.2880	0.2645	0.2253	0.2198	0.2461	0.3769	0.7670
１９９３	0.4753	0.3297	0.2630	0.2286	0.2358	0.2470	0.2615	0.3720	0.7085
１９９４	0.5762	0.3829	0.3079	0.2974	0.2267	0.2111	0.2473	0.3869	0.8064
１９９５	0.5003	0.3446	0.2798	0.2626	0.2247	0.2200	0.2464	0.3764	0.7317
１９９６	0.5846	0.3917	0.3093	0.2784	0.2450	0.2426	0.2696	0.3917	0.8274
１９９７	0.5584	0.3832	0.3105	0.2939	0.2380	0.2277	0.2609	0.3927	0.8091
１９９８	0.5615	0.3793	0.2998	0.2680	0.2263	0.2203	0.2494	0.3798	0.7875
１９９９	0.5423	0.3806	0.3090	0.2834	0.2500	0.2495	0.2814	0.3962	0.7998
２０００	0.6094	0.4048	0.3209	0.2966	0.2481	0.2421	0.2767	0.3978	0.8519
２００１	0.5529	0.3846	0.3107	0.2852	0.2539	0.2535	0.2828	0.3984	0.8160
２００２	0.6146	0.4101	0.3198	0.2791	0.2621	0.2672	0.2936	0.3995	0.8689
２００３	0.5625	0.3808	0.3015	0.2697	0.2536	0.2582	0.2821	0.3924	0.8154
２００４	0.6184	0.4128	0.3222	0.2814	0.2700	0.2766	0.3000	0.4041	0.8831
２００５	0.5442	0.3771	0.3072	0.2892	0.2576	0.2589	0.2916	0.3996	0.8062
２００６	0.5667	0.3902	0.3126	0.2821	0.2607	0.2660	0.2980	0.3997	0.8244
２００７	0.5109	0.3714	0.3037	0.2717	0.2531	0.2593	0.2918	0.3944	0.7751
２００８	0.5774	0.3996	0.3206	0.2885	0.2697	0.2765	0.3089	0.4063	0.8456
２００９	0.5109	0.3685	0.3033	0.2785	0.2565	0.2622	0.2960	0.3976	0.7749
２０１０	0.5299	0.3767	0.3088	0.2865	0.2572	0.2597	0.2938	0.3999	0.7961
２０１１	0.5305	0.3836	0.3186	0.3028	0.2531	0.2494	0.2917	0.4023	0.8025
２０１２	0.5198	0.3689	0.3013	0.2767	0.2560	0.2611	0.2916	0.3963	0.7835
２０１３	0.5223	0.3758	0.3093	0.2844	0.2695	0.2788	0.3128	0.4048	0.7978

出典：『国民生活基礎調査』（厚生労働省）より筆者算出・作成

バブル期を除いた分析ではパラメータの範囲が$1 \leq \alpha \leq 2$となりすべての年度を対象とした場合（表５上段）と比較して、中・高所得層により重みづけをしている場合にのみ拡大の傾向が観察される結果となっている。また、ジニ係数はどちらの場合でも拡大傾向が観察されており、これは一般化エントロピークラスとの順位相関で等しい重みづけをしているとされたタイル尺度における結果と一致している。それに対して、対数分散は一般化エントロピークラスとの順序相関の議論より重みづけのパラメータが$\alpha = -0.5$の場合の一般化エントロピークラスの尺度とほぼ同様の順序を与えることが示されている。しかし、１９８５年から２０１３年に関して傾向の有無について分析すると$\alpha = -0.5$の場合の一般化エントロピークラスの尺度では不平等拡大の傾向が認められなかったのに対し、対数分散ではその傾向が観察されている。こういった差が生じることは順序相関係数が不平等尺度の与える順位に焦点を当てた分析である一方で、符号検定は不平等尺度の水準に基づいた分析であることに起因している可能性がある。

表５　傾向の検定(GE(α =−1,−0.5,0.5,1.5,2),D,T,G,H)

	GE −1	GE −0.5	D	GE 0.5	T	GE 1.5	GE 2	G	H
r	9	10	12	11	14	14	14	14	11
t−r	5	4	2	3	0	0	0	0	3
確率	21.198%	8.978%	0.647%	2.869%	0.006%	0.006%	0.006%	0.006%	2.869%

	GE −1	GE −0.5	D	GE 0.5	T	GE 1.5	GE 2	G	H
r	4	7	8	6	11	10	11	10	8
t−r	7	4	3	5	0	1	0	1	3
確率	88.672%	27.441%	11.328%	50.000%	0.049%	0.586%	0.049%	0.586%	11.328%

出所：表４の数値より筆者算出

５．結論

本論文では、一般化エントロピークラスの尺度の基本的な特徴と規範的な性質を先行研究に基づきながら整理し、それらを日本の所得データを用いて検証した。

まず、一般化エントロピークラスの尺度はその形式から規範的尺度であるアトキンソン尺度と類似していることが明らかになった。すなわち、あるパラメータを決定することで不平等尺度を選択できるような不平等尺度の族という形式をとり、そのパラメータが分析者の所得不平等に対する価値判断を表しているということである。また、規範的性質による分析からは次の３つの点から望ましい性質を満たしていると考えられる。第１に、相対的不平等回避度不変の原理と人口数に関する対称性を満たすことから平均所得と人口が異

なる社会間であっても所得不平等度の比較が可能である。第２に、加法分解性を満たすので、ある社会における不平等度をサブグループ内の不平等度を表す項とサブグループ間の不平等度を表す項という２つの構成要素の和でもって分解し不平等度変化の要因を分析できる。ただし、要因分析を厳密に行うためにはパラメータが$\alpha = 0,1$である必要がある。第３に、パラメータαが特定の所得層をどの程度重視して異なる複数の所得分配の間に順序を与えているかを表しているため、分析者の不平等に対する価値判断を明示して分析を行うことができる。

次に、日本の所得データを用いた実証的観点からの分析では次の２点が明らかになった。第１に、特定の所得層に対する重みづけを表すパラメータを持たない不平等尺度、具体的にはジニ係数と対数分散について一般化エントロピークラスのパラメータαにいくつかの値を与えつつ順序相関係数を求めることでパラメータを推定した。結果として、ジニ係数はタイル尺度$(\alpha = 1)$と同程度の重みづけを、対数分散は$\alpha = -0.5$の場合の一般化エントロピークラスの尺度と同程度の所得層への重みづけをしているとされ、どちらも$\alpha < 2$の範囲に含まれる値であることから比較的低所得層に重みづけをして異なる所得分配の間に順序を与えていることが示された。第２に、符号検定を用いて日本の所得不平等度に拡大の傾向があるか否かを低所得層に重みづけをしているパラメータ$\alpha < 2$を満たす一般化エントロピークラスの尺度を用いつつパラメータαにいくつか値を代入して分析を行った。その結果、低所得層に重みづけをしている尺度のうち中間層・高所得層の所得にも比較的依拠しつつ不平等を測定している尺度においてのみ傾向が観察されることが明らかになった。また、比較のために分析対象の範囲をバブル期を除いたものに限定した場合においても得られる結果には基本的には差が生じなかった。これらより、一般化エントロピークラスの尺度は所得不平等を分析するだけではなく、パラメータαを媒介としてある不平等尺度が重視する所得層を推定することや所得不平等度の傾向が観察される所得層を分析することが可能である。

本論文の分析によって、１９８５年から２０１３年にかけての日本の所得不平等度は低所得層においてより中・高所得層における変化によって拡大した可能性があることが示されたが、日本の所得不平等拡大の要因は高齢層の増加と単身世帯・２人世帯の増加によって主に生じているのであり中・高所得層の不平等度には大きな変化がみられないとする研究もある（大竹 2005）。今後は全体の傾向を分析することに加えて、加法分解性を利用して年齢別や世帯構造別などの要因ごとに分解をした上でどの要因が不平等度の変化に関して重要なものとなっているかを分析することが必要である。

参考文献

青木昌彦(1979)『分配理論　第２版』（経済学全集），筑摩書房

Atkinson, A. B. (1970) “On the Measurement of Inequality”, *Journal of economic theory*, Vol.2, pp.244-263.

Bourguignon, F. (1979) “Decomposable income inequality measures.” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, Vol.47, pp.901-920.

Cowell, F. (1980) “On the structure of additive inequality measures.” *The Review of Economic Studies* Vol.47, pp.521-531.

Cowell, F. (2011) *Measuring inequality*, Oxford University Press.

Cowell, F., and Kuga, K. (1981a) “Inequality measurement: an axiomatic approach.” *European Economic Review* Vol.15, pp.287-305.

Cowell, F., and Kuga, K. (1981b) “Additivity and the entropy concept: an axiomatic approach to inequality measurement.”, *Journal of Economic Theory*, Vol.25, pp.131-143.

Foster, J. E. (1994) “Normative Measurement: Is Theory Relevant?”, *American Economic Review*, Vol.84, pp.365-370.

Gini, C. (1912) *Variabilita e mutabilita*, Bologna

一森哲男(2011)「情報エントロピーと不平等指数について」『情報処理学会論文誌』，11 号，52 巻，pp.2984-2988.

Mizoguchi,T. and Takayama,N.(1984), *Equity and poverty under rapid economic growth*, Kinokuniya.

大竹文雄(2005)『日本の不平等　格差社会の幻想と未来』，日本経済新聞社

Ohtake, F. (2008) “Inequality in Japan”, *Asian Economic Policy Review*, vol.3, pp.87-109.

Sen, A. K. (1985) *Commodities and Capabilities*, Amsterdam, North-Holland　（鈴村興太郎訳『福祉の経済学　財と潜在能力』　岩波書店，1987年）.

Sen, A. K. (1997) *On Economic Inequality.*, expanded edition with a substantial annexe by James E. Foster and Amartya K. Sen, Oxford: Clarendon Press　（鈴村興太郎・須賀晃一訳『不平等の経済学』　東洋経済新報社，2000年）.

Shorrocks, A, F. (1980) “The class of additively decomposable inequality measures.” *Econometrica*, Vol.48, pp.613-625.

Shorrocks, A. F. (1984) “Inequality decomposition by population subgroups”, *Econometrica*, vol.52, pp.1369-1385.

Shorrocks, A. F. (1988) “Aggregation issues in Inequality Measurement” in W. Eichhorn, ed..

Shorrocks, A. F. and Foster, J. E. (1987) “Transfer sensitive inequality measures”, *The Review of Economic Studies*, vol.*54*, pp.485-497.

高山憲之(1974)「所得不平等の尺度:再検討」『国民経済』（国民経済研究協会），通号 131 号，pp.41-69.

橘木俊詔(1998)『日本の経済格差―所得と資産から考える』，岩波書店

橘木俊詔，浦川邦夫(2006)『日本の貧困研究』，東京大学出版会

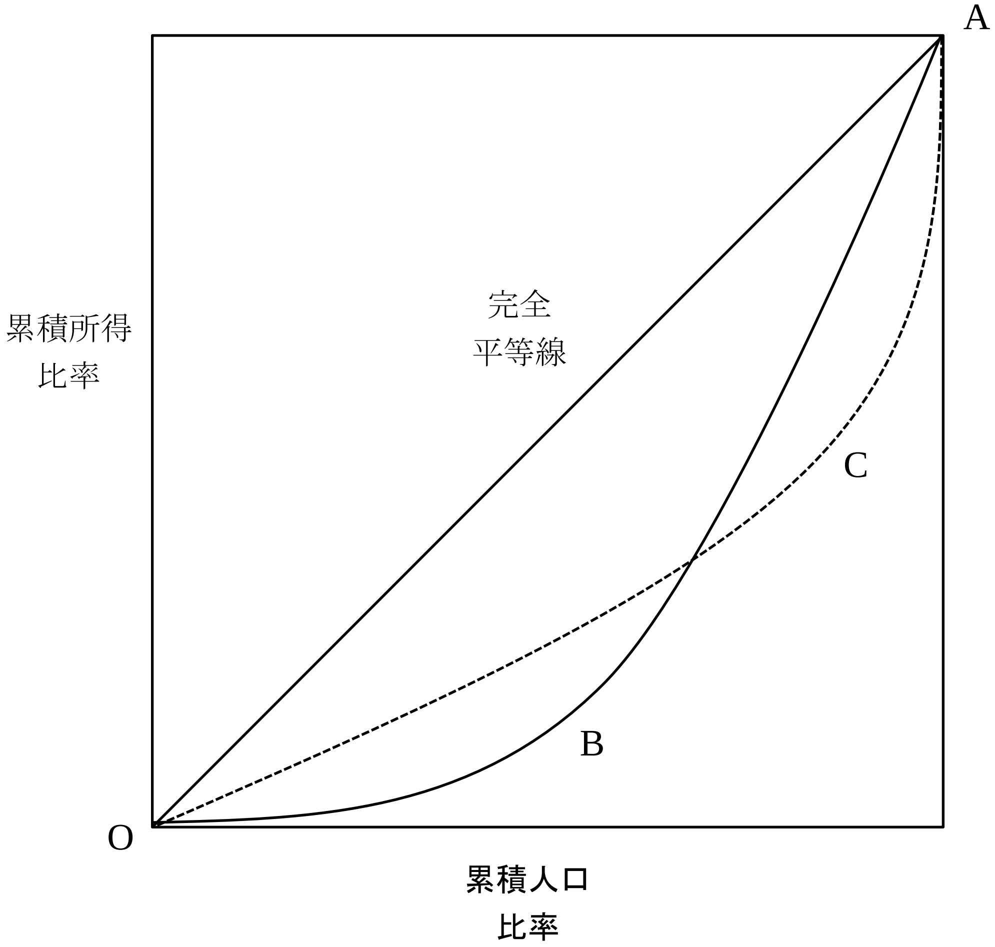
Tachibanaki,T.(2006) “Inequality and poverty in Japan”, *Japanese Economic Review*, vol.57, pp.1-27.

Theil, H. (1967) *Economics and information theory*, North-Holland, Amsterdam.

豊田敬(1996)「情報量と不平等尺度」『経営市林』（法政大学経営学会），３２号，４巻，pp.197-201.

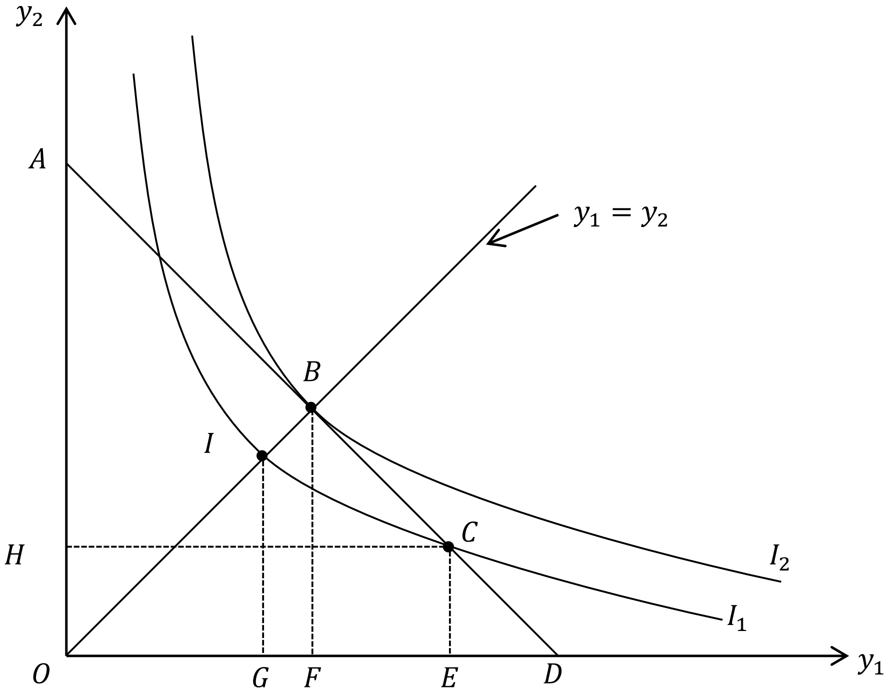
吉岡慎一(2008)「日本における所得分配の絶対的及び相対的不平等の計測：一般化ローレンツ曲線と基数型測度」『経済学論集』（西南学院大学学術研究所），１・２号，４２巻，pp.127-150

図１　ジニ係数とローレンツ曲線



出所：筆者作成

図2　アトキンソン尺度



出所：Sen(1997)