

Discussion Paper Series A No.599

ノーベル経済学賞2013年解題
――ファーマ、ハンセン、シラー教授の資産価格
の実証分析への貢献――

祝 迫 得 夫

2014年1月

Institute of Economic Research
Hitotsubashi University
Kunitachi, Tokyo, 186-8603 Japan

ノーベル経済学賞 2013 年解題

ファーマ、ハンセン、シラー教授の資産価格の実証分析への貢献

祝迫得夫（一橋大学経済研究所）*

平成 26 年 1 月 27 日

要旨

本稿では、2013 年のノーベル経済学賞を受賞した三人の研究者、ファーマ (Eugene F. Fama)、シラー (Robert J. Shiller)、ハンセン (Lars P. Hansen) の実証ファイナンスにおける功績を概観する。

(*) 本稿はもともと、2013 年 12 月 3 日に開催された、日本ファイナンス学会 第 23 回特別研究観望会において出席者に配布された資料論文である。今回の改訂に際しては、同会合にパネリストとして参加された久保田敬一教授（中央大学）、筒井義郎教授（大阪大学）、大垣昌夫教授（慶應義塾大学）の御三方の発言を大いに参考にさせて頂いた。また久保田教授には、私の当初の原稿についても詳しくコメントを頂いた。青野幸平准教授（京都産業大学経営学部）には、原稿全体を読んで著者の細かい間違い・思い違いを指摘して頂いた。以上の方々に深く感謝したい。無論、本論文に何らかの誤りが残っているとすれば、それはあくまで祝迫の責任である。

*〒 186-8603 東京都国立市中 2-1 一橋大学経済研究所; E-mail: iwaisako@ier.hit-u.ac.jp

1 効率的市場仮説 (EMH) の成立

ファイナンスに限らず経済学における進歩は、相対立する二つの学派の間の論争によって成し遂げられる傾向にあります。ファイナンス、特に株式市場に関する分析の場合、相対する学説の第一はマーケットは十分に合理的で、リスクを取らずに正の超過収益率をあげ続けるようなことができるような投資機会・投資戦略は存在しないという立場です。このような見解は、多くの場合「効率的市場仮説 (Efficient Market Hypothesis; 以下 EMH)」というフレーズで括られており、今回のノーベル賞受賞者の中ではファーマ (Eugene F. Fama) 教授がこの立場の代表者といえます。

EMH と対立する第二の学説は、マーケットは非合理的で、しかもしばしば経済全体に厄災をもたらす元凶となっているとする見方であり、この立場を代表する研究者がシラー (Robert J. Shiller) 教授です。「非合理」・「行動経済学」といった他のキーワードもあると思いますが、ここではシラー教授のような立場をよりよく反映させているということで、私が授業で学生に説明する時に使う「Nuts 仮説」という造語を使うことにします (Nuts というのは、夢中・熱狂的で半分イカれているというような意味合いのスラングです)。

1960年代は、現代に連なるファイナンスの学術研究の黎明期であり、この時期に EMH という形で後に括られる考え方が形成されていきます。その考え方の源流は、アインシュタインに先駆けてブラウン運動の考え方を定式化した、フランスの数学者 Bachelier (1900) のランダム・ウォークの議論にまでさかのぼりますが、より近年になって EMH の考え方を明確にした研究の一つは、サムエルソンの「正しく予想された (資産) 価格がランダムに変動することの証明」というタイトルの論文です (Samuelson 1965)。サムエルソンの論文は価格の変化分に関するものですが、ここでは後の議論との整合性から、ある資産の収益率 r について考えることにしましょう：

$$r_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} - 1 \quad (1)$$

ただし P_t は資産価格、 D_t はその資産を保有することから得られるキャッシュフローで、株式の場合は配当、債券ならクーポン支払い、不動産なら賃貸料にあたります。EMH のエッセンスは、競争的な資産市場においては、資産収益率の確率過程 $\{r_{t+1}, r_t, r_{t-1}, \dots, r_0\}$ はランダム・ウォークに従い、 t 期の情報を用いて r_{t+1} を予測するのは不可能だという主張です。¹EMH が成立している場合、資産収益率は

$$E_t[r_{t+1}] = \mu \quad (2)$$

$$r_{t+1} = \mu + \epsilon_{t+1} \quad (2')$$

という形で書くことができます。ただし μ は每期一定の期待収益率であり、 ϵ_{t+1} は平均ゼロの攪乱項です。この仮説を検証するための一番分かりやすい方法は、 t 期の任意の予測変数を用いて、 r_{t+1} が予測できないことを示すことであり、これは

$$r_{t+1} = \alpha + \beta X_t \quad (3)$$

¹ただし、投資家の期待効用最大化問題を明示的に考えた場合には、市場が競争的でも必ずしもランダム・ウォーク仮説が成立していないようなケースを考えることができます。この点については第 5 節で議論します。

という式を推計し、 β がゼロかどうかを検証することで可能です。

実際の分析に際しては、予測変数の X_t として何を用いるかが問題になります。ウィーク型と呼ばれる EMH では、 X_t は t 期およびそれより以前の資産収益率の情報です。セミストロング型の EMH では、 X_t は t 期に市場参加者が利用可能なあらゆる公的な情報を含みます。そしてストロング型の EMH では、 X_t はすべての市場参加者の私的情報までを含みます。

このような形での EMH の検証はファーマ教授の初期の重要な業績 (Fama 1963, 1965; Fama, Fisher, Jensen and Roll 1969) でもあり、彼の有名なサーベイ論文 (Fama 1970) に集約される 1960 年代末頃までの学界のコンセンサスは、どのような変数を X_t として用いたとしても r_{t+1} は予測できない、つまりウィーク型・セミストロング型の EMH が正しいという強固な実証的根拠が存在するというものです。正確には、わずかな予測可能性は発見されるが、取引コストを考慮に入れば十分な超過収益率を期待できるほど大きくはないと言うのが厳密な表現になります。

2 EMH への挑戦：分散制約検定

EMH の考え方は、1970 年代から 80 年代の初めにかけて二つの観点から挑戦をうけます。第一の挑戦は、情報の経済学の観点からペンシルバニア大学のサンフォード・グロスマン (Sanford Grossman) 教授がスティグリッツ (Joseph Stiglitz) 教授など行った理論研究でなされたものです (Grossman and Stiglitz 1980)。今回のノーベル賞とは直接関係ないので詳細な解説は省きますが、もしストロング型の EMH が成立していて、すべての市場参加者の私的情報が資産価格に反映されてしまうとすると、市場参加者は私的情報に基づいて収益をあげることができないので、そもそも取引引きを行わないことになってしまいます。しかし、そうなると私的情報は資産価格に反映されないで、市場は効率的ではなくなってしまう。グロスマンのパラドックスと呼ばれるこの議論はまるで禅問答のようですが、突きつめて行くと、ストロング型の EMH には厳密な理論的根拠はないということを意味します。より実際的なインプリケーションとしては、資産市場が価格による情報の伝達という意味で十分に効率的であるためには、市場は完全に効率的であってはならない、つまり合理性とは関係のないノイズ的な取引引きが行われている必要があるということを示唆しています。

EMH への第二の挑戦は、ファーマ教授たちの EMH の実証分析に真っ向から挑戦するものであり、その最初の波はシラー教授たち (LeRoy and Porter 1981; Shiller 1981a, 1981b, 1989) によって提唱された、分散制約検定 (variance bound test) と呼ばれる手法による検証です。この分析枠組みは資産価格評価に関する現在価値の考え方に基づいているので、その議論から始めることにします。まず t 期時点での (1) 式を資産価格 P_t についての式に書き直すと、以下のような表現を得ることができます。

$$P_t^* \equiv \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{1 + r} \quad (4)$$

株価の場合この式は、 t 期の株価の事後的な理論値 P_t^* (ファンダメンタルズ) が、割引率 r で割り引いて t 期時点の価値で評価した、 $t+1$ 期の株価と配当の合計の現在価値に等しいことを意味しています。さらに (4) 式の左辺を P_{t+1}^* で置き換えると、右辺は $t+1$ 期の株価の理論値になるので、その表現を (4) 式に代入すると、

$$P_t^* = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{P_{t+2} + D_{t+2}}{(1+r)^2} \quad (5)$$

となります。さらに P_{t+2}, P_{t+3}, \dots と代入を繰り返していくと

$$P_t^* = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^i D_{t+i} \quad (6)$$

という、将来の配当の流列の現在割引価値としての式を得ることができます。

D_{t+i} は実際に発生した事後的な配当の値ですので、 P_t^* は事後的な理論値であり、したがって実際の株価 P_t はその期待値になるはずです。

$$P_t = E_t [P_t^*] = E_t \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^i D_{t+i} \right] \quad (7)$$

そしてこの式の最初の等号は、(2)・(2') 式と同じように、

$$P_t^* = P_t + u_t \quad (8)$$

$$E[u_t | P_t] = 0 \quad (8')$$

と書き換えることができます。この式の両辺の分散を計算すると、(8') 式の仮定から P_t と u_t の共分散はゼロなので、

$$\text{Var}(P_t^*) = \text{Var}(P_t) + \text{Var}(u_t) \quad (9)$$

$$\text{Var}(P_t^*) \geq \text{Var}(P_t) \quad (10)$$

という関係式を得ることができます。(9) 式から (10) 式を導くにあたっては、 $\text{Var}(u_t) \geq 0$ であることを利用しています。つまり株価の事後的な理論値 P_t^* の分散は、その期待値である実際の株価 P_t の分散よりも大きくなるはずですが、

ファンダメンタルズ値の P_t^* は事後的な配当から計算されるので、その変動の大きさは配当の変動の大きさに比例するはずですが、ところが実際のデータで株価と配当の分散を比較すると、圧倒的に前者の分散が大きいことが明白です。したがって (10) 式の分散の不等号はデータ上は逆にっており、そのことを持ってシラー教授たちは、「株価の変動の大きさは合理的な投資家の行動では説明できない」ので、「nuts 仮説」をサポートする実証結果が得られたという議論を展開しました。

しかしその後の研究で、統計学的な視点からは、シラー教授たちの分散制約検定には大きな問題点があることが分っています。シラー教授たちの論文は1970年代の末に書かれていますが、それとほぼ同時期に、統計学・時系列分析の分野でいわゆる非定常性（単位根）の問題が厳密な形で議論されるようになりました。しかしその影響が、経済学やファイナンスの分野に及ぶまでには少し時間がかかりました。その後のKleidon (1986) や Marsh and Merton (1986) などの論文で明らかにされたように、(10) 式の不等号が成立するためには、株価や配当が無条件の平均を持つ定常 (stationary) な変数である必要があります。しかし実際のデータ上は、株価や配当は非定常な変数 (non-stationary) であると考えた方が妥当であり、したがって (10) 式の分散の大小に関する不等号はそもそも理論的に成立していないということになります。

3 EMH への挑戦：予測可能性の探求

このように EMH への当初の挑戦は、純粋に科学的な視点からは失敗でした。しかしその挑戦が、一時的にせよ EMH の牙城を大きく揺るがせたことには違いありません。その後のシラー教授は、後に「行動経済学 behavioral economics」と呼ばれるようになる学問的視点から、投資家へのサーベイ調査などの方法によって、「nuts 仮説」の考え方に基づく分析を進めて行きます (Akerlof and Shiller 2010; Shiller 1984, 1987, 1988, 2000; Shiller, Kon-Ya, and Tsutsui 1991, 1996 Shiller and Pound 1989)。

その一方で、1980年代に入ってから資産価格論の実証研究は、シラー教授に加えて、ハーバード大学のキャンベル教授 (John Campbell) や MIT のロー教授 (Andrew Lo)、さらには後に財務長官になったハーバードのサマーズ教授 (Laurence H. Summers) などを中心として、資産収益率の予測可能性の検証という形で発展して行きます (Lo and MacKinlay 1988, Summers 1986)。膨大なこれらの研究の中で、以下では Campbell and Shiller のファイナンシャル・レシオを使った予測回帰式 (predictive regression) による検証に焦点をあてて、そのエッセンスの紹介を試みることにします。

まず (6) 式に戻り、配当が毎期一定の成長率 g で増加していくという仮定をおきます。すると「成長するパーペチュイティ」もしくは「ゴードン型価格評価式」と呼ばれる、以下のような、単純化された株価の理論式が導かれます。

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{r - g} \quad (11)$$

この式を変形すると、株価と配当の比率に関する次のような式が得られます：

$$\frac{P}{D} = \frac{1}{r - g} \quad (12)$$

この右辺の分母は、長期的な株式の期待収益率と配当の期待成長率の差であり、ともに定常な変数なので、右辺自体も定常であると考えられます。ということは左辺の株価 / 配当比率も定常であり、長期的な平均水準の周りを確率的に上下していることを示唆しています。

以上では D を配当だとして議論しましたが、企業のキャッシュフローに相当する他の変数、たとえば企業収益を D を表わす変数として用いることができます。その場合の (12) 式の左辺は、株価収益比率 (PER) と呼ばれる変数に相当します。株価 / 配当比率や PER はファイナンシャル・レシオ (financial ratio) と総称されている変数ですが、インターネットの株価情報などでも売買の目安の指標として情報が提供されています。一般には、配当や収益と比較した企業の株価水準が歴史的な平均よりもかなり高い (低い) 場合には、その株式は過大 (過小) 評価されていると考えられるので売却 (購入) すべきだということになります。

マーケット全体についての議論としては、ファイナンシャル・レシオが歴史的な平均よりも大きく上方に乖離しているような状況は、資産価格にバブルが発生している状況証拠とみなすことができます。例えば、かつて野口悠紀雄教授はバブル経済期の日本の地価高騰について、不動産の価格と賃料の比の歴史的な変遷を見ることで、1980 年代末はやはりバブルであったという議論を展開しました。またシラー教授は最近、現在の米国の株価水準について PER の水準が高過ぎるので、既に過大評価に陥っているという議論をしています。Campbell and Shiller の一連の研究でもそうですが、このような分析においてシラー教授は、循環的な企業収益の変動を調整するために長期平均を取った、CAPE (cyclically adjusted price-to-earnings ratio) と呼ばれる修正された PER を使っています。このような議論についてペンシルバニア大学のシーゲル教授 (Jeremy Siegel) は、シラー教授の CAPE の計算が上方にバイアスがかかっており、より正しい計算に基づく PER の指標によれば、米国の株価は適正な水準にあるという批判を行って、Financial Times 紙上などで二人の間の論争が繰り広げられています (Authers 2013)。

ファイナンシャル・レシオについての説明が少し長くなりましたが、ここまでの議論を前提とすると、(3) 式の EMH のテストの枠組みで、将来の資産収益率をファイナンシャル・レシオを用いて予測するというアイデアが自然に出てきます。

$$r_{t+1} = \alpha + \beta(P/D)_t \quad (13)$$

一方先ほど述べたように、株価 P と配当 (もしくは企業収益) D はそれぞれに非定常な変数だということが知られていて、その一方で (12) 式のように両者の比率 P/D が安定的であるということは、統計学的には両者の間に共和分 (cointegration) 関係があることを意味します (Engle and Granger, 1987)。したがって (13) のような予測回帰式は、統計学的な視点から見ても非常に自然なアプローチです。(13) 式を、期待収益率が時間を通じてゆるやかに変化することを許容する形に拡張して実証を行ったのが、1980 年代後半の Campbell and Shiller (1987, 1988a, 1988b) の一連の研究であり、その中では米国のデータについてファイナンシャル・レシオが実際に将来の株式収益率を予測するという結果が得られています。

この分野については、私自身も日本のデータで研究を行っているので、より最近の研究の発展について少し付け加えておきます。実際のデータでは、 P/D の変動の大部分が P の変動によって引き起こされているため、ファイナンシャル・レシオを用いた予測回帰式の統計的推論には困難が伴います。第一に、 P/D の動き自体に強い系列相関があるので、いわゆる near-unit root の問題が

発生します。第二に、被説明変数の収益率と右辺の攪乱項の間に相関が発生するので、それが β の推計値に関して上方バイアスを生み出し、予測可能性を過剰に発見するような傾向を生み出します (Stambaugh 1999)。これらの問題を厳密に扱った最近の研究としては Lewellen (2004)、Campbell and Yogo (2006)、Cochrane (2007) を、日本のデータへの応用としては Aono and Iwaisako (2010, 2011) を見て下さい。

4 株式収益率のクロスセクションのアノマリー

ファイナンスという学問は、その成り立ちからして経済学の他のどの分野よりも理論と実証分析の間の相互の影響が大きい分野です。例えば、1990年にノーベル経済学賞を受賞したマーコビッツ教授 (Harry Markowitz) は、より高いリターン (期待収益率) とより低いリスク (分散) を選好するような投資家を念頭に、多数の株式銘柄をどのように組み合わせれば、もっとも効率的な資産構成を達成できるかという問題を数学的に厳密に分析しました (Markowitz 1952, 1959)。しかし現在、「平均 = 分散分析」と呼ばれるマーコビッツ流のポートフォリオ選択の議論は、マーケットで取り引きされている銘柄すべてについての共分散行列の逆行列を計算するという作業を伴うので、パソコンや Excel などというものが影も形も無かった 1950 年代末のテクノロジーでは非常に困難な計算を伴うものでした。

そこで、マーコビッツ教授と同じ年にノーベル賞を受賞したシャープ教授 (William F. Sharpe) は、幾つかの経済理論から導かれる前提をつけくわえることで、マーコビッツの問題をマーケット・ポートフォリオと各銘柄の共分散の計算の問題に帰着させ、そこで得られた関係式を期待資産収益率の決定理論として用いることを提唱しました (Sharpe 1964)。それが資本資産価格モデル (Capital Asset Pricing Model)、いわゆる CAPM と呼ばれる以下の関係式です：

$$E[r_i] - r_f = \beta_{M,i}(E[r_M] - r_f) \quad (14)$$

ただし $\beta_{M,i} = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$

この式は、銘柄 i の安全資産利子率に対する期待超過収益率が、マーケット・ポートフォリオの期待超過収益率にその銘柄のベータ $\beta_{M,i}$ をかけたものに等しくなることを意味しています。 $\beta_{M,i}$ は、マーケット・ポートフォリオと各銘柄の共分散 ($\sigma_{i,M}$) を基準化したものなので、銘柄 i の分散が大きく、またマーケット・ポートフォリオとの相関が高いほど、その銘柄の期待収益率は高くなります。また、右辺のマーケット・ポートフォリオの期待超過収益率はすべての銘柄に共通しているので、(14) 式は各銘柄のベータと期待超過収益率の間には、正の比例関係があることを意味します。これはファイナンスの教科書で、「証券市場線 (Security Market Line)」と呼ばれているインプリケーションです。

超過収益率を $er_i \equiv E[r_i] - r_f$ 、 $er_M \equiv E[r_M] - r_f$ と定義すると、実証上は以下のような単純な回帰式を推計することで、(14) 式の妥当性を検証することができます。

$$er_{i,t} = \alpha_i + \beta_{M,i}er_{M,t} + \beta_{z,i}Z_t \quad (15)$$

ただし Z は、マーケット・ポートフォリオ以外のすべての銘柄に共通する任意の説明変数で、ファイナンスの用語では一般的に「リスクファクター」という呼び方をされます。もし、CAPM が正しければ $\alpha_i = 0$ と $\gamma_i = 0$ となるはずなので、統計学的にはその検証は比較的簡単なものです。²

一方、現実の株式市場では長年に渡り、CAPM では説明できない二つのアノマリー（合理的に説明できない現象）の存在が指摘されてきました。その第一は「企業規模効果」もしくは「小型株効果」と呼ばれるもので、株価総額で測った企業規模が小さい企業の株式のパフォーマンスが、CAPM のフレームワークで予想される収益率を継続的に上回るパフォーマンスをあげる傾向にあることを指しています。第二のアノマリーは、「簿価 / 株価効果」と呼ばれるもので、企業の会計上の価値である簿価 (book value) に比した株価が高い銘柄ほど、継続的にパフォーマンスが低い傾向にあることを指すものです (Banz 1981; Berk 1995; Rosenberg, Reid, and Lanstein 1985; Statman 1980)。

これらのアノマリーの存在を EMH に近い立場で実証分析に取り入れたのが、ファーマ教授が 1990 年代初頭にフレンチ教授との共同研究において提唱した、現在では「Fama-French の 3 ファクター・モデル」と呼ばれている考え方です (Fama and French 1992, 1993, 1995)。彼らはまず、全株式銘柄を上述の「企業規模」と「簿価 / 株価比率」という二つの基準でグループ分けし、その基準に基づいて（典型的には各基準について 5 個ずつ、合計 $5 \times 5 = 25$ 個の）ポートフォリオを構築します。その上で、小型株ポートフォリオのリターンから大型株ポートフォリオのリターンを引いた SMB (small-minus-big) と、簿価 / 株価比率の高いポートフォリオのリターンから低いポートフォリオのリターンを引いた HML (high-minus-low) という、二つのリスク・ファクターを作成します。マーケット・ポートフォリオに、この二つの追加的なファクターを加えた以下のような資産価格モデルが、Fama-French の 3 ファクター・モデルです。

$$er_{i,t} = \alpha_i + \beta_{M,i}er_{M,t} + \beta_{SMB,i}SMB_t + \beta_{HML,i}HML_t \quad (16)$$

ファーマ教授とフレンチ教授は、このような定式化が CAPM をはるかに上回るパフォーマンスことを示し、1990 年代半ば以降、Fama-French モデルは、株式収益率のクロスセクションに関する実証研究が参照すべきベンチマークとしての地位を確立しました。

Fama-French モデルの有用性は、米国のデータだけに限定されるものではありません。表 1 には同じ期間の米国と日本のデータを使い、「企業規模」と「簿価 / 株価比率」それぞれ 5 段階ずつにグループ分けしたポートフォリオの平均リターンが示されています。米国のデータで、一番規模の小さい 5 個のポートフォリオと一番大きい 5 個のポートフォリオの収益率の差の平均を取ると 3.67% で、一番簿価 / 株価比率の高い 5 個のポートフォリオと一番低い 5 個のポートフォリオの収益率の差の平均は 5.17% です（ただし戦前のデータまで含めると、規模別の差は 8% 以上になります）。一方、日本のデータでの規模別での収益率の差は 4.02%、簿価 / 株価比率別での収益

²より正確には、CAPM の検証でも後から述べる Fama-French モデルの検証でも、推計されたベータと平均収益率の相関関係をテストする方が、より一般的な検証方法です。詳しくは Fama and MacBeth (1973)、Cochrane (2005) の Chap.12 ~ 15 などを参照してください。

率の差は 8.78% になります。したがって、特に簿価 / 株価比率に関して言えば日本の方が収益率の差はより顕著であり、世界各国のデータを見ても HML ファクターの説明能力が統計的に有意に高い点に関しては、共通する結果が得られています (Chan, Hamao, and Lakonishok 1991; Fama and French 1998; Jagannathan Kubota, Takehara 1998)。

Fama-French モデルに対しては批判もあります。彼らが提案した、SMB と HML という二つのファクターには、CAPM のマーケット・ポートフォリオについてのような明確な経済学的理論づけがあるとは言えません。ファーマ教授達は、二つの追加的なファクターがマーケット・ポートフォリオだけでは捉えきれない他のリスク要因を反映しているのだという、あくまで投資家の合理性を前提とした説明を与えています。しかし、フィッシャー・ブラックのような正統的な新古典派に属する立場の人は、厳密な理論モデルの欠落という点から、その妥当性について懐疑的な見方を示しています (Black 1993)。そのため近年では、Fama-French モデルより強固な理論的基礎を持ち、少なくとも同程度の説明力を持つとされる様々な資産価格モデルが提案されています (例えば Jagannathan and Wang 1996; Lettau and Ludvigson 2001)。

逆に行動ファイナンスのような、新古典派的なファイナンスの理論分析を真っ向から批判する、いわば過激派の立場からの批判も行われています。(15) 式の CAPM でも (16) 式の Fama-French モデルでも、市場で取引されているすべての株式の個別銘柄の収益率の変動は、共通するリスクファクターの変動によって決まっています。厳密な議論に立ち入るだけの時間はありませんが、資産収益率の決定がこのような式によって記述できるためには、いわゆる「無裁定条件 (no arbitrage condition)」が成立している必要があります (Ross 1976, 1978)。これは、後でハンセン教授の業績について議論する際にも出てくる、非常に重要な仮定です。

無裁定条件が成立していない場合、例えば以下のような式を推計することが考えられます：

$$er_i = \alpha_i + \beta_{M,i}er_{M,t} + \beta_i Z_{i,t} \quad (17)$$

この式で資産収益率の変動の背後にあるのはマーケット・ポートフォリオと、もう一つの説明変数である $Z_{i,t}$ ですが、添字の i が増えていることから分かるように、 $Z_{i,t}$ は個々の銘柄・ポートフォリオごとの変数であり、例えば個別銘柄の企業規模や PER が該当する変数の例です。Lakonishok, Shleifer, and Vishny (1994) や Daniel and Titman (1997) などは、このようなモデルを推計して個々の銘柄・ポートフォリオについての変数とその銘柄・ポートフォリオの収益率を説明していることを示唆する分析結果を示したうえで、それを投資家の行動が必ずしも合理的でないこと、すなわち「Nuts 仮説」の証拠だという解釈を示しています。以上のように、確かに保守派・過激派のどちらからも批判はあるのですが、それでも、いずれの勢力も Fama-French の牙城を崩すには至っていません。

5 資産収益率の経済学的分析とその実証

ファーマ教授とシラー教授は、新古典派ファイナンスのパラダイムを構築した人物とそれに対する批判の急先鋒ですが、ある意味で同じ土俵の上で議論をしてきた研究者です。Bloombergによると、MITのソロー教授はこの二人について、「Yankees と Red Sox に同時に賞をあげたようなもの」という、いかにも米国人らしい解説をしたそうですが、もう一人の受賞者であるハンセン教授 (Lars Peter Hansen) の業績は質的にかなり異なっています。

EMHを巡る、(2)・(3)式のような定式化・予測式の潜在的な問題点は、それが平均的な株式収益率の水準 μ の決定について、何も情報をもたらしてくれないことです。これに関しては、より具体的なミクロ経済学的な構造を仮定したモデルを用いて分析することが可能です。多期間の消費からの効用を最大化するような代表的個人 (= 投資家) を想定した場合、以下のような最適化条件を得ることができます：

$$\begin{aligned} \max U(C_t, C_{t+1}) &= u(C_t) + E_t [\delta u(C_{t+1})] \\ \implies E_t \left[\delta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)} \cdot (1 + r_{t+1}) \right] &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

各期の効用についてパワー型 (CRRA 型) 効用関数 $u(C) \equiv C^{1-\gamma}/(1-\gamma)$ を仮定し、さらに $R_{t+1} \equiv 1 + r_{t+1}$ 、 $CG_{t+1} \equiv C_{t+1}/C_t$ と変数を置きかえると、(18) 式は以下のように書き換えられます。

$$E_t \left[\delta CG_{t+1}^{-\gamma} \cdot R_{t+1} \right] = 1 \quad (19)$$

この式は、消費の成長率 $CG_{t+1}^{-\gamma}$ と金融資産の収益率 R_{t+1} についての非線形の関係式ですが、消費のデータを所与として、資産収益率に焦点をあてて議論する場合には、「消費資産価格モデル (consumption-based asset pricing model)」という呼び方をされています (Breedon 1979; Lucas 1978)。また、このモデルの重要なインプリケーションの一つは、第1節で述べたようなランダム・ウォーク仮説が成立する理論的な必然性はないということです。例えば、消費の成長率が CG_{t+1} が時間を通じて予測可能な形で変化している場合、ランダム・ウォーク仮説が棄却されたとしても、それは少なくとも投資家の合理性とは矛盾しません (Lucas 1978)。

消費資産価格モデルを推計する最も一般的な方法は、ハンセン教授によって定式化された、GMM (generalized method of moments; 一般化積率法) と呼ばれる方法を用いることです (Hansen 1982)。最初に少し、より一般的な形で GMM での推計に記述しておきましょう。いま x_t をデータ変数 (上記の例では $\{CG_t, R_t\}$)、 b を推計したいパラメータ (上記の例では $\{\delta, \gamma\}$) で表わすものとする、まず x_t と b の関係から、以下のような積率条件を満たす関数形 $f(x_t, b)$ を導出します：

$$E[f(x_t, b)] = 0 \quad (20)$$

このような積率条件のデータ上の対応物は、以下のように表現されます。

$$g_T(b) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(x_t, b) \quad (21)$$

実際の推計では $g_T(b)$ を使って二次形式を作り、 $g_T(b)$ を最小化するような推計値 \hat{b} を数値計算によって求めます。消費資産価格モデルの例では、(18) もしくは (19) 式の両辺から 1 を引けば、すぐに (20) 式の積率条件を作れることは明白です。また GMM のもっとも初期の応用例は、Hansen 教授が Singleton 教授とともに行った、(19) 式のような消費資産価格モデルの推計です (Hansen and Singleton 1982, 1983)。

では、このようなより厳密な経済学的モデルに基づいた資産価格モデルは、単純な EMH や CAPM・Fama-French モデルに比べてより優れているのでしょうか？ 問題はそこまで単純ではありません。ここでは議論を端折っていますが、(18) 式の理論モデルを (19) 式のような具体的な推計に持って行くには、その背後で非常に多くの仮定が置かれています。例えば、家計の効用関数がパワー型である必然性はありません。また Hansen and Singleton のような初期の消費資産価格モデルの実証研究では、消費のデータとして非耐久財・サービスの総消費データを用いていますが、そのような推計を正当化するにあたっては、代表的個人の想定に問題がないことが暗黙のうちに仮定されています。また季節性があったり、計測誤差があたりと、消費のデータは資産収益率のデータに比べると、はるかにノイズの多いデータです。結論から言うと、(19) 式のような関数形を仮定して、集計された消費データで実証分析を行った Hansen and Singleton の初期の研究は、消費資産価格モデルの妥当性についてかなり否定的な結果を得ています。

GMM の計量経済学的な側面については、もっと多くのことを述べることはできますが、以下ではファイナンスへの応用に絞ってもう少し議論を行うことにします。まず $m_{t+1} \equiv \delta CG_{t+1}^{-\gamma}$ と書くことにし、(18) 式を

$$E_t [m_{t+1} R_{t+1}] = 1 \quad (22)$$

という少し抽象的な表現で書き直すことにします。ここでの m_{t+1} は、今日、ファイナンスやマクロ経済学でも「確率割引ファクター (stochastic discount factor; SDF)」と呼ばれている変数であり、ファイナンスではプライシング・カーネルという呼び方もされます。

このような SDF を用いた表現は、ファイナンス研究の文脈では次のような意味で非常に重要です。まず (22) 式は、あたかも R_{t+1} がマーケットポートフォリオのリターンであるかのような印象を与えますが、実際はすべての個別銘柄・ポートフォリオ $R_{i,t+1}$ について、(22) 式が満たされていなければなりません。したがって (22) 式を満たす m_{t+1} は、市場で取引されているすべての資産について共通でなければいけないことがわかります。さきほど (17) 式についての議論の中で、「無裁定条件が満たされていれば、すべての株式の収益率の変動は共通するリスクファクターの変動によって決定される」ということを述べましたが、(22) 式の SDF による表現はこれと全く同じ条件を満たしています。

いまある市場に資産が I 個 ($i = 1, 2, \dots, I$) あるものとし、資産価格モデルが $\{f_{1,t}, f_{2,t}, \dots, f_{N,t}\}$ という、すべての資産に共通な N 個のリスクファクターの線形関数として書けるものとします。

$$r_{i,t} = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}f_{1,t} + \beta_{2,i}f_{2,t} + \dots + \beta_{N,i}f_{N,t} \quad (23)$$

また、同じリスクファクターに対応する SDF 表現を

$$\begin{aligned} E_t [m_{t+1}(1 + r_{i,t+1})] &= 1 \\ m_t &\equiv \delta_0 + \delta_1 f_{1,t} + \delta_2 f_{2,t} + \dots + \delta_{N,i} f_{N,t} \end{aligned} \quad (24)$$

と書くものとします。

厳密な議論に立ち入ることは避けませんが、1970年代半ばにロス教授 (Ross 1976, 1978) は、無裁定条件が満たされていれば、(23) 式と (24) 式は同じ問題になることを証明しました。別の言い方をすると、(23) 式の回帰式の形の資産価格モデルと (24) 式の SDF 表現は、ミクロ経済学で言う双対性 (duality) の関係にあります。例えば Cochrane (2005) の大学院向けの教科書の前半の理論部分は、様々な例をあげながら、両者が同値であることを詳細に説明しています。

では、収益率についての回帰式ではなく、SDF 表現を GMM を用いて推計することにどのようなメリットがあるのでしょうか？ その最大の理由は、GMM を用いることで問題が非常に簡単になるからです。すなわちどのような資産価格モデルであっても、まずモデルを SDF 表現の形で表現し、モーメント条件 $g_T(b)$ を作ります。その上で、 $g_T(b)$ の二次形式を数値的に最小化することで \hat{b} を求め、さらに何らかの方法でその標準誤差を計算すればいいのです。これに対して、消費資産価格モデルの例で GMM ではなく最尤法を用いるとしたら、(i) 消費と (ii) 資産収益率の確率過程のモデルを特定し、さらに (iii) 両者の同時分布を特定化する必要があります。これは消費のようにノイズや系列相関の大きいデータを含む場合には非常に困難な問題になりますが、GMM なら余分な仮定を置くことなく、1ステップでモデルを推計することができます (Cochrane 2005)。

ただし、二つの定式化は同じ問題を異なった形で表現しただけですので、資産価格モデルの回帰式と、その SDF 表現を GMM によって推計した結果は、原理的には常に同じになるはずですが、またサンプル数が限定されている状況で、GMM の推定値がどのような振る舞いをするかはさほど自明ではないので、実際には (23) 式の資産価格モデルの推計の方が優れているという議論をする研究者もいます (例えば、Lettau and Ludvigson 2001 を参照)。

このようにハンセン教授は、消費資産価格モデルや SDF 表現そのものを開発した訳ではありませんが、それらを推計するのに適した GMM と呼ばれる計量経済学的手法を開発することで、それまで分析の難しかったモデルを実証分析の俎上にのせることに貢献し、結果として 1980 年代以降のファイナンスの実証分析の発展に大きな役割を果たしました。

6 資産価格モデル評価の計量的枠組み

(24) 式を実証しようとする場合、推計された SDF \hat{m}_t は観察値がサンプル期間の数 T だけある 1 変数の確率過程の実現値です。一方、 R_t は同じく観察値が T 個ある、 I 種類の資産の収益率のデータです。したがって、特定のリスクファクターの関数としてあらかじめ \hat{m}_t を定式化するのではなく、逆に R_t の事後的なデータから無裁定条件を完全に満たす m_t^* の系列を求めることができます。ただし、データから得られる m_t^* が一意に定まる保証はないので、その集合を大文字で M^* と表わすことにしましょう。もし $\hat{m}_t \in M^*$ なら、 \hat{m}_t に対応する資産価格モデルは無裁定条件を満たしていることになります。もし満たしていない場合は、その乖離の程度を測ることによって、その資産価格モデルのあてはまりのよさを判断することができます。

ハンセン教授とジャガナサン教授は、1990 年代の一連の業績で \hat{m}_t と M^* の距離に関する二つの測度 (norm) を提案しています。³ 第一の測度は、 m_t そのものの平均と分散です。これは一見、非常に抽象的な測度のように思われるかもしれませんが、(18) 式からわかるように m_t の変動は t 期と $t+1$ 期の限界効用の比の変動であり、(19) 式で言えば消費の成長率の変動ですから、平均が同じなら m_t の変動が小さい方が家計の厚生はより高くなります。

Hansen and Jagannathan (1991) などの分析によれば、実際のデータを用いて無裁定条件を満たす M^* を計算すると、(19) 式の消費資産価格モデルに対応するような \hat{m}_t よりも、はるかに分散が大きくなります。ということは、実際の $\hat{m}_t(GC_t)$ の分散は低すぎるという言い方もできますが、逆に現実の GC_t の分散を所与とすれば、平均的な株式の超過収益率すなわち株式のリスク・プレミアムが高すぎると言うこともできます。Hansen and Singleton の初期の実証分析が消費資産価格モデルを棄却したことについて、後者のような経済学的解釈を与えたの Mehra and Prescott (1985) の研究です。

また Hansen and Jagannathan (1991) は、 M^* の分散の下限を与える m^* の標準偏差と平均の比 ($\sigma(m^*)/E(m^*)$) が、平均 = 分散分析の文脈で言うシャープ比 (Sharpe ratio)、すなわちあるポートフォリオの平均と標準偏差の比 ($E(er^*)/\sigma(er^*)$) に一致することを示しており、これは今日のファイナンス研究の中で、Hansen and Jagannathan bound と呼ばれている性質です。ということは、 m^* の分散は \hat{m}_t よりもずっと高いのでより高いシャープ比を持つこと、すなわち消費資産価格モデルを使うより、無裁定条件を満たす m^* をプライシングに使うことで、よりよいリスクとリターンのトレードオフを達成できることを意味しています。⁴

一方、Hansen and Jagannathan (1997) の分析では、 \hat{m}_t にどれだけ修正を課せば M^* に含まれるようになるかという問題を考え、最小の修正の程度を Hansen-Jagannathan 距離という測度と

³以下の議論に関する日本語のより詳細な解説としては、祝迫 (2001) を参照。

⁴シラー教授は先駆的な業績 (Shiller 1982) において、消費資産価格モデルの実証結果について、事実上、Mehra and Prescott の「株式プレミアム・パズル」と同じ解釈を既に示しています (Cochrane 2005, p.481)。また、同じ論文の中で、今日 Hansen-Jagannathan bound と呼ばれている不等式が初めて導出されていることは、Hansen and Jagannathan (1991) の中でも明確に書かれています。一方で、1980 年代後半以降のシラー教授本人は、消費資産価格モデルに関する研究をまったく止めてしまっています。

して定義しています。ところが Hansen-Jagannathan 距離は、各資産の収益率の分散で標準化された、 \hat{m}_t によるプライシングの平均二乗誤差 (mean squared errors) に一致します。ということは、Hansen-Jagannathan 距離がゼロであれば、そのモデルのあてはまりはパーフェクトであり、事後的なデータから見て無裁定条件が完全に満たされていることとなります。このため幾つかの実証研究では、SDF 表現の GMM 推計によって得られた Hansen-Jagannathan 距離を、回帰式で資産価格モデルを推計した際の決定係数 R^2 と同じような形で、特定のモデルのあてはまりの良さの尺度として用いています (Jagannathan and Wang 1996, Lettau and Ludvigson 2001)。

ハンセン教授のこれらの業績と SDF を用いた資産価格モデルの定量的評価は、まだ一般のレベルではあまり馴染がないかもしれません。しかし、欧米の大学院のファイナンスの教育では、完全にスタンダードなツールになっています (Back 2010; Cochrane 2007)。

7 おわりに

さて最後に、ここまで紹介してきたファーマ、シラー、ハンセンという三人のノーベル経済学受賞者の業績を、どう位置づけるかという問題が残っています。ファーマとシラーについては、冒頭および第 5 節の最初に述べた位置づけが、かなりの程度まで妥当だと考えられます。すなわち経済学の他の領域と同じく、ファイナンスも EMH と「Nuts 仮説」という二つの相対立する学説の間の論争によって大きく発展してきたという歴史的経緯があり、二人はそれぞれの学説・立場を代表する研究者といえます。

ただしファイナンスにおける二つの学説の関係は、例えばマクロ経済学などとは大きく異なっています。すなわちファーマ教授や故マートン・ミラー教授、ロス教授、シャープ教授等を中心とした新古典派ファイナンスもしくは EMH は、今日でもファイナンスのアカデミックな研究の中で、非常に強固なパラダイムを形成しています。ジャーナリスティックな論評で「EMH は崩壊した」などと言う人がいたとしても、実際には大して動揺している訳ではありません。これに対しシラー達の「Nuts 仮説」は、新古典派パラダイムの建設的・健康的な批判者であり、それによってかわるような新たなパラダイムを構築・提示してきた訳ではありません。その意味では、ファーマはヤンキースもしくは巨人であり、シラーはレッドソックスもしくは阪神であって、その逆ではあり得ません。

無論、シラー達の批判を受けて、新古典派ファイナンス / EMH のパラダイム自体も、その中身自体は大きく変化してきており、特にリーマンショック以降は、ある種の投資家の非合理性やノイズトレーダーの存在を前提としたモデルや実証分析が増えてきています。もう少し別の言い方をすると、ファイナンスの研究者の立場からは、「行動経済学」と「行動ファイナンス」は似て非なるものです。行動経済学の分析の典型的な戦略は、経済主体の行動の非合理性を検証し、そこから政策的インプリケーションを導くというものです (Thaler and Sunstein 2008)。これに対して、ファイナンスにおける資産価格モデルは一般均衡モデルです。一方に非合理的な投資家 = ノイズ

トレーダーがいて、他方に合理的な投資家 (arbitrators) がいる時に、後者はノイズトレーダーの非合理性を利用して利潤をあげるので、ノイズトレーダーは市場に長い間生き残れないし、市場全体に大きな影響を与えられないはず。これは、少なくともミルトン・フリードマンの古典的なエッセイにまで遡る議論です (Friedman 1953)。

したがって、非合理的な経済主体がいることを議論の前提におくのは構いませんが、彼らの行動がなぜマーケット全体の行動に影響を及ぼし得るのかを、合理的に説明する必要があります。そのため、1990年代以降の行動ファイナンスの学術研究は、合理的な投資家の裁定行動 (arbitrage) を阻害するような要因に焦点をあてており、その多くは空売り制約やポートフォリオ・マネージャーの報酬制度のような制度的要因を念頭に分析を行っています。その意味で、近年の行動ファイナンスの研究の本質は、「ノイズトレーダー + 合理的投資家の裁定の限界 (limits of arbitrage)」の議論 (DeLong, Shleifer, Summers, and Waldmann 1990a, 1990b; Miller 1977; Harrison and Kreps 1978; Hong and Stein 1999; Shleifer 2000; Shleifer and Vishny 1997) です。経済実験や社会心理学の知見を引用して非合理的な投資主体の行動を記述してみせただけでは、新古典派ファイナンスの立場を否定したことにはなりません。⁵

さらに言えば、シラー教授自身は、金融イノベーションの進展そのものについて驚くほど肯定的かつ楽観的な見方をしています。例えばシラー教授は、1980年代にカール・ケース (Karl E. Case) 教授達と一緒に、中古の住宅の売買価格に基づいた米国の住宅価格指数を開発し、その後、会社を設立してデータを一般向けに公表するようになりました。ケース=シラー住宅価格指数と呼ばれるこのデータの作成事業は、現在では大手の金融情報ベンダーに買収され、S&P ケース=シラー住宅価格指数として発表されています。ケース=シラー住宅価格指数は非常に重要な経済指標の一つであると見なされるようになっており、またこの指数の先物やオプションも取引引きされるようになってきました。シラー教授の最大の主張は、より多くの一般の人々がケース=シラーのようなファイナンス情報に容易にアクセスできるようになり、またそれを活用できるだけの必要最低限の知識を身につけることの重要性です (Shiller 2003, 2012)。

一方、ハンセンの立場は、EMHを巡る論争のどちらかの立場に肩入れしている訳ではなく、少なくともヤンキースやレッドソックスと同じリーグで争っているという感じではありません。特に計量経済学者の人々は、ハンセンの業績のかなりの部分を計量経済学の貢献だと思っているので、多分ファーマ、シラーとは別に、単独で受賞するべきであったと考えていると思います。私自身、今回のノーベル賞の3人の括りに関してはあまり納得していないので、それはそれで妥当な評価だと思いますが、以下ではあくまで「ファイナンスの実証分析」という枠内で、ハンセンの業績を位置づけてみようと思います。

マクロ経済学についてある程度専門的な知識を持っている方は御存じだと思いますが、ハンセン教授は2011年のノーベル賞受賞者であるトマス・サージェント教授と多くの共同論文を書いています (例えば Hansen and Sargent 1980, 2001, 2007)。その二人や、ルーカス教授 (Robert E.

⁵新古典派の立場からの行動ファイナンスに対する強力な反批判としては、Ross (2004) の第4章を参照してください。

Lucas Jr.)、プレスコット教授 (Edward C. Prescott) といった、いわゆるシカゴ学派・淡水派と呼ばれるマクロ経済学者に共通する問題意識は、(18) 式のような強固なミクロ経済学的基礎に基づいたマクロ理論モデルを構築することです。そして、ルーカス教授は若干異なるかも知れませんが、プレスコット教授とサージェント教授はいずれも、家計の効用関数のパラメータのような変数を直接に推計し、そこから実証的なマクロ経済モデルを構築することに多くの労力を割いてきました。

ハンセン教授の実証ファイナンスの分野での貢献も、同じようなモチベーションに基づくものであるとみなすことができます。特に 1980 年代の業績は、強固なミクロ経済学的基礎を持った資産価格モデルを、直接実証分析の俎上に乗せようと試みた結果だと理解できます。しかし良くも悪くも、ファイナンスはマクロ経済学より実践的な学問であり、「資産収益率の変動をどの程度説明できるか」という絶対的な判断基準が存在するために、消費資産価格モデルは完膚なきまでに否定されてしまいました。その後のハンセン教授自身の実証ファイナンスの研究は、大まかにいうと 3 つの方向に分けることができます。最初は第 6 節で述べたような、ジャガナサン教授との共同研究に代表される実証分析の方法論についてのものです。第二は、意思決定を行う経済主体が、経済全体を記述するモデルに関して、必ずしもそれを完全には信用していないような状況を想定した分析であり (Hansen, Sargent, and Tallarini, Jr. 1999; Hansen and Sargent 2001)、そのまとめはサージェント教授との共著で *Robustness* (2007) というタイトルの本として出版されています。第三は、合理的期待に基づくモデルの短期的な含意を GMM などで検証すると棄却されてしまうのは、取引費用や短期的な限定合理性による予測のバイアスによる影響のためであると考え、将来の長期的なリスクが現在の資産価格にどのように影響を与えているかに焦点をあてた研究です (Hansen, Heaton, and Li 2008; Hansen and Sheinkman 2009)。

より一般的に見ても、近年の消費資産価格モデルの研究では、代表的経済主体の構造パラメータを直接推計するというような分析はほぼ消滅し、効用関数を一般化する、投資家の異質性を明示的にモデル化すると言った方向に発展していきます (Bansal and Yaron 2004; Campbell and Cochrane 1999; Constantinides and Duffie 1996; Epstein and Zin 1989; Lettau and Ludvigson 2001)。そのような近年の発展のまとめとしては、Ludvigson (2013) を見て下さい。

表1
米国と日本のデータにおける企業規模効果と簿価 / 株価比効果

企業規模（縦方向）と簿価 / 株価比率（横方向）でソートした、 $5 \times 5 = 25$ 個のポートフォリオの年次換算の平均収益率。サンプル期間は、1977年9月～2011年9月。それぞれの表の下の「Small-Large」は、企業規模で下位5分位の5つのポートフォリオの平均収益率から、上位5分位の5つのポートフォリオの平均収益率を引いたもの。「High-Low」は、同じように簿価 / 株価比率の高いポートフォリオの収益率から、低いポートフォリオの収益率を引いたもの。

* 米国のデータの出所: フレンチ教授が Web 上で公開しているデータライブラリー
(http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html)

* 日本のデータの出所: 株式会社データソリューションズの NPM 日本版 Fama-French ベンチマークのデータ (<http://fdsol.co.jp/npm.html>)。

(1) 米国

	Low				High
Small	5.21	14.08	14.73	16.41	17.16
	10.02	13.74	15.66	15.58	15.57
	11.29	14.10	14.29	14.50	17.76
	13.33	13.01	13.10	13.92	14.29
Large	11.33	12.77	11.23	11.45	12.24

Small-Large= 3.67*

High-Low= 5.17

(*) 戦前のデータを含めると, 8 以上 .

(2) 日本

	Low				High
Small	3.94	9.60	10.13	11.55	12.32
	1.95	6.22	6.93	8.39	11.04
	1.71	5.05	7.18	8.70	9.98
	1.38	4.58	6.71	7.93	9.03
Large	0.21	2.84	6.45	7.52	10.73

Small-Large= 4.02

High-Low= 8.78

参考文献

- [1] 祝迫得夫 (2001) 「資産価格モデルの現状：消費と資産価格の関係を巡って」, 最終版 : 『現代ファイナンス』 No.9, pp.3-39, 2001年3月 .
- [2] Akerlof, G. and R. Shiller (2010), *Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy, and Why It Matters for Global Capitalism*. Princeton University Press.
- [3] Aono, K. and T. Iwaisako (2010) “On the Predictability of Japanese Stock Returns Using Dividend Yield,” *Asia-Pacific Financial Markets*, 17(2), 141-149.
- [4] Aono, K. and T. Iwaisako (2011) “Forecasting Japanese Stock Returns with Financial Ratios and Other Variables,” *Asia-Pacific Financial Markets* 18(4), 373-384.
- [5] Authers, J. (2013) “Clash of Cape crusaders,” *Financial Times* (September 2, 2013). <http://www.ft.com/intl/cms/s/0/23c9f650-10c7-11e3-b5e4-00144feabdc0.html>
- [6] Bachelier, L. (1900) *Théorie de la Speculation*, Paris.
- [7] Back, K. E. (2010) *Asset Pricing and Portfolio Choice Theory*, Oxford University Press.
- [8] Bansal, R. and A. Yaron (2004), “Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles,” *Journal of Finance* 59(4), 1481-1509.
- [9] Banz, R.W. (1981), “The relationship between return and market value of common stocks,” *Journal of Financial Economics* 9, 3-13.
- [10] Berk, J.B. (1995), “A critique of size-related anomalies,” *Review of Financial Studies* 8 (2), 275-286.
- [11] Black, F. (1993) “Beta and Return,” *Journal of Portfolio Management* 20, 8-18.
- [12] Breeden, D.T. (1979), “An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities,” *Journal of Financial Economics* 7, 265-296.
- [13] Campbell, J.Y. and J.H. Cochrane (1999), “By force of habit: a consumption-based explanation of aggregate stock market behavior,” *Journal of Political Economy* 107, 205-251.
- [14] Campbell, J.Y. and R.J. Shiller (1987), “Cointegration and tests of present value models,” *Journal of Political Economy* 95, 1062-1088.
- [15] Campbell, J.Y. and R.J. Shiller (1988a), “The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors”, *Review of Financial Studies* 1, 195-227.
- [16] Campbell, J.Y. and R.J. Shiller (1988b), “Stock prices, earnings, and expected dividends,” *Journal of Finance* 43, 661-676.

- [17] Campbell J. Y. and M. Yogo (2006) “Efficient tests of stock return predictability,” *Journal of Financial Economics* 81: 27–60
- [18] Chan, L.K.C., Y. Hamao, and J. Lakonishok (1991) “Fundamentals and stock returns in Japan,” *Journal of Finance* 46, 1739–1764
- [19] Cochrane, J.H. (2005), *Asset Pricing*, revised edition, Princeton University Press, 2007.
- [20] Cochrane, J.H. (2007), “The dog that did not bark: a defense of return predictability,” *Review of Financial Studies* 21, 1533-1575.
- [21] Constantinides, G.M., and D. Duffie (1996), “Asset pricing with heterogeneous consumers,” *Journal of Political Economy* 104, 219-240.
- [22] Daniel, K., and S. Titman (1997), “Evidence on the Characteristics of Cross-Sectional Variation in Stock Returns,” *Journal of Finance*, 52, 1-33.
- [23] DeLong, B., A. Shleifer, L. Summers, and R. Waldmann (1990a), “Noise trader risk in financial markets,” *Journal of Political Economy* 98, 703-738.
- [24] DeLong, B., A. Shleifer, L. Summers, and R. Waldmann (1990b), “Positive feedback investment strategies and destabilizing rational speculation,” *Journal of Finance* 45, 375-395.
- [25] Engle, R.F. and C.W.J. Granger (1987), “Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing,” *Econometrica* 55, 251-276.
- [26] Epstein, L.G., and S.E. Zin (1989), “Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework,” *Econometrica* 57(4), 937-969.
- [27] Fama, E.F. (1963), “Mandelbrot and the stable Paretian hypothesis,” *Journal of Business* 36(4), 420-429.
- [28] Fama, E.F. (1965), “The behavior of stock market prices,” *Journal of Business* 38, 34-105.
- [29] Fama, E.F. (1970), “Efficient capital markets: a review of theory and empirical work”, *Journal of Finance* 25, 383-417.
- [30] Fama, E.F., L. Fisher, M. Jensen and R. Roll (1969), “The adjustment of stock prices to new information,” *International Economic Review* 10, 1-21.
- [31] Fama, E.F. and K.R. French (1992), “The cross-section of expected stock returns,” *Journal of Finance* 47, 427-466.
- [32] Fama, E.F. and K.R. French (1993), “Common risk factors in the returns on stocks and bonds,” *Journal of Financial Economics* 33, 3-56.

- [33] Fama, E.F. and K.R. French (1995), "Size and book-to-market factors in earnings and returns," *Journal of Finance* 50, 131-156.
- [34] Fama, E.F. and K.R. French (1998), "Value versus growth: The international evidence," *Journal of Finance* 53(6), 1975-1999.
- [35] Fama, E.F. and J.D. MacBeth (1973), "Risk, return and equilibrium: empirical tests," *Journal of Political Economy* 81, 607-636.
- [36] Friedman, M. (1953), "The case for flexible exchange rates." in *Essays in Positive Economics*, Chicago University Press.
- [37] Grossman, S.J. and J.E. Stiglitz (1980), "On the impossibility of informationally efficient markets," *American Economic Review* 70, 393-408.
- [38] Hansen, L.P. (1982), "Large sample properties of generalized method of moments estimators," *Econometrica* 50, 1029-1054.
- [39] Hansen, L.P., J. Heaton and N. Li (2008), "Consumption strikes back?: measuring long-run risk," *Journal of Political Economy*, 116, 260-302.
- [40] Hansen, L.P. and R. Jagannathan (1991), "Implications of security market data for models of dynamic economies," *Journal of Political Economy* 99, 225-262.
- [41] Hansen, L.P. and R. Jagannathan (1997), "Assessing specification errors in stochastic discount factor models," *Journal of Finance* 52(2), 557-590.
- [42] Hansen, L.P., with T.J. Sargent (1980), "Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models," *Journal of Economic Dynamics and Control* 2, 7-46.
- [43] Hansen, L.P. and T.J. Sargent (2001), "Robust control and model uncertainty," *American Economic Review* 91(2), 60-66.
- [44] Hansen, L.P. and T.J. Sargent (2007), *Robustness*, Princeton University Press.
- [45] Hansen, L.P., T. J. Sargent, and T. D. Tallarini, Jr. (1999) "Robust Permanent Income and Pricing," *Review of Economic Studies* 66, 873-907.
- [46] Hansen, L.P., and J. A. Sheinkman (2009) "Long-Term Risk: An Operator Approach," *Econometrica* 77(1), 177-234
- [47] Hansen, L.P. and K.J. Singleton (1982), "Generalized instrumental variable estimation of nonlinear rational expectations models," *Econometrica* 50(5), 1269-1286.
- [48] Hansen, L.P. and K.J. Singleton (1983), "Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset prices," *Journal of Political Economy* 91(2), 249-265.

- [49] Harrison, J.M. and D.M. Kreps (1978), “Speculative investor behavior in a stock market with heterogeneous expectations,” *Quarterly Journal of Economics* 92(2), 323-336.
- [50] Hong, H. and J. Stein (1999), “A unified theory of underreaction, momentum trading, and overreaction in asset markets,” *Journal of Finance* 54(6), 2143-2184.
- [51] Jagannathan, R., K. Kubota, H. Takehara (1998) “Relationship between labor-income risk and average return: empirical evidence from the Japanese stock market,” *Journal of Business* 71, 319–347.
- [52] Jagannathan, R. and Z. Wang (1996), “The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns,” *Journal of Finance* 51, 3-53.
- [53] Kleidon, A.W. (1986), “Variance bounds tests and stock price valuation models,” *Journal of Political Economy* 94(5), 953-1001.
- [54] Lakonishok, J., A. Shleifer, and R.W. Vishny (1994), “Contrarian investment, extrapolation, and risk,” *Journal of Finance* 49(5), 1541-1578.
- [55] LeRoy, S.F. and R. Porter (1981), “The present-value relation: tests based on implied variance bounds,” *Econometrica* 49, 55-74.
- [56] Lewellen J. (2004) “Predicting returns with financial ratios,” *Journal of Financial Economics* 74: 209–235.
- [57] Lettau, M. and S. Ludvigson (2001), “Resurrecting the (C)CAPM: A cross-sectional test when risk-premia are time-varying,” *Journal of Political Economy* 109(6), 1238-1287.
- [58] Lo, A.W. and A.C. MacKinlay (1988), “Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test,” *Review of Financial Studies* 1, 41-66.
- [59] Lucas, R.E. (1978), “Asset prices in an exchange economy,” *Econometrica* 46, 1429-1446.
- [60] Ludvigson, S. (2013) “Advances in Consumption-Based Asset Pricing: Empirical Tests,” in G. M. Constantinides, M. Harris and R. M. Stulz eds., *Handbook of the Economics of Finance*, Volume 2, Part B, 799-906, Elsevier B.V.
- [61] Markowitz, H. M (1952) “Portfolio Selection,” *Journal of Finance* 7 (1): 77–91.
- [62] Markowitz, H. M. (1959) *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.
- [63] Marsh, T.A. and R.C. Merton (1986), “Dividend variability and variance bounds tests for the rationality of stock prices,” *American Economic Review* 76(3), 483-498.

- [64] Mehra, R. and E. Prescott (1985), “The equity premium puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 15, 145-161.
- [65] Miller, E. (1977), “Risk, uncertainty, and differences of opinion,” *Journal of Finance* 32(4), 1151-1168.
- [66] Rosenberg, B., K. Reid, and R. Lanstein (1985), “Persuasive evidence of market inefficiency,” *Journal of Portfolio Management* 11, 9-17.
- [67] Ross, S.A. (1976), “The arbitrage pricing theory of capital asset pricing,” *Journal of Economic Theory* 13, 341-360.
- [68] Ross, S.A. (1978), “A simple approach to the valuation of risky streams,” *Journal of Business* 51(3), 453-475.
- [69] Ross, S.A. (2004), *Neoclassical Finance*, Princeton University Press.
- [70] Samuelson, P.A. (1965), “Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly,” *Industrial Management Review* 6, 41-49.
- [71] Sharpe, W.F. (1964), “Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk,” *Journal of Finance* 19(3), 425-442.
- [72] Shiller, R.J. (1981a), “Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?” *American Economic Review* 71, 421-436.
- [73] Shiller, R.J. (1981b), “The use of volatility measures in assessing market efficiency,” *Journal of Finance* 36(2), 291-304.
- [74] Shiller, R.J. (1982), “Consumption, Asset Markets and Macroeconomic Fluctuations,” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 17. North-Holland Publishing Co., 1982, pp. 203-238.
- [75] Shiller, R.J. (1984), “Stock prices and social dynamics,” *Brookings Papers on Economic Activity* 2: 457-498.
- [76] Shiller, R.J. (1987), “Investor behavior in the 1987 stock market crash: Survey evidence,” *NBER working paper* no. 2446.
- [77] Shiller, R.J. (1988), “Portfolio insurance and other investor fashions as factors in the 1987 stock market crash,” *NBER Macroeconomics Annual* 3, 287-297.
- [78] Shiller, R.J. (1989), *Market Volatility*, MIT Press.
- [79] Shiller, R.J. (2000), *Irrational Exuberance*, Princeton University Press.

- [80] Shiller, R.J. (2003), *The New Financial Order: Risk in the 21st Century*, Princeton University Press.
- [81] Shiller, R.J. (2012), *Finance and the Good Society*, Princeton University Press.
- [82] Shiller, R.J., F. Kon-Ya, and Y. Tsutsui (1991) “Investor behavior in the october 1987 stock market crash: The case of Japan,” *Journal of the Japanese and International Economies* 5(1), 1-13.
- [83] Shiller, R.J., F. Kon-Ya, and Y. Tsutsui (1996) “Why Did the Nikkei Crash? Expanding the Scope of Expectations Data Collection,” *Review of Economics and Statistics* 78(1), 156-64.
- [84] Shiller, R.J. and J. Pound (1989), “Survey evidence on the diffusion of interest and information among investors,” *Journal of Economic Behavior and Organization* 12, 47-66.
- [85] Shleifer, A. (2000), *Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance*. Clarendon Lectures in Economics, Oxford University Press.
- [86] Shleifer, A., and R. Vishny (1997), “The limits of arbitrage,” *Journal of Finance* 52(1), 35-55.
- [87] Stambaugh, R.F. (1999), “Predictive regressions”, *Journal of Financial Economics* 54, 375-421.
- [88] Statman, D. (1980), “Book values and stock returns,” *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers* 4, 25-45.
- [89] Summers, L.H. (1986), “Does the stock market rationally reflect fundamental values?” *Journal of Finance* 41(3), 591-601.
- [90] Thaler, R. H. and C. R. Sunstein (2008) *Nudge: Improving Decisions about Health, Wealth, and Happiness*, Yale University Press.