Discussion Paper Series A　No.515

21世紀における労働搾取理論の新展開

吉 原 直 毅

2009 年 3 月

Institute of Economic Research
Hitotsubashi University
Kunitachi, Tokyo, 186-8603 Japan

21 世紀における労働搾取理論の新展開[1]

吉原直毅
一橋大学経済研究所

2009 年 2 月 18 日; 改訂 2009 年 3 月 8 日

1. イントロダクション

1980 年代前半に、Dum'enil (1980), Foley (1982, 1986), Fujimori (1982), Krause (1982), Petri (1980), Roemer (1980, 1981, 1982, 1982a), Lipietz (1982), Flaschel (1983), Nikaido (1983)等、1970 年代における置塩(1965, 1977)、森嶋[Morishima (1973, 1974)]、Samuelson (1982)、Steedman (1977)等の研究成果を乗り越える一連の革新的研究成果が続出したのを最後に、数理的マルクス経済学における労働搾取論研究は、国際的にも国内的にも、長い沈黙と停滞の時代が続いてきた。だが、21 世紀に入ると共に、例えば、Yoshihara (1998, 2007, 2007a), Mohun (2004), Veneziani (2004, 2005, 2007), Matsuo (2008), Yoshihara and Veneziani (2009), Veneziani and Yoshihara (2008, 2009)等の様に、この研究分野において再び国際的な学術研究が見られるようになってきた。

そもそもこの分野における 1980 年代前半までの主要な成果は、吉原(1999, 2001)による数理的マルクス経済学研究の総括的サーベイ論文に見られる様に、概ね労働搾取概念の有効性批判の方向で解釈されてきた。しかしながら、世界資本主義が IT 産業を主導とする技術革新と経済のグローバリゼーション化によって、20 世紀的な重工業中心の産業資本主義の時代から、新たな時代に変わりつつある 21 世紀に入っても尚、ILO(2005, 2005a)からも伺われる様に、「労働搾取」は現実の世界経済を評価する際の 1 つの概念装置として、依然として生きた社会科学の用語である。実際、日本や世界の主要な先進諸国における経済格差の拡大やワーキング・プア問題の露見もあって、「労働搾取」問題は改めて、現代の生きた社会問題として認知されつつある。それだけに、改めて「労働搾取」とは何か、それはいかなる有効な機能を発揮しえる社会科学的概念であるのか、等についての経済理論的考察を与え、深める事が必要とされていると言える。実際、21 世紀における上述の研究成果は、1970 年代及び、1980 年代前半までの主要な研究成果を踏まえつつ、労働搾取理論を、単なるマルクス経済学体系の妥当性の論証という後ろ向きな動機を超えて、標準的な現代経済学における新たな理論的知見としても通用可能な分析装置として意義付ける試みを持っていると言える。

本稿は 21 世紀に入ってからの、とりわけここ数年来の労働搾取の数理経済学的研究成果についての 1 つの概観と評価を与える事を目的とする。他方で本稿は、吉原(2008)の補完的サプリメントでもある。すなわち、吉原(2008)においてすでに展開済みの議論なが

[1] 一橋大学経済研究所定例研究会において、須賀晃一氏(早稲田大学)より懇親なコメントを戴いた。また、本稿 3 章に関して、松尾匡氏(立命館大学)及び西田明彦氏より、また 6.1 節に関連して、斎藤誠氏(一橋大学)、工藤教孝氏(北海道大学)、古澤泰司氏(一橋大学)より、有益な議論の機会を得た。ここに感謝したい。

ら、その執筆時点では気付かなかったり理解が不十分であった部分などを、本稿において補う事も目的とする。また、吉原(2008)の公刊後に戴いた幾つかのコメント[2]に応える事で、吉原(2008)の叙述だけでは誤解の余地の残されていた部分の議論を精緻化し、誤解の余地のないものとしておきたい。

以下では第一に、マルクス的一般均衡解として提示されてきた 2 つの均衡概念であるフォン・ノイマン的均斉成長解[von Neumann (1945)]と再生産可能解[Roemer (1980, 1981)]について検討し、市場を競争メカニズムと捉える限り、後者のほうが前者よりもより尤もらしいと結論付けられる事を論じる。フォン・ノイマン的均斉成長解も再生産可能解も、完全競争市場における動学的な資源配分問題の均衡解として提案されてきたものであり、異時点間競争均衡配分経路上の一時点的な資源配分の条件を描写したものと位置づけられてきた。均斉成長解はそのような一時点的資源配分の中で、特に定常均衡経路上にあるそれを描写しているものと解釈されるのに対し、再生産可能解は各期の資源配分が通常のワルラス的競争均衡解の条件を満たし、かつ、毎期の生産活動は、期首において賦存する総資本ストックを少なくとも単純再生産するような性質を持つ、そのような異時点間競争均衡配分経路上の一時点的な資源配分として解釈される。標準的な理解では、フォン・ノイマン的均斉成長解は再生産可能解の定常状態として解釈され、従って、前者は後者のリファインメントとして解釈されよう。そのような解釈が妥当である限り、フォン・ノイマン的均斉成長解は完全競争市場における長期均衡解として位置づける事は可能であろう。しかしながら、再生産可能解の定常状態は確かに均斉成長解となるものの、全ての均斉成長解が再生産可能解の条件を満たすとは限らない事を、2 章において論証する。すなわち、資本家の利潤最大化行動を媒介とする市場の競争メカニズムの帰結として、均斉成長解を解釈する事は一般的には出来ない事を論ずる。

第二に、労働搾取概念の固有の意義を巡る最近の議論について検討する。所謂**マルクスの基本定理(FMT)**によって、資本主義経済における資本蓄積運動の起動力として労働搾取の存在を意義付けるマルクス主義の理論は論証されたというのが、置塩[Okishio(1963), 置塩(1965, 1977)]や森嶋[Morishima (1973, 1974)]の主張であったのに対し、その主張の妥当性に疑問を投げかける位置にあるのが、**一般化された商品搾取定理(GCET)** [Bowles & Gintis (1981); Roemer (1982); Samuelson (1982)]であった。GCET を巡っては、日本でも吉原(1999, 2001)による総括論文を契機に、労働以外の商品の搾取の意義や労働搾取との解釈の違いを強調する伝統的マルクス主義の立場からの反論が活性化し、学会誌上で論争[松尾(2004, 2007), 吉原(2005, 2006, 2008)]にもなった。しかし、根本的な問題は既存の置塩-森嶋型の労働搾取の定式では、労働搾取もその他の商品搾取もいずれも生産要素としての技術的な意味での効率的利用についての概念であるという解釈が妥当に見えてしまう点である。他方でマルクス主義が本来、意図する労働搾取概念の解釈とは、

[2] とりわけ、2008 年 7 月に招かれた、立命館大学経済学部でのセミナーにて、松尾匡氏から戴いたコメント、及び藤森(2009)が対応する。

資本家階級と労働者階級との階級的生産関係の利害対立的側面を特徴付けるものとしてのそれであった。伝統的マルクス主義の立場は即自的にその解釈を持ち出すが故に、鉄やバナナの搾取は意味がない、という議論になるが、問題はそうした労働搾取固有の解釈の妥当性を裏付ける理論的基礎の欠如にある。

この問題への対処として大きな研究の流れがあった。その代表的な 1 つが Roemer (1982, 1982a)によって論証された**階級-搾取対応原理(CECP)**の議論であって、この原理が定理として理論分析的に導出された事で、資本主義経済における階級的生産関係を特徴付ける概念装置としての労働搾取理論の妥当性が確認できたと言えよう。同時に Roemer (1982)は、置塩-森嶋型の労働搾取の定式では、経済モデルがレオンチェフ型ではなく一般的な閉凸錘生産経済モデルとなるや、CECP が成立しなくなる事を指摘し、価格情報依存的な労働搾取の代替的定式を提案した。CECP の不成立とは階級的生産関係を搾取的関係と見做すマルクス主義の基本的な資本主義認識の妥当性に関る事であるが故に、ローマーのこの提案は研究の方向として適切ではあった。だが、後に Yoshihara (2006)が指摘した様に、Roemer (1982)の新提案も依然として CECP の成立に失敗するのであって、改めて CECP の成立を保証するような労働搾取の定式とはどうあるべきか、という事が問題となったのである。その課題への 1 つの解答を示したのが Yoshihara (2007)であって、そこでは労働搾取の定式が一般に満たすべき最小限の必要条件を労働搾取の公理(LE)として定義し、さらに公理 LE を満たす任意の労働搾取の定式が CECP を成立させる為の必要十分条件を明らかにした。その結果、CECP の成立を保証するような労働搾取の定式である為には、それは所得情報依存的な定式でなければならない事が明確化されたのである。

しかしこの結果は、労働力の価値を超える剰余価値の存在として労働搾取概念を解釈してきた、伝統的なマルクス主義の労働搾取論とは相容れないものであった。それ故に、CECP の成立問題を抜きにして、改めてもっともらしい労働搾取の定式とは何かという事が問題にならざるを得ない。とりわけ、吉原(2008)でも示してきた様に、FMT や CECP というマルクス主義の資本主義経済に関する基本認識の妥当性に関る定理が頑健であるか否かは、いかなる労働搾取の定式を前提するかで答えが違ってくる。従って、妥当な労働搾取の定式の同定は、マルクス主義的な資本主義経済に関する基本認識が妥当であるか否かの問題にも関ってこよう。この問いに答えるのが Yoshihara and Veneziani (2009)の労働搾取に関する公理的分析である。本稿 5 章では、代替的な労働搾取の定式に応じて CECP の成立がどう保証されるか否かを概括した後に、最後にこの公理的分析の成果について紹介する。

他方、労働搾取概念を、労働疎外の問題と解釈し、FMT も疎外論的な解釈によって基礎付けようと試みるのが、松尾(1997, 2002, 2004)による労働搾取の代替的定式の提唱である。この定式の独自性は、代表的労働者の消費に関する主観的効用の充足度の「ファースト・ベスト」状態からの逸脱という観点で労働搾取を解釈するという、徹頭徹尾、**主観主義的なアプローチ**を取っている点である。しかし、Yoshihara (2007)や Yoshihara and

Veneziani (2009)での新提案も含めて、従来の労働搾取の定式は以下の意味で客観主義的な性格を持っていた。すなわち、同じ能力で同じ時間働き、同じ賃金収入を得ている全く職種や階層上の違いの無いような労働者間での消費選択の違いだけで、一方が搾取者で他方が被搾取者となるというような同定が起こらないような性質を保持し、そして、正の利潤が実現されている市場均衡であっても、生産技術条件の違い(劣位生産工程が存在するか否か等)によって、搾取率が正となったりゼロとなったりという事態が起こらないような性質を保持する労働搾取の定式が望ましいと考えられる。Veneziani and Yoshihara (2008)はそのような観点での労働搾取の定式を提唱する立場を**客観主義的アプローチ**と称した。労働搾取の客観主義的アプローチが提示する上記の基準を、松尾の主観主義的定式は満たしていない。また、そもそもこの定式の下では肝心の FMT も成立しない事が本稿の 4 章において論じられる。

以上の議論はいずれも、一時的な資源配分問題における市場均衡において労働搾取が生成・存在するか否かについて問うてきた。他方、問題を異時点間資源配分へと拡張する場合には、生成した労働搾取的な階級関係が継起性を持つか否かが問うべき問題となる。本稿の 6 章ではこの異時点間資源配分における労働搾取の継起性問題を取り上げ、その問いへのいくつかのアプローチ[大西(2005), 山下(2005), Veneziani (2007), Veneziani and Yoshihara (2009)]を検討・紹介する。大西(2005)や山下(2005)は、標準的なマクロ最適成長モデルにおいて検証される、初期時点における資本賦存量の大きさに関りなく、定常状態における資本ストック水準が一意に決まる性質に関して、独特の解釈を与える事によって、労働搾取の動学的消滅の可能性を論じた。他方、異時点間資源配分問題における市場均衡配分である定常的再生産可能解を特徴付けるオイラー方程式の分析によって、全ての経済主体に共通な時間選好率の値次第で、労働搾取が動学的に継起的であるか否かを論ずるのが、Veneziani (2007)及び Veneziani and Yoshihara (2009)である。

最後に、結論の章を置いて、本稿を閉じる。

2.　均衡解の選択について

今、市場を通じた取引が普遍化している経済社会には n 種類の財が存在している。この社会は二つの人々のグループ N 及び O から構成されている。グループ N は資本家階級に属する人々からなる集合であって、任意の資本家 $\nu \in N$ は、財の初期賦存ベクトル $\boldsymbol{\omega}^{\nu} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ を**私的所有**している。他方、グループ O は労働者階級に属する人々からなる集合であって、O に属する全ての労働者の n 種類の財の初期賦存は $\mathbf{0} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ であって、無所有である。彼らは単に 1 労働日に 1 単位の労働を提供する能力(**労働力**)を有しているだけであり、その能力の格差は存在しない。また、彼らの提供する労働は同質である。かくして、社会全体での財の初期賦存量は $\boldsymbol{\omega} \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\omega}^{\nu}$ である。

この経済社会における生産技術を一般に、生産可能性集合 $P \subseteq \mathbf{R}_{-} \times \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$ で定義する。集合 P の一般的要素は $2n+1$ 次元ベクトル $\boldsymbol{\alpha} \equiv \left(-\alpha_{0}, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$ であって、$\alpha_{0} \in \mathbf{R}_{+}$ は

生産計画$\boldsymbol{\alpha}$の下での直接労働投入量を表し、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_+^n$はその計画下での非負の財の投入ベクトルを表し、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_+^n$はその結果としての財の産出ベクトルを表す。また、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}^n$で、生産計画$\boldsymbol{\alpha}$の遂行によって得られる純産出ベクトルを表す。生産可能性集合Pは一般に、$\mathbf{R}_- \times \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n$における**閉凸錘(closed convex-cone)集合**であり、$\mathbf{0} \in P$を満たす。さらに以下の追加的仮定を課す事にする:[3]

A1. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P \;\; s.t. \;\; \alpha_0 \geq 0 \;\; \& \;\; \underline{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{0}$, $[\overline{\boldsymbol{\alpha}} > \mathbf{0} \Rightarrow \alpha_0 > 0]$;

A2. $\forall \mathbf{c} \in \mathbf{R}_+^n$, $\exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P \;\; s.t. \;\; \hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{c}$;

A3. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$, $\forall \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n$, $\left[\left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \leq \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \Rightarrow \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in P\right]$.

上記三つの追加的仮定のうち、A1.は、**生産活動における労働投入の不可欠性**の仮定である。労働は生産可能な生産物ではないので、それはもっぱら投入財としてのみ現れる。他方、A2. は、いわゆる**純生産可能性条件**と言われる条件の一般的記述である。A3. は、いわゆる自由可処分性(free disposal)の仮定を意味する。

生産技術条件に追加して、いわゆる労働者の**生存消費ベクトル**(subsistent consumption vector)を導入する。全ての労働者は1労働日に1単位の労働を提供する事の対価として、少なくとも$\mathbf{b} \in \mathbf{R}_+^n$の消費財ベクトルを購入可能なだけの賃金収入を必要とする。$\mathbf{b} \in \mathbf{R}_+^n$の消費財ベクトルを購入不可能な水準の賃金収入の場合、労働者達は翌日行使する為の労働力を再生産することが出来なくなる故、結局、労働市場から撤退するものと考えられる。また、余暇への選好は存在しない。今、財の私的所有状態を$\left(\boldsymbol{\omega}^\nu\right)_{\nu \in N}$で表す事ができる。以上より、**一つの資本主義経済**(a capitalist economy)をリスト$\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); \left(\boldsymbol{\omega}^\nu\right)_{\nu \in N} \right\rangle$で表す事にする。尚、$P(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{\boldsymbol{\alpha} \in P \middle| \boldsymbol{\alpha} = \left(-1, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\right\}$という記号を以下、適時、使用する。また、**労働投入量1単位の下で純生産可能な財ベクトル集合**を、

$$\hat{P}(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{\hat{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}^n \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-1, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P : \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \geq \hat{\boldsymbol{\alpha}}\right\}$$

とする。また、任意の集合Xに関して、$\partial X \equiv \left\{\mathbf{x} \in X \middle| \neg\left(\exists \mathbf{x}' \in X\right) : \mathbf{x}' \gg \mathbf{x}\right\}$と表す。さらに、

[3] 以下では、全てのベクトル$\mathbf{x} = \left(x_1, \ldots, x_p\right)$及び$\mathbf{y} = \left(y_1, \ldots, y_p\right) \in \mathbf{R}^p$に関して、

$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i \geq y_i \;\; (\forall i = 1, \ldots, p)$; $\mathbf{x} > \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \geq \mathbf{y} \;\; \& \;\; \mathbf{x} \neq \mathbf{y}$; $\mathbf{x} \gg \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i > y_i \;\; (\forall i = 1, \ldots, p)$.

また、$\neg(\cdot)$で、$(\cdot)$の記述の否定を表すものとする。例えば、$\neg(\mathbf{x} \geq \mathbf{y})$ならば、$\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ではない事を意味する。すなわち、$\exists i = 1, \ldots, p : x_i < y_i$を意味するものとする。

$\partial SX \equiv \left\{ \mathbf{x} \in X \,\middle|\, \neg \left(\mathbf{x}' \in X \right) : \mathbf{x}' > \mathbf{x} \right\}$ という記号も時々、用いる。例えば、∂SP は効率的生産可能性集合であり、他方、∂P は集合 P の境界(boundary)集合である。

資本主義経済 $\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu} \right)_{\nu \in N} \right\rangle$ の下で、今、財市場における完全競争市場を仮定し、各経済主体は市場価格体系 $(\mathbf{p}, w) \in \mathbf{R}_{+}^{n+1}$ を所与として、合理的経済活動を選択するものとしよう。但し、$\mathbf{p}$ は $1 \times n$ 型価格ベクトルであって、その各成分 $p_j \geq 0$ は財 j の**市場価格**を表す。また、$w \geq 0$ は**名目賃金率**を表す。

第一に、労働者は価格体系が $w \geq \mathbf{pb}$ を満たす限り、資本家に雇用されて 1 日 1 単位労働を提供する事を望む。逆に $w < \mathbf{pb}$ ならば、いずれの労働者も労働市場から撤退する。つまり、もはや 1 日 1 単位労働を提供しようとは考えない。このモデルでは単純化のため、労働者の消費選択の多様性は存在しないものと仮定する。すなわち、全ての労働者は予算制約 $w = q\mathbf{pb}$ を満たす消費財ベクトル $q\mathbf{b}$ を消費選択すると仮定している。

第二に、任意の資本家 $\nu \in N$ は、価格体系 $(\mathbf{p}, w)$ の下で、予算制約下の利潤最大化を達成するように、生産計画を設定する：すなわち、所与の市場価格体系 $(\mathbf{p}, w) \in \mathbf{R}_{+}^{n+1}$ の下, 以下の様な**予算制約下の利潤最大化問題(P1)**

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}^{\nu} = \left(-\alpha_0^{\nu}, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} \right) \in P} \quad \mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} - \left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} + w\alpha_0^{\nu} \right) \tag{P1}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu} \quad (\textit{resp.} \ \ \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} + w\alpha_0^{\nu} \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu}),$$[4]

の解となるような生産計画 $\boldsymbol{\alpha}^{\nu} = \left(-\alpha_0^{\nu}, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} \right) \in P$ を選択する。価格体系 $(\mathbf{p}, w)$ の下での問題(P1)の解の集合を、$\mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p}, w)$ で表す事とする。このモデルでは単純化のため、資本家は問題(P1)を解く結果として獲得した利潤収入は全て来期の生産活動のための資本財ストックの蓄積資金に費やされるものと仮定する。すなわち、資本家の消費選択問題は捨象する。

以下では財の市場価格ベクトルは全て、$\mathbf{pb} = 1$ となるように**基準化**されているものとする。以上の設定の下、この経済における均衡解の 1 つは以下のように定義される：

定義 1. [Roemer (1980; 1981)]: *任意の資本主義経済* $\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu} \right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して、あるペア* $\left((\mathbf{p}, w), \boldsymbol{\alpha} \right) \in \mathbf{R}_{+}^{n+1} \times P$ *が一つの**再生産可能解 (a reproducible solution) (RS)**と呼ばれる*

[4] ここでの問題(P1)は賃金後払い制度を仮定しているが、この制約条件の(resp.)内の不等式は、賃金前払い制度の場合の、資本制約式を意味する。

のは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである:

(a) $\forall \nu \in N$, $\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p}, w)$, 但し $\boldsymbol{\alpha} \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\alpha}^{\nu}$ (利潤最大化条件) ;

(b) $\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \alpha_0 \mathbf{b}$, 但し $\boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$ & $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}}$ (再生産可能条件) ;

(c) $w = \mathbf{pb}$ (生存賃金均衡条件) ; &

(d) $\underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \boldsymbol{\omega}$ (resp. $\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b} \leq \boldsymbol{\omega}$) (社会的実行可能性条件).

定義 2.1.の 4 つの条件のうち、(a)は再生産可能解での市場価格体系の下で、全ての資本家は彼らの所有する資本財の貨幣価値額によって規定された予算の制約内で利潤最大化生産計画を遂行している事を意味する。条件(d)は、社会総体として賦存する総資本財賦存量 $\boldsymbol{\omega}$ の範囲内で生産活動を行っている事を意味する。これはこの経済モデルに暗黙裡に時間的構造を導入している事を意味している。[5] ここでは基本的に賃金後払い制度に対応した総資本制約条件を基本としているが、(*resp.*)内のもう 1 つの不等式は賃金前払い制度に対応した総資本制約条件を表している。条件(c)は労働市場における均衡条件を表している。$w = \mathbf{pb}$ とは、再生産可能解においては、労働者の賃金率は、1 単位の 1 日労働力の行使に際して必要な生存消費ベクトル $\mathbf{b}$ の購入に要する最少額として、決まる事を意味する。これは、当該資本主義社会において、いわゆる**マルクスの相対的過剰人口**が存在する事を前提している。[6] 最後に条件(b)は、消費財の需給条件を表している、と解釈可能であろう。条件(b)のもう一つの説得力ある解釈としては、それは、今生産期間の期首に社会に賦存した資本財ストック量 $\boldsymbol{\omega}$ を今生産期間の期末において再現可能である為の条件を表しており、来期の生産においても再び最低限 $\boldsymbol{\omega}$ の量だけの総資本財ストックを投下して生産可能である(少なくともいわゆる単純再生産可能である)事を要請するものである。[7]

資本主義経済 $\left\langle N, O; \left(P_{(A,B,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ の下でしばしば議論される、もう 1 つの代替的均衡概念は**均斉成長解**(balanced growth solution)と呼ばれるもので、以下のように定義される：

定義 2. [von Neumann (1945)]: *任意の資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P_{(A,B,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して、あるペア* $\left((\mathbf{p}, w), \boldsymbol{\alpha}^*\right) \in \mathbf{R}_+^{n+1} \times P$ *が一つの**均斉成長解(balanced growth solution) (BGS)**と呼ばれるのは、ある実数* $\pi > -1$ *が存在して、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである:*

[5] この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。
[6] この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。
[7] この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。

(a) $\forall\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in P$, $\mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}\leq(1+\pi)\left[\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}+w\alpha_0\right]$;

(b) $\overline{\boldsymbol{\alpha}}^*\geq\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^*+\alpha_0^*\mathbf{b}\right)$;

(c) $w=\mathbf{pb}$ (生存賃金均衡条件);

(d) $\mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^*=\left(1+\pi\right)\left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^*+w\alpha_0^*\right)$; &

(e) $\mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^*>0$.

ここで、(a)式は、価格-費用不等式を表しており、競争によって均等利潤率πを超える利潤は消滅することを含意している。(b)は、財の資本財としての消費であれ個人的消費であれ、今期の消費量は前期に生産された粗産出量を上回ることは出来ない事を意味する。(d)は収益性のルールを表明しており、すなわち、均等利潤率を実現できないプロセスは操業されない事を含意している。同時に、自由財のルール、すなわち、過剰生産の生じる財の価格はゼロになる事を含意する。(e)は総産出の価値は正であることを示す。[8]

上記 2 つの均衡解のうち、再生産可能解はいわゆるワルラシアン競争均衡解のリファインメントとして解釈できる[9]ので、それを市場の競争メカニズムの作動の帰結として理解する事に困難は無い。他方、均斉成長解において、それが市場の競争メカニズムの帰結を表すと解釈されてきたのは、均等利潤率πの成立という条件[10]ゆえであった。すなわち、資本の部門間移動が可能な長期における市場の競争均衡では、これ以上の資本移動の起こらない安定状態として、均等利潤率が成立する、と解釈されてきた。しかし、Nikaido (1983)が論証したように、資本がより収益性の高い生産部門に移動する市場経済モデルにおける動学的安定状態は必ずしも均等利潤率を成立させない。したがって、均等利潤率という条件の導入だけでは、均斉成長解を市場の競争メカニズムの帰結として解釈する事は難しい。だが、均等利潤率という性質が、市場競争の圧力の下で個々の資本家が利潤最大化行動を取らざるを得ない設定の下で成立する均衡状態の特性として、内生的に導けるのであれば、均等利潤率を均衡の条件式として導入する事の正当化は可能だろう。すなわち、全ての均斉成長解を再生産可能解として支持する事が可能であれば、換言すれば、均斉成長解を再生産可能解のリファインメントとして解釈できるのであれば、それに競争メカニズムにおける解としての説得性を付与できるであろう。幸いにして、Roemer(1980; 1981)が示した様に、閉凸錘な生産技術体系が特殊なレオンチェフ経済体系である場合には、均斉成長解は常に再生産可能解であるという性質を導く事ができた。しかしその主張をフォン・ノイ

[8] フォン･ノイマン経済体系における均斉成長解の各条件の意味について、より詳細に展開した文献として、Morishima (1969)を挙げる事ができる。
[9] ワルラシアン競争均衡解は、定義 1 の条件(a)(利潤最大化)、条件(c)(労働市場均衡)、及びいわゆる総超過需要条件によって定義される。総超過需要条件は、定義 1 の条件(b)と条件(d)の 2 つの不等式それぞれの左辺同士と右辺同士の和を採る事によって得られる。したがって、再生産可能解であれば必ず総超過需要条件を満たす故にワルラシアン競争均衡解となる。
[10] 例えば、Morishima (1960), p. 132 を参照の事。

マン生産体系一般において拡張できるであろうか？

以下では我々は、均斉成長解の集合の中に少なくとも 1 つは再生産可能解となるものが存在する事を示す。[11]しかしながら、全ての均斉成長解が常に再生産可能解であるとは限らず、従って、前者を後者のリファインメントと一般に解釈する事は出来ない事も示す。その準備として、$\tilde{P} \equiv \left\{ \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in \mathbf{R}_+^{2n} \middle| \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in P \right\}$とする。そのとき、

レンマ 1 (Karin (1959)): *任意の資本主義経済*$\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu} \right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して*、

(i). $\exists \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^* + \alpha_0^* \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^* \right) \in \tilde{P}$, $\exists \pi > -1$, s. t. $\overline{\boldsymbol{\alpha}}^* = (1+\pi) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^* + \alpha_0^* \mathbf{b} \right)$；

(ii). $\exists \mathbf{p} \in \mathbf{R}_+^n \setminus \{\mathbf{0}\}$ s. t. $\forall \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in \tilde{P}$, $\mathbf{p} \overline{\boldsymbol{\alpha}} \leq (1+\pi) \mathbf{p} \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b} \right)$.

証明: (i)について。集合 P の仮定より、集合 $\tilde{P}$ も閉凸錘である。ここで以下のような集合を新たに定義する:

$$\tilde{P}(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{ \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in \tilde{P} \middle| \alpha_0 = 1 \right\}.$$

集合 $\tilde{P}(\alpha_0 = 1)$ は凸かつコンパクトである。さらに以下の集合を定義する:

$$B\tilde{P}(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{ \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in \tilde{P}(\alpha_0 = 1) \middle| \exists g \geq 0 : \overline{\boldsymbol{\alpha}} = (1+g) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b} \right) \right\}.$$

ここで、A2.より、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{b}$ となるような $\left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in P(\alpha_0 = 1)$ が必ず存在する。これは、$g = 0$ に関して、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} = (1+g) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b} \right)$ が成り立つ事を意味するので、$B\tilde{P}(\alpha_0 = 1)$ は非空である。また、$B\tilde{P}(\alpha_0 = 1)$ はコンパクトである。よって、この集合の中で、対応する g が最大値となるような $\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^* + \alpha_0^* \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^* \right) \in B\tilde{P}(\alpha_0 = 1)$ が存在する。この g の最大値を π とする。

(ii)について。(i)の証明で定めた π を用いて、以下のような集合を定義する:

$$\tilde{\tilde{P}}(\alpha_0 = 1; \pi) \equiv \left\{ \overline{\boldsymbol{\alpha}} - (1+\pi) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b} \right) \in \mathbf{R}^n \middle| \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \alpha_0 \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} \right) \in \tilde{P}(\alpha_0 = 1) \right\}.$$

ここで $\overline{\boldsymbol{\alpha}}^* - (1+\pi) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^* + \alpha_0^* \mathbf{b} \right) \in \partial \tilde{\tilde{P}}(\alpha_0 = 1; \pi)$ である事を示す。仮にそうでないとすると、ある適当な $\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}' + \alpha_0' \mathbf{b}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}' \right) \in \tilde{P}(\alpha_0 = 1)$ が存在して、

$$\overline{\boldsymbol{\alpha}}' - (1+\pi) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}' + \alpha_0' \mathbf{b} \right) \gg \overline{\boldsymbol{\alpha}}^* - (1+\pi) \left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^* + \alpha_0^* \mathbf{b} \right)$$

[11] 本節の以下の議論では、賃金前払い制の下での再生産可能解を考える。

となる。このとき、A3.より、各財 i ごとに、適当な $\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}+\alpha_0^{(i)}\mathbf{b},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}\right)\in\tilde{P}\left(\alpha_0=1\right)$ が存在して、

$$\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}+\alpha_0^{(i)}\mathbf{b}\right)>\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)$$

但し、この不等式上での厳密な不等号関係は第 i 成分に関してのみ成立している,

というベクトル不等式が成立する。そのような n 個のベクトル $\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}+\alpha_0^{(i)}\mathbf{b},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)}\right)$ の適当な凸結合によって、ベクトル $\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}''+\alpha_0''\mathbf{b},\overline{\boldsymbol{\alpha}}''\right)\in\tilde{P}\left(\alpha_0=1\right)$ を作り出すことが出来、そのとき、

$$\exists\pi''>\pi,\ \text{s.t.}\ \ \overline{\boldsymbol{\alpha}}''=\left(1+\pi''\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}''+\alpha_0''\mathbf{b}\right)$$

と出来る。これは π の定義に矛盾する。よって、$\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)\in\partial\tilde{\tilde{P}}\left(\alpha_0=1;\pi\right)$ である。以上より、凸集合に関する支持超平面定理より、

$$\exists\mathbf{p}\in\mathbf{R}^n\setminus\left\{\mathbf{0}\right\},$$

$$\text{s. t.}\ \ \forall\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\alpha_0\mathbf{b},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in\tilde{P}\left(\alpha_0=1\right),\ \ \mathbf{p}\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)\right]\geq\mathbf{p}\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\alpha_0\mathbf{b}\right)\right],\quad(1)$$

が成り立つ。ここで任意の財 i に関して、ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}^i>\mathbf{0}$ はその第 i 成分のみがある十分に小さな正数 $\varepsilon>0$ であって、その他の成分は全て 0 であるようなものであるとしよう。今、上記の非ゼロ価格ベクトル $\mathbf{p}$ の第 i 成分が負数であるとしよう。ところで、十分に小さな $\boldsymbol{\varepsilon}^i>\mathbf{0}$ に関して、$\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\boldsymbol{\varepsilon}^i\right)\in\tilde{P}\left(\alpha_0=1\right)$ である事が A3.より従う。このとき、条件(1)及び、

$\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)\right]=\mathbf{0}$ である事より、

$$\mathbf{p}\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)\right]=\mathbf{0}\geq\mathbf{p}\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}-\boldsymbol{\varepsilon}^i-\left(1+\pi\right)\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}\right)\right].$$

しかし、これはベクトル $\mathbf{p}$ の第 i 成分が負である事に矛盾する。かくして、$\mathbf{p}\in\mathbf{R}_+^n\setminus\left\{\mathbf{0}\right\}$ である。最後に $\tilde{P}$ が錘である事より、(1)式は(ii)の成立を意味する。 **Q.E.D.**

定理 1: *任意の* $\left\langle N,O;\left(P,\mathbf{b}\right)\right\rangle$ *に関して、適切な総資本財ストックの初期賦存* $\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}_+^n$ *の下で、再生産可能解となるような均斉成長解が存在する。*

証明: レンマ１で示された $\mathbf{p}$, $\boldsymbol{\alpha}^{*},\pi$ に基づいて定義されるプロフィール $\left(\left(\mathbf{p},1\right),\boldsymbol{\alpha}^{*},\pi\right)$ は均斉成長解である事を確認できる。ここで、$\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}_+^n$ を $\boldsymbol{\omega}\equiv\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{*}+\alpha_0^{*}\mathbf{b}$ と定める。また、$\mathbf{p}$ を $\mathbf{pb}=1$

を満たすように基準化する。そのとき、以下の問題を考える:

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}\in P} \mathbf{p}\left[\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\alpha_0\mathbf{b}\right)\right] \text{ s. t. } \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\alpha_0 \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}.$$

この問題の解に、$\boldsymbol{\alpha}^*$がなる事を確認できる。これは、総資本ストックが$\boldsymbol{\omega}\equiv\underline{\boldsymbol{\alpha}}^*+\alpha_0^*\mathbf{b}$となるような任意の資本主義経済$\left\langle N,O;\left(P,\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$において、$\left(\left(\mathbf{p},1\right),\boldsymbol{\alpha}^*\right)$が再生産可能解となる事を意味する。 **Q.E.D.**

この定理 1 は、再生産可能解の集合と均斉成長解の集合とが、総資本ストックの適当な配置によって、常に共通部分を持つ事を意味している。

ところで、ここで考察する経済環境では、均衡解における資源配分がパレート効率であるか否かは、全ての労働者が生存消費ベクトルを消費しているが故に、総生産点が対応する均衡価格の下で利潤最大化生産計画であるか否かで決まる性質を持っている。したがって、その定義より、任意の再生産可能解はパレート効率的である。よって、再生産可能解でもある均斉成長解はパレート効率的である。しかし、一般に任意の均斉成長解は、いかなる適切な総資本ストックベクトルの配置によっても、再生産可能解にはならない。それは、パレート非効率的な均斉成長解が存在するケースの確認によって示す事が出来る。その事を見る為に、今、生産可能性集合Pの代表的特殊形態として、いわゆる**フォン・ノイマン生産技術体系**$\left(A,B,L\right)$を考える。ここでAは$n\times m$型非負の**投入行列**であって、その各成分$a_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準に必要な財iの投入量を意味する。また、Bは$n\times m$型非負の**産出行列**であって、その各成分$b_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準で可能な財iの産出量を意味する。他方、**直接労働投入ベクトル**であるLは$1\times m$型非負行ベクトルであって、その各成分$L_j\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準当たりに必要な直接労働投入量を意味する。この$\left(A,B,L\right)$に対応する生産可能性集合は

$$P_{(A,B,L)}\equiv\left\{\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in\mathbf{R}_-\times\mathbf{R}_-^n\times\mathbf{R}_+^n \,\middle|\, \exists\mathbf{x}\in\mathbf{R}_+^m:\left(-L\mathbf{x},-A\mathbf{x},B\mathbf{x}\right)\geq\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\right\}$$

で与えられる。この$P_{(A,B,L)}$は$\mathbf{R}_-\times\mathbf{R}_-^n\times\mathbf{R}_+^n$における閉凸錘集合であり、$\mathbf{0}\in P_{(A,B,L)}$である。

以上の準備の下、再生産可能解ではない均斉成長解が存在する可能性がある事を、以下の数値例を用いて示す:

例 1: フォン・ノイマン経済体系として、以下のような経済環境を考えよう：

$$A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2&4&4\\2&2&3\end{bmatrix},\quad L=\left(1,1,1\right),\quad \mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\omega}=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}.$$

今、

$$\mathbf{x}^1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\ \ \mathbf{x}^2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\ \ \mathbf{x}^3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

とする。そのとき、この経済環境における均斉成長解の集合は

$$(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)\in\left(\left\{\mathbf{p}\in\Delta\middle|0\le p_1\le\tfrac{1}{3}\right\}\times\left\{\mathbf{x}^2\right\}\times\{1\}\right)$$

となる。ここで $p_1=0$ であれば、$\mathbf{p}[B-A]-L=(1,1,1)$ であるので、$\mathbf{x}^2$ は $\mathbf{p}=(0,1)$ の下での利潤最大化解の 1 つである。よって、$\boldsymbol{\omega}'=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ の下で、均斉成長解 $(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)=((0,1),\mathbf{x}^2,1)$ は再生産可能解となる。次に、$0<p_1\le\frac{1}{3}$ であれば、$\mathbf{p}[B-A]-L=(p_2,p_1+1,2p_1+1)$ となり、このとき、第 3 生産工程 $\mathbf{x}^3$ が唯一の利潤最大化解である。従って、$0<p_1\le\frac{1}{3}$ のときの均斉成長解は、総資本ストック $\boldsymbol{\omega}'$ の下であっても、再生産可能解にはならない。他方、総資本ストック $\boldsymbol{\omega}$ の下での再生産可能解の集合は、

$$\left(\left\{\mathbf{p}\in\Delta\middle|p_1\neq 0\right\}\times\left\{\mathbf{x}^3\right\}\right)\cup\left(\left\{\mathbf{p}\in\Delta\middle|p_1=0\right\}\times\left\{\mathbf{x}^3\right\}\right)$$

である。この集合の要素の中に均斉成長解になるものは存在しない。 **Q.E.D.**

以上の議論より、均斉成長解は一般に、市場の競争メカニズムにおける解として正当化する事が困難である、と結論付けざるを得ない。我々は均衡解概念としては、再生産可能解を用いて議論を進めるべきであろう。だが、再生産可能解の中で均斉成長解でもあるものに関してだけは、長期の均衡状態と見做す事に、さほど問題はないだろう。[12]

3. マルクスの基本定理の幾何的証明

本章では、2 財 2 生産部門のレオンチェフ生産体系モデルの想定の下で、マルクスの基本定理の厳密な幾何的証明を与える。フォン・ノイマン生産体系の特殊ケースとして、**レオンチェフ生産技術体系** (A,I,L) を考える。ここで**投入行列** A は $n\times n$ 型非負正方行列であり、**産出行列** I は $n\times n$ 型単位行列である。このレオンチェフ生産体系 (A,I,L) においては、一般的な閉凸錘の生産可能性集合に関する仮定 A1 と A2 が以下の様に、簡単化される:

A1'. $L\gg\mathbf{0}$;

A2'. $\forall\mathbf{c}\in\mathbf{R}^n_+$, $\exists\mathbf{x}\in\mathbf{R}^n_+$ s.t. $\mathbf{x}-A\mathbf{x}\ge\mathbf{c}$.

但し $\mathbf{x}\in\mathbf{R}^n_+$ は $n\times 1$ 型列ベクトルであって、その各成分 $x_i\ge 0$ は財 i の粗生産活動水準を表す。

本章の以下の議論では、$n=2$ と仮定する。そのとき、純生産可能性条件 A2'は、2×2

[12] もちろんその場合であっても、Nikaido (1983)より、依然としてこの再生産可能解でもある均斉成長解の動学的安定性は、一般に保証されない。

型投入産出行列の想定の下、以下のように図示される:

【図 1 挿入】

上記の図 1 では、財 1 の 1 単位粗産出のために、$a_{11} \geq 0$ の財 1 と $a_{21} > 0$ の財 2 の投入が必要である事、そして、財 1 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix} 1-a_{11} \\ -a_{21} \end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する事を表している。同様に、財 2 の 1 単位粗産出のために、$a_{12} > 0$ の財 1 と $a_{22} \geq 0$ の財 2 の投入が必要である。そして、財 2 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix} -a_{12} \\ 1-a_{22} \end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する。さらに、図 1 は、産出活動 $\mathbf{e}_1$ と産出活動 $\mathbf{e}_2$ の適切な 1 次結合によって得られる産出活動 $\mathbf{x} = t\mathbf{e}_1 + (1-t)\mathbf{e}_2$（但し $0 \leq t \leq 1$）の適当なスカラー倍 $q\mathbf{x}$（但し、$q > 0$）によって、$\mathbf{R}_+^2$ 上の任意の点をカバーできる事を示している。例えば図 1 の点 $\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^2$ の任意のスカラー倍 $q\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^2$ に対して、それを純産出可能とするような産出活動 $q'\mathbf{x} \in \mathbf{R}_{++}^2$ が存在する事を確認できる。

以下では、投入産出行列 A は分解不可能であると仮定する。そのとき再生産可能解における価格体系は、レオンチェフ生産体系 (A, I, L) に関する仮定 **A1'**と **A2'**より、ペロン=フロベニウス定理によって保証される唯一の固有ベクトルによって特徴付けられる。すなわち、ペロン=フロベニウス定理より、ある正ベクトル $\mathbf{p}^*$ と正のスカラー π に関して、

$$\mathbf{p}^* = (1+\pi)\mathbf{p}^* A + L \tag{2}$$

が成り立つ。ここで適当な 2 つの正のスカラー、$x_1 > 0$ 及び $x_2 > 0$ を取る事によって、

$$\left[p_1^* - \mathbf{p}^* A_1 \right] x_1 = \left[p_2^* - \mathbf{p}^* A_2 \right] x_2 \tag{3}$$

と出来る。するとこのとき、任意の $\lambda \in [0,1]$ に関して、

$$\left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A \right] \lambda x_1 \mathbf{e}_1 + \left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A \right] (1-\lambda) x_2 \mathbf{e}_2 = \left[p_1^* - \mathbf{p}^* A_1 \right] x_1 = \left[p_2^* - \mathbf{p}^* A_2 \right] x_2$$

が成り立つ。この任意の λ に対して、適当に $\mu > 0$ を選ぶ事で、

$$\mu \left[L_1 \lambda x_1 \mathbf{e}_1 + L_2 (1-\lambda) x_2 \mathbf{e}_2 \right] = 1 \tag{4}$$

と出来る。ところで、

$$\hat{P}(L\mathbf{x}=1) \equiv \left\{ (I-A)\mathbf{x} \middle| \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^2 : L\mathbf{x} \leq 1 \right\} \quad \& \quad \partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1) \equiv \left\{ (I-A)\mathbf{x} \middle| \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^2 : L\mathbf{x} = 1 \right\}$$

と置くと、ベクトル $\mathbf{x}' \equiv \begin{bmatrix} \mu\lambda x_1 \\ \mu(1-\lambda) x_2 \end{bmatrix}$ に対応する純産出物 $(I-A)\mathbf{x}'$ も $\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$ に属する。今、労働者の 1 日労働当たり供給するために最低限必要な消費財ベクトルは正ベクトル $\mathbf{b}$ であって、かつ、$\mathbf{b} \in \hat{P}(L\mathbf{x}=1)$ であるとしよう。そのとき、適当な $\lambda^* \in [0,1]$ 及び $\mu^* > 0$ を選ぶ事

によって定義される $\mathbf{x}^* \equiv \begin{bmatrix} \mu^* \lambda^* x_1 \\ \mu^* \left(1-\lambda^*\right) x_2 \end{bmatrix}$ の下で、

$$\left(I-A\right)\mathbf{x}^* \in \partial \hat{P}\left(L\mathbf{x}=1\right) \quad \& \quad \left(I-A\right)\mathbf{x}^* \geq \mathbf{b} \tag{5}$$

とすることが出来る。

ここで、$\mathbf{e}_1' \equiv \mu^* x_1 \mathbf{e}_1$ かつ、$\mathbf{e}_2' \equiv \mu^* x_2 \mathbf{e}_2$ と、それぞれの財の単位変換を行うとしよう。

その上で、$\left(I-A\right)\mathbf{e}_1'$ と $\left(I-A\right)\mathbf{e}_2'$ を定義する。これはそれぞれの財の 1 単位当たり粗産出活動の結果として得られる純産出ベクトルと、改めて解釈される。ここで、

$$\partial \hat{P}\left(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2'\right) \equiv \left\{ \left(I-A\right)\mathbf{x} \,\middle|\, \exists \lambda \in [0,1] : \mathbf{x} = \lambda \mathbf{e}_1' + \left(1-\lambda\right)\mathbf{e}_2' \right\}$$

と定義する。すると定義より、$\left(I-A\right)\mathbf{x}^* \in \partial \hat{P}\left(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2'\right)$ である。また、(3)式より、ベクトル $\mathbf{p}^*$ を支持ベクトルとする超平面 $H\left(\mathbf{p}^*, \mathbf{x}^*\right) \equiv \left\{ \mathbf{y} \in \mathbf{R}^2 \,\middle|\, \mathbf{p}^* \mathbf{y} = \mathbf{p}^* \left(I-A\right)\mathbf{x}^* \right\}$ に関して、

$$\partial \hat{P}\left(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2'\right) \subset H\left(\mathbf{p}^*, \mathbf{x}^*\right)$$

である。換言すれば、集合 $\partial \hat{P}\left(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2'\right)$ に属する全ての純産出ベクトルは、価格ベクトル $\mathbf{p}^*$ によるその価値評価額が $\mathbf{p}^* \left(I-A\right)\mathbf{x}^*$ に等しくなる。

ところで、粗産出ベクトル $\mathbf{x}^*$ の実行によって、1 労働日が投下されるので、価格ベクトル $\mathbf{p}^*$ の下で、このとき、利潤量は

$$\mathbf{p}^* \left[\left(I-A\right)\mathbf{x}^* - \mathbf{b} \right] \tag{6}$$

で表される。つまり売り上げ収入 $\mathbf{p}^* \left(I-A\right)\mathbf{x}^*$ と賃金コスト $\mathbf{p}^*\mathbf{b}$ の差で利潤の大きさが表される。これはそれぞれ直線 $\mathbf{p}^* \left(I-A\right)\mathbf{x}^*$ と直線 $\mathbf{p}^*\mathbf{b}$ のそれぞれの y 軸との接点で示される高さの違いによって利潤の大きさが表される。尚、$\mathbf{p}^*$ の定義(2)式より、この価格の下で、均等利潤率が成立しているので、この(6)式で表される利潤量は、

$$\mathbf{p}^* A\mathbf{x} = \mathbf{p}^* A\mathbf{x}^* \tag{7}$$

となるようないかなる非負の生産活動ベクトル $\mathbf{x}$ を用いた場合においても得ることが可能である。しかしながら、(7)を満たすようなベクトル $\mathbf{x}$ に対応する労働投入量 $L\mathbf{x}$ が常に 1 に等しくなる事は、産業部門 1 と部門 2 の資本-労働比率が等しいような特殊なケースを除いて、一般には成り立たない。産業部門 1 と部門 2 の資本-労働比率が等しくない場合、集合

$\partial\hat{P}\left(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2'\right)$と集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$とは唯一、$(I-A)\mathbf{x}^*$のみを共通の要素として持つ。すなわち:

$$\left\{(I-A)\mathbf{x}^*\right\}=\partial\hat{P}\left(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2'\right)\cap\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1). \tag{8}$$

いずれにせよ、任意の$\eta^*\geq 1$に関して$\eta^* A\mathbf{x}^*=\boldsymbol{\omega}$となるような総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の下で、ペア$\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^{**}\right)$は再生産可能解になる(但し、$\mathbf{x}^{**}\equiv\eta^*\mathbf{x}^*$)。その事について確認しよう。(8)式より、$L\left(\eta^*\mathbf{x}^*\right)=\eta^*$、すなわち、$\eta^*$はこの経済における総雇用労働量を表している。また(5)式より、$\mathbf{x}^{**}-A\mathbf{x}^{**}\geq\left(L\mathbf{x}^{**}\right)\mathbf{b}$であるので、定義 1(b)が成り立つ。(2)より、定義 1(c)は$w=1$で成立しており、また、定義 1(d)は$\mathbf{x}^{**}$の定義より従う。総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の資本家階級内での任意の配分が$\left(\boldsymbol{\omega}^\nu\right)_{\nu\in N}$であるとしよう。但し、任意の$\nu\in N$に関して$\boldsymbol{\omega}^\nu\in\mathbf{R}^2_{++}$であり、かつ、$\boldsymbol{\omega}\equiv\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}^\nu$である。$\boldsymbol{\omega}$の定義より、$\mathbf{p}^*A\mathbf{x}^{**}=\mathbf{p}^*\boldsymbol{\omega}$となる。従って、任意の$\nu\in N$に関して、適当な分割$\theta^\nu\in(0,1)$が存在して、$\mathbf{x}^{**\nu}=\theta^\nu\mathbf{x}^{**}$かつ$\mathbf{p}^*A\mathbf{x}^{**\nu}=\mathbf{p}^*\boldsymbol{\omega}^\nu$が成立する。このとき、価格$\mathbf{p}^*$に関する性質(2)式より、任意の$\nu\in N$に関して、$\mathbf{x}^{**\nu}\in\mathbf{A}^\nu\left(\mathbf{p}^*,1\right)$である。かくして定義 1(a)が従う。以上より、ペア$\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^{**}\right)$は再生産可能解である。ここで任意の実数$\eta^*\geq 1$を$\eta^*=1$に関して取れば、ペア$\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^*\right)$は、$A\mathbf{x}^*=\boldsymbol{\omega}$となるような総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の下で、再生産可能解となる。

以上のようにして得られた再生産可能解$\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^*\right)$を図示したのが、図 2 である 。但し、図 2 において、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}\equiv\mathbf{x}^*-A\mathbf{x}^*$である。また、$\mathbf{a}_1\equiv A\mathbf{e}_1'$かつ$\mathbf{a}_2\equiv A\mathbf{e}_2'$である。

【図 2 挿入】

図 2 が示す様に、価格$\mathbf{p}^*$は平面$\partial\hat{P}\left(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2'\right)$の法線ベクトルであり、(7)式より点$\boldsymbol{\alpha}$は平面$\partial\hat{P}\left(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2'\right)$と平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$の交差上に位置する。但し、平面$\partial\hat{P}\left(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2'\right)$はベクトル$(I-A)\mathbf{e}_1'$とベクトル$(I-A)\mathbf{e}_2'$の 1 次結合として表された直線である。また、1 労働日を供給する労働者の賃金収入はちょうどベクトル$\mathbf{b}$を購入するのに必要かつ十分な水準である

ので、彼の予算集合は点$\mathbf{b}$を通過し、法線ベクトルが$\mathbf{p}^*$となる平面として表される。かくして、価格体系$(\mathbf{p}^*,1)$のとき、ベクトル$\boldsymbol{\alpha}$を純産出するような経済活動によって得られる利潤は、集合$\partial\hat{P}(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2')$と労働者の予算集合それぞれを表す2つの平面の対応する 2 つの b-切片間の差によって、その大きさが表現される。

次に森嶋型の労働価値を定義しよう。

定義 3. [Morishima (1974)]: *任意の非負財ベクトル*$\mathbf{c}\in\mathbf{R}_+^n$ *の労働価値(labor value of* $\mathbf{c}$*)* は以下のように与えられる:

$$l.v.(\mathbf{c})\equiv\min\left\{\alpha_0\,\middle|\,\exists(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\in P:\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}\geq\mathbf{c}\right\}.$$

同様にして、今、労働者の実質賃金ベクトル$\mathbf{b}$の労働価値を$l.v.(\mathbf{b})$によって定義できる。これは、労働力の再生産の為に最低限必要な財ベクトル$\mathbf{b}$の生産の為の社会的必要労働量であり、労働者の 1 日 1 単位労働の中の**必要労働時間**に相当する部分を構成する。従って、労働搾取率は、剰余労働時間を必要労働時間で除した値として、以下の様に定義される:

定義 4. [Morishima (1974)]: 所与の*実質賃金ベクトル*$\mathbf{b}$ *における労働の搾取率(the rate of labor exploitation)*は以下のように与えられる:

$$e(\mathbf{b})\equiv\frac{1-l.v.(\mathbf{b})}{l.v.(\mathbf{b})}.$$

このとき、以下の定理が成立する:

定理 2. [Okishio (1963)] (Fundamental Marxian Theorem; FMT): *任意の資本主義経済*$\left\langle N,O;\left(P_{(A,I,L)},\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^\nu\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、任意の再生産可能解*$(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^*)$*が**正の利潤**を伴う為の必要十分条件は*$e(\mathbf{b})>0$ *である。*

証明: この定理の証明を図 2 で描かれた再生産可能解を所与として、幾何的に与える。この再生産可能解における純産出水準$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$のときの直接労働投入量が$L\mathbf{x}^*=1$であった。また、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$以外にも、1 単位の直接労働投入によって純産出可能な財ベクトルの集合が$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$として定義されていた。この集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$は、図 2 において、点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$を通過する右下がりの直線

として描く事ができる。点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$を通過する直線となる事については、(7)式、及び$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \mathbf{x}^* - A\mathbf{x}^*$より、明らかである。なぜ、右下がりの直線となるのか？集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$は純産出ベクトル$\mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$の軌跡である。$\mathbf{y} \in \partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$であれば、$\mathbf{y} = [I-A]\mathbf{x}$であるので、$\mathbf{x} = [I-A]^{-1}\mathbf{y}$。よって、$\mathbf{y} \in \partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$の条件より、$L\mathbf{x} = L[I-A]^{-1}\mathbf{y} = 1$となる。ここで、$\boldsymbol{\Lambda} \equiv L[I-A]^{-1}$と定義すれば、$\boldsymbol{\Lambda}$は$1 \times 2$型行ベクトルであって、$L \gg \mathbf{0}$の仮定と逆行列$[I-A]^{-1}$の非負性の性質から、$\boldsymbol{\Lambda} \gg \mathbf{0}$。かくして、集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$とは点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$と正の法線ベクトル$\boldsymbol{\Lambda}$によって定義される超平面

$$H(\boldsymbol{\Lambda}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) \equiv \left\{ \mathbf{y} \in \mathbf{R}^2 \middle| \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{y} = 1 \right\}$$

の部分集合に他ならない。換言すれば、図 2 の直線$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$はベクトル$\boldsymbol{\Lambda}$と直交しており、レオンチェフ生産技術の下では、この正の行ベクトルが各**財 1 単位当たりの労働価値**を記載する。他方、純産出可能曲線の方は、その傾きは再生産可能解の価格ベクトル$\mathbf{p}$によって与えられている。一般にベクトル$\mathbf{p}$とベクトル$\boldsymbol{\Lambda}$は一致しない為、図 2.3 のように両曲線は重ならずに、但し、点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$において交差するように描く事ができる。

ここで超平面$H(\boldsymbol{\Lambda}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})$の下方領域を$H_-(\boldsymbol{\Lambda}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) \equiv \left\{ \mathbf{y} \in \mathbf{R}^2 \middle| \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{y} < 1 \right\}$として定義する。その一部が以下の図 3 のシャドー領域として描かれているが、その境界線は$\mathbf{b}$を通過し、法線ベクトルが$\boldsymbol{\Lambda}$であり、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq (\neq) \mathbf{b}$である事から$H_-(\boldsymbol{\Lambda}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})$の部分集合である。つまり、$\mathbf{b} \in H_-(\boldsymbol{\Lambda}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})$である。これは$\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{b} < 1$を意味し、従って$L\mathbf{x}^{\mathbf{b}} = L[I-A]^{-1}\mathbf{b} < 1$、すなわち、実質賃金ベクトル$\mathbf{b}$を純産出するのに社会的に必要な労働投入量$L\mathbf{x}^{\mathbf{b}}$が 1 より小さい事を意味する。$L\mathbf{x}^{\mathbf{b}}$は$l.v.(\mathbf{b})$に他ならないので、この事は、労働搾取率が正である事を意味する。

逆にもし、再生産可能解$(\mathbf{p}^*, \mathbf{x}^*)$が正の利潤を伴わない状況を考えてみよう。利潤最大化を目的とする資本家は、もし生産活動の結果が負の利潤しか生まなければ、生産計画$\mathbf{0} \in P$によって最適化できるから、再生産可能解で利潤が正でないとすれば、それは利潤ゼロのケースしか有り得ない。また、再生産可能解の条件(b)より、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{b}$でなければならないが、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} > \mathbf{b}$であれば、再生産可能解を特徴付けるフロベニウス正固有ベクトル$\mathbf{p}$の下で、正の利潤が生じてしまうので、結局、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{b}$となるしかない。よってこれまでの議論から明

らかなように、$\Lambda\mathbf{b}=1$となり、その結果、労働搾取は存在しない事が解る。以上によって、マルクスの基本定理がこの2財のレオンチェフ経済の下で証明された。 **Q.E.D.**

【図3挿入】

3章付録:「一般化された商品搾取定理」の一般化

吉原(2008)の 3.5 節でも紹介した「一般化された商品搾取定理」(GCET) [Bowles & Gintis (1981); Roemer (1982); Samuelson (1982)]であるが、この定理は従来、レオンチェフ経済モデルにおける拡大投入行列の分解不可能性の仮定の下に議論されてきた。その場合、ペロン=フロベニウス定理より正の価格ベクトルや正の価値ベクトルの存在が保証され、定理も成立する。レオンチェフ経済モデルにおける拡大投入行列の分解不可能性は、投入行列Aが分解不可能であれば保証される。あるいは、全ての財が全ての生産部門における生産活動で投入されるようなレオンチェフ生産技術体系を想定すれば良い。そのような条件は、全ての生産部門において労働投入が不可欠であるという我々の仮定 **A1'** の下では、n種類の財の全てが労働者によって消費されるような経済であれば満たされる。つまり$\mathbf{b}\gg\mathbf{0}$である状況である。しかし投入行列Aが分解不可能では無く、そしてベクトル$\mathbf{b}$が半正であるようなより一般的な状況において、GCET は果たして頑健であろうか?[13] 以下では、この点について議論しておこう。

仮定 A1'と A2'を満たすレオンチェフ生産体系(A,I,L)を想定し、その拡大投入行列を$M=A+\mathbf{b}L$で定める。任意の財$k\in\{1,\cdots,n\}$を選び、労働力商品も含めて各財の1単位の生産活動に要する、投入財ベクトルの生産に必要な財kの直接投入量を表記した$1\times(n+1)$型ベクトルを、$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)}=\left(\upsilon_1^{(k)},\cdots,\upsilon_k^{(k)},\cdots,\upsilon_n^{(k)},\upsilon_{n+1}^{(k)}\right)$で表す。ここで$n+1$は労働力商品の index とする。この$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)}$を投下$k$-価値ベクトルといい、

$$\upsilon_j^{(k)}=a_{kj}+\sum_{i\neq k,n+1}\upsilon_i^{(k)}a_{ij}+\upsilon_{n+1}^{(k)}L_j\quad\forall j\in\{1,\cdots,n\}\tag{9}$$

$$\upsilon_{n+1}^{(k)}=b_k+\sum_{i\neq k,n+1}\upsilon_i^{(k)}b_i\tag{10}$$

で定義される。(9)と(10)を整理すれば、

$$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)}=\boldsymbol{\upsilon}^{(k)}M+\left(1-\upsilon_k^{(k)}\right)M_k\tag{11}$$

となる。但し、M_kはMの第k行ベクトルである。また、財kの正の搾取の条件式は、

$$1-\upsilon_k^{(k)}>0\tag{12}$$

と表現される事になる。

ここで$\mathbf{b}\gg\mathbf{0}$ならば、A1'より$M\gg\mathbf{0}$が従うが、以下では$\mathbf{b}>\mathbf{0}$と仮定しよう。その

[13] この問題は、西田明彦氏との往復書簡での議論の機会から触発されたものである。

とき、$M > \mathbf{0}$ である。また A1'より、$b_k > 0$ となる任意の財 k に関して、$M_k \gg \mathbf{0}$ である。このとき、以下の結論が導かれる:

命題 1 [Bowles & Gintis (1981); Roemer (1982); Samuelson (1982)]: *任意の資本主義経済 $\left\langle N, O; \left(P_{(A,I,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ において、その生産技術体系が **A1'** を満たすとしよう。このとき、正の利潤を伴う正の価格ベクトル $(\mathbf{p}, 1) \in \mathbf{R}_{++}^{n+1}$ が存在するならば、任意の財 $k \in \{1, \cdots, n\}$ に関して、非負の k -価値ベクトルの下で財 k の正の搾取が存在する。*

証明: 正の利潤を伴う正の価格ベクトル $(\mathbf{p}, 1) \in \mathbf{R}_{++}^{n+1}$ が存在するとは、$\mathbf{p}[I - M] \gg \mathbf{0}$ が成立する事である。このとき、$[I - M]^{-1} \geq \mathbf{0}$ が存在する。ところで任意の財 k に関して(11)式を変形すると、

$$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)} = \left(1 - \upsilon_k^{(k)}\right) M_k [I - M]^{-1}. \tag{13}$$

ここでもし $M_k = \mathbf{0}$ ならば、$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)} = \mathbf{0}$ に対して $1 - \upsilon_k^{(k)} > 0$ が自明に成立する。もし $M_k > \mathbf{0}$ ならば、$[I - M]^{-1} \geq \mathbf{0}$ なので $\frac{\boldsymbol{\upsilon}^{(k)}}{1 - \upsilon_k^{(k)}} \geq \mathbf{0}$ が従う。このとき $\boldsymbol{\upsilon}^{(k)} \geq \mathbf{0}$ かつ $1 - \upsilon_k^{(k)} > 0$ が必ず従う。

Q.E.D.

定理 3: *任意の資本主義経済 $\left\langle N, O; \left(P_{(A,I,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ において、その生産技術体系が **A1'** を満たすとしよう。このとき、$M_k \gg \mathbf{0}$ となる任意の財 k に関して、非負の k -価値ベクトルの下で財 k の正の搾取が存在するならば、正の利潤を伴う正の価格ベクトル $(\mathbf{p}, 1) \in \mathbf{R}_{++}^{n+1}$ が存在する。*

証明: $M_k \gg \mathbf{0}$ となる任意の財 k に関して、$\boldsymbol{\upsilon}^{(k)} \geq \mathbf{0}$ かつ $1 - \upsilon_k^{(k)} > 0$ が連立方程式(11)の解であるとしよう。$M_k \gg \mathbf{0}$ である事から、Weak solvability が適用でき、その条件とホーキンス=サイモン条件との同値性より、ある正の価格ベクトル $\mathbf{p} \gg \mathbf{0}$ が存在して、$\mathbf{p}[I - M] \gg \mathbf{0}$ が成立する。 **Q.E.D.**

系 1: *任意の資本主義経済 $\left\langle N, O; \left(P_{(A,I,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ において、その生産技術体系が **A1'** を*

満たすとしよう。このとき、$M_k \gg \mathbf{0}$ *となる任意の財*k *に関して、以下が同値である:*

(a) *非負の*k *-価値ベクトルの下で財*k *の正の搾取が存在する*;

(b) *正の利潤を伴う正の価格ベクトル*$(\mathbf{p},1) \in \mathbf{R}^{n+1}_{++}$ *が存在する。*

この系 1 において、k -価値ベクトルの非負性の条件を外す事は出来ない。形式的には、k -価値ベクトルが非ゼロ・非正ベクトルであって、しかしながら財k の正の搾取が存在するケースは有り得るが、その場合、正の利潤を伴う正の価格ベクトルが存在しないような数値例を容易に発見出来るからだ。[14] もっとも、この事は商品搾取定理の経済学的意味を減衰させるものでは何ら無い。(9)式、(10)式より理解出来る様に、k -価値ベクトルとは各財の 1 単位生産に直接・間接に必要な財k の投入量に他ならない。そのような意味での財k 投入量が、純粋私的財だけからなる完全競争市場の経済において、負になるような財が存在するという状況は、経済学的には極めて不自然で無意味である。逆に、k -価値ベクトルが非負となるような状況こそが自然で有意味と言えよう。従って、そのような状況に限定して、財k の正の搾取の有無を論じるは十分に道理に適っているのである。

$M_k \gg \mathbf{0}$ となるような財k は、**A1'**及び$\mathbf{b} > \mathbf{0}$ の仮定より、必ず存在する。すなわち、$b_k > 0$ となる任意の財k がそれであって、そのような財に関して、系 1 の同値関係が成立する。他方、上記の系 1 の同値関係は、$b_k = 0$ であるような財k に関して、もし$M_k \geq \mathbf{0}$ であるならば、必ずしも成立しない。以下の例がその事を示している:

例 2: 財の数が$n = 2$ であり、$a_{11} < 1$，$a_{12} = a_{21} = a_{22} = 0$，$b_1 = 0$，$b_2 L_1 > 0$，$b_2 L_2 > 1$ としよう。このとき、対応する拡大投入行列は

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ b_2 L_1 & b_2 L_2 \end{bmatrix}$$

となる。ここで$M_1 \geq \mathbf{0}$ となっている財 1 の価値$\boldsymbol{\upsilon}^{(1)} = \left(\upsilon_1^{(1)}, \upsilon_2^{(1)}\right)$ について考える。(13)式を$k = 1$ に関して適用すれば、

$$\frac{\boldsymbol{\upsilon}^{(1)}}{1 - \upsilon_1^{(1)}} = (a_{11}, 0)[I - M]^{-1} \tag{14}$$

となる。この行列M に基づいて、$[I - M]^{-1}$ を求めると、

$$[I - M]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1 - b_2 L_2}{|I - M|} & 0 \\ \frac{b_2 L_1}{|I - M|} & \frac{1 - a_{11}}{|I - M|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 - b_2 L_2}{(1 - a_{11})(1 - b_2 L_2)} & 0 \\ \frac{b_2 L_1}{(1 - a_{11})(1 - b_2 L_2)} & \frac{1 - a_{11}}{(1 - a_{11})(1 - b_2 L_2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 - a_{11})} & 0 \\ \frac{b_2 L_1}{(1 - a_{11})(1 - b_2 L_2)} & \frac{1}{(1 - b_2 L_2)} \end{bmatrix}$$

[14] この点の認識は、2006 年 9 月における松尾匡氏との議論が有益であった。

これを(14)式に適用すると、

$$\frac{\boldsymbol{v}^{(1)}}{1-v_1^{(1)}}=\left(\frac{a_{11}}{(1-a_{11})},0\right).$$

よって、$\boldsymbol{v}^{(1)}=\left(v_1^{(1)},v_2^{(1)}\right)=\left(a_{11},0\right)$となり、$a_{11}<1$より、$1-v_1^{(1)}>0$である。しかしこのとき、$b_2L_2>1$かつ$\left|I-M\right|<0$であるので、ホーキンス=サイモン条件が成立していない。よって、正の利潤を伴う正の価格ベクトルは存在しない。 **Q.E.D.**

以上の結論は、ベクトル$\mathbf{b}$が半正であるより一般的なケースでは、いわゆる GCET は任意の財一般に関しては、必ずしも成立しない事を示している。同時に、少なくとも$b_k>0$となる任意の財kに関しては GCET が依然として成立する事をも示している。注意すべきは、以上の結論は、GCET に関して与えられてきた従来の含意を喪失させはしない、という事である。全ての生産部門における生産活動でも労働投入が不可欠である事も、また、労働者が消費する財が必ず存在するという事も極めて自然な想定であり、そのときには必ず$M_k\gg\mathbf{0}$となるような財が存在する。従って、正の利潤の生成の源泉として説明可能な生産要素の搾取が、労働以外の財に関しても存在する、という点に変わりは無い。すなわち、依然として、労働の搾取は正の利潤生成の唯一の源泉であるという説明は成立しない。

尚、上記の系 1 のさらなる系として、以下の命題が自明に導ける。すなわち、*正の利潤を伴う正の価格ベクトルが存在する事の必要十分条件は、全ての財kに関して、非負のk-価値ベクトルの下でk-搾取が存在する事である*。この主張の必要性は命題 1 より明らかであろう。十分性も容易である。すなわち、全ての財kに関して、非負のk-価値ベクトルの下でk-搾取が存在するならば、特に$M_k\gg\mathbf{0}$となるような財kに関してもそうである。また、そのような財は A1'及び$\mathbf{b}>\mathbf{0}$の仮定より、必ず存在する。よって、系 1 より、正の利潤を伴う正の価格ベクトルの存在が導ける。

4. 代替的な搾取の定式: 主観主義的アプローチ

一般化された商品搾取定理(GCET)によって、もはや労働の搾取を正の利潤の唯一の源泉として説明するシナリオは使えない事が議論されて以降、改めて労働以外の財の搾取の意味づけが議論されてきた。GCETを批判する議論は、例えば磯谷・植村・海老塚(1997)、松尾(2004, 2007)、藤森(2009)等のように、労働を他の生産要素とは根本的に区別されるべき本源的かつ主体的生産要素である点を強調する。労働の搾取とバナナや鉄の搾取とで、社会科学的な意義が違うという議論である。両者において、社会科学的な意義が違うのは直観的には当然である。問題は、FMTだけでは労働搾取の固有の意義は説明できないという事である。そもそもマルクス主義者は、労働搾取の固有の意義を、資本主義における不公正の告発という規範的な観点で位置づける事を退け、資本蓄積メカニズムについての事

実解明的な説明を提供する点に、位置づけてきたと言えよう。そして、労働搾取概念を用いた資本蓄積メカニズム論が空虚な議論ではない事を保証する為にも、労働搾取の存在を正の利潤の唯一の源泉として説明する点において位置づけるFMTの成立は、マルクス主義の理論的整合性にとって重要であった。しかし、GCETによってその種の説明は説得性が無くなった。正の利潤生成の源泉としては、労働以外の財でも形式的には説明可能となった以上、なぜ労働搾取概念を固有に取り上げる必要があるのか、改めてその意義付けの再確認が必要とされたのである。この問題に関して、松尾や藤森は、生産性の果実を、人間的な要素である労働の評価を通じて社会的に配分されると考えるのが、「人間の学問である経済学の考え方である」(藤森(2009))との**解釈論**によって、労働価値概念及び労働搾取概念の意義を他の財とは区別しようとする。

所謂、「バナナが人間のように考えるであろうか」との主張であるが、バナナに人間のような主体性がない事を指摘したとしても、労働搾取概念を用いて、バナナ搾取では説明出来ないような何ものかを説明出来るのかという問いに関して、依然として解答にはなっていない。「バナナの搾取＝バナナ1単位産出に必要なバナナの直接間接の投入量は1未満」を論ずるのに、バナナの主体性など前提する必要はないわけで、すでに吉原(2008)でも強調しているように、搾取には生産要素の「効率的」利用という意味もあって、バナナの搾取の場合、その意味での搾取に他ならない。他方、労働搾取の場合、労働という生産要素の効率的利用という意味での説明概念と解釈すべきなのか、搾取者-被搾取者関係の存在という人間の生産関係に関する説明概念と解釈すべきであるのか、FMTだけでは曖昧なままである。そもそも定義2で与えられたような森嶋型の搾取の定式の場合、生産要素の効率的利用という意味がより直裁的に表現される。なぜならば、その定義は、労働者の消費ベクトルの純生産の為に労働投入に関して最も効率的な生産計画を採用する場合には、その投入量が1労働日未満になる、と言っているに過ぎず、それは当該社会における経済主体の所有関係ないしは生産関係のあり方とは独立に議論できる性質を持っている。実際、FMTは経済主体の所有関係のあり方とは独立に成立するから、仮に全員が等しく資本財へのアクセスが保証された公的所有化の市場経済であっても、利潤率が正であれば定義3の意味での労働搾取が存在するという話になる。ここでの労働搾取の意味は、労働という生産要素の効率的利用としか解釈できないものであろう。

労働搾取の固有の含意をバナナ搾取のそれと区別する問題に、単に解釈論ではなく、理論分析的に応える事の必要性については、松尾自身は自覚的であったようで、故に松尾(2004, 2007)は労働搾取の固有の規範的意義を明らかにするために、代表的労働者の効用関数を導入し、それをプリミティヴなデータとして定義する**主観主義的な労働搾取の定式**を新たに提唱した。

それは以下の様に示される。今, 労働者の財に関する消費選好を表す効用関数、もしくは労働者の厚生水準を評価する、$\mathbf{R}^n_+$ 上で定義された実数値関数を $u(\cdot)$ とする。これは各財について連続かつ単調増加な性質を持つものと仮定される。労働者の 1 労働日あたり

の貨幣賃金１に対応する実質賃金ベクトルが $\mathbf{d}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$ であるとしよう。この財ベクトル $\mathbf{d}$ と少なくとも無差別な効用を与える任意の財ベクトルのうち，最小の労働投入で純生産可能な財ベクトルの労働投入量を，財ベクトル $\mathbf{d}$ の労働価値とするのが，松尾(1997)(及びMatsuo (2008))の労働価値の再定義である。すなわち，以下の最小化問題を考える：

$$\min_{(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\in P}\alpha_0 \quad s.t.\quad \overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}\geq\mathbf{c},\ (\forall\mathbf{c}\in\mathbf{R}_{+}^{n}:\ u(\mathbf{c})\geq u(\mathbf{d})) \tag{15}$$

問題(15)の解を $\boldsymbol{\alpha}^{u}$ で表す事にしよう。その対応する最小労働量を α_0^{u} で記述する。すると、松尾型労働搾取率は以下の様に定義される：

定義 5. [Matsuo(2008)]: *労働者の消費に関する効用を評価する連続かつ強単調な実数値関数* $u(\cdot)$ *が任意に与えられている。そのとき、*所与の*実質賃金ベクトル* $\mathbf{d}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$ *における*労働の u-搾取率(the rate of labor exploitation)*は以下のように与えられる*：

$$e^{u}(\mathbf{d})\equiv\frac{1-\alpha_0^{u}}{\alpha_0^{u}}. \tag{16}$$

また、労働の搾取率が正である*のは*、全ての連続かつ強単調な実数値関数 $u(\cdot)$ に関して u-搾取率が正である*ときである*。

この労働搾取の再定式によって、松尾は所謂、労働疎外の存在を労働搾取の解釈に関連付けようと試みた。すなわち、代表的労働者が「ロビンソン・クルーソーの世界」の様に生産可能性集合 P に自由にアクセスして、その下で効用最大化を達成するように生産と消費を行う場合の効用水準に比較して、1 労働日を供給して財ベクトル $\mathbf{d}$ を消費する下で達成される現在の効用水準は、絶対的に低い水準となる。任意の連続かつ強単調な効用関数 u に関して $e^{u}(\mathbf{d})>0$ であるとは、以上の事態を意味する。この事態を松尾は労働疎外と解釈し、疎外の問題と関連付ける事によって、定義 5 の労働搾取を意義付けている。

ところで、$e^{u}(\mathbf{d})>0$ とは $u(\mathbf{c})=u(\mathbf{d})$ となる、ある $\mathbf{c}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$ に関して、

$$\mathbf{c}\in\partial\hat{P}(\alpha_0=1)\setminus\hat{P}(\alpha_0=1)$$

である。つまり u-搾取率が正である労働者は、生産可能性集合の内部に属する財ベクトルの消費に等しい水準の効用しか達成できない。他方、同じ 1 労働日で労働者は必ず生産可能性集合の境界 $\partial\hat{P}(\alpha_0=1)$ に属する財ベクトルを生産でき、「ロビンソン・クルーソー的状況」ではその生産したものを全て消費できるから、当然、その場合の効用最大化の帰結は

財ベクトル $\mathbf{d}$ を消費する場合よりも効用の達成水準が高くなる。両者の対応性は自明である。しかし、すでに吉原(2008)でも指摘しているように、「ロビンソン・クルーソー的状況」での効用を達成できない事態がなぜ、労働疎外を意味するのか、極めて不明瞭である。

しかし仮に、定義 5 の労働搾取の定式の労働疎外的解釈が可能であると認めたとしても、この定義は資本主義社会における労働搾取概念の定式としての資格をそもそも満たしているとは言い難い。この点に関して、概念上の問題点は、吉原(2008)の 4.2 節で指摘済みであるし、さらなる論点に関しては Veneziani and Yoshihara (2008)を参照されたい。ここでは、定義 5 の下では、森嶋型労働搾取の定式では保証されていた FMT の頑健性が維持できなくなる事を指摘しておけば十分である。

定理 4 [Veneziani and Yoshihara (2008)]: *ある資本主義経済* $\left\langle N,O;\left(P_{(A,B,L)},\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、その経済の全ての均斉成長解において、定義 5 の意味での労働搾取率が正であるにも関らず、保証利潤率がゼロとなる。*

証明: フォン・ノイマン生産技術体系 (A,B,L) であって，以下のような数値例を考える：

$$B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 2 & 2\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix},\ L=(1,1),\ \mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix},\ \sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}^{\nu}=|N|\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}.$$

均斉成長解を考えればよいので、ここでは資本財の初期賦存についてはどのように設定しても構わない事に注意せよ。この経済での均斉成長解の集合は

$$(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)\in\left(\left\{(0,1)\right\}\times\left\{\mathbf{x}'\in\mathbf{R}_{+}^{2}\,\middle|\,x_1'+x_2'=1\right\}\times\{0\}\right)$$

である。すなわち、ここでは全ての均斉成長解において、その保証利潤率はゼロである。

ここで、この生産技術体系 (A,B,L) に対応する $P_{(A,B,L)}$ を考えると、

$$\hat{P}_{(A,B,L)}(\alpha_0=1)=co\left\{\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\right\}\ \ \&\ \ \partial S\hat{P}_{(A,B,L)}(\alpha_0=1)=\left\{\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}\right\}$$

である。但し。一般に記号 coX は集合 X の凸包を表す。このとき、$\mathbf{b}\in\partial\hat{P}_{(A,B,L)}(\alpha_0=1)$ であるが、$\mathbf{b}\notin\partial S\hat{P}_{(A,B,L)}(\alpha_0=1)$ である。すると、どのような効用関数 u の下でも、それが強単調性を満たす限り、その $\mathbf{b}$ を通る無差別曲線は厳密に右下がりになるので、ある $\mathbf{c}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$ に関して、$u(\mathbf{c})=u(\mathbf{d})$ かつ $\mathbf{c}\in\partial\hat{P}(\alpha_0=1)\setminus\hat{P}(\alpha_0=1)$ である。従って、全ての効用関数 u の下で、$e^{u}(\mathbf{b})>0$ である。かくして、定義 5 の意味で、正の労働搾取が存在している。 **Q.E.D.**

よく知られている様に、Morishima (1974)では、均斉成長解の下では、フォン・ノイマン経済体系であっても、正の労働搾取と正の利潤率の同値関係が維持される事が確認されている。労働搾取を正の利潤の唯一の源泉として見做すかどうかに議論の余地があるとしても、FMT を、労働搾取概念を用いた資本主義経済についての基本的認識に関る 1 つの特徴づけとして位置づける立場であれば、そもそも FMT が成立しないような労働搾取の定式は、概念の定式に失敗していると考えるべきである。少なくとも、森嶋型労働搾取の定式では FMT が成立する以上、定義 5 の場合にはそうならないという事は、労働搾取概念を用いた資本主義経済についての基本的認識の変更を求めるべき段階にあるというよりも、まずはこの代替的な定式化自体の失敗を問うべき段階にあろう。

尚、定理 4 の示す様な、定義 5 における FMT の不成立は、均衡解概念を再生産可能解に変更したとしても、解消する事が出来ない。すなわち、定理 3 の証明と全く同じ経済環境を設定して、全ての再生産可能解の下で定義 5 における FMT の不成立を導く事が出来る。この議論については、吉原(2008)の 4 章における例 4.4 においてすでに展開済みなので、ここでは繰り返さない。

5. 代替的な搾取の定式: 客観主義的アプローチ

前章の議論で明らかにされた様に、我々は資本主義経済における正の利潤の生成と資本蓄積運動の背景に労働搾取の存在を見るという、資本主義経済に関する基本認識への直観がある限り、少なくとも労働搾取の定式はそれによって FMT の成立が維持されるようなものである事が求められよう。しかるに、労働搾取概念にはいかなる社会科学的な意義があるのか、その定式化によって、社会科学に関するいかなる重要な問題を適切に説明することが出来るのか、という問いについては、FMT の成立問題とは別に改めて議論しなければならない。FMT が成立しても GCET も成立するので、労働搾取を資本蓄積のメカニズムを説明する固有の概念と位置づける論拠が不十分だからである。他方、労働搾取を考察する事の固有の意義を明らかにする議論として位置づけられるのが、ジョン・ローマー(Roemer (1982))の提示した**富-階級-搾取対応原理**(CECP)の議論である。マルクス主義において意味のある労働搾取概念とは、労働という生産要素の効率的利用状況を表す意味でのそれではなく、むしろ資本家階級と労働者階級の生産関係についての特徴付けとしてのそれであろう。しかしながら労働搾取を資本蓄積メカニズムの説明機能として位置づけるだけでは、両者の違いは曖昧である。他方、富-階級-搾取対応原理の議論は、搾取関係と階級関係の対応性を内生的に導出する事で、労働搾取に階級間の生産関係に関る概念としての含意を持たせることに成功していると言えよう。

一方、いかなる労働搾取の定式が適切であるかについても、別個、分析する必要があろう。吉原(2008)の 4 章で詳細に論じたように、FMT が成立するか否かという問題自体、労働搾取をどう定式化するかに応じてその答えは違ってくる。また、本稿の前章で我々

は、森嶋型労働搾取の定式の下では FMT が成立するが、松尾型ではそうならない旨を示した。我々は、資本蓄積運動の背景に労働搾取の存在を見るという、資本主義経済に関する基本認識への直観を変更させてまでも、松尾型の定式を採用すべきだと思わざるを得ない程の説得性を、その定式には見い出し得なかった。しかし、仮にそれが森嶋型に比べて労働搾取概念をより適切に表現していて、これ以上により説得的な労働搾取の定式は考えられないと思う程であれば、我々の意思決定は全く逆のものになるだろう。同様の問題は富-階級-搾取対応原理(CECP)の分析においても発生する。すなわち、吉原(2008)の 5 章でも論じた様に、より一般的な閉凸錘生産経済の下では、いかなる労働搾取の定式を用いるかに応じて、CECP が成立するか否かの解答が変わってくる。従って、そもそも適切な労働搾取の定式化はいかなるものであるのかについても、固有に検討すべき課題なのである。

本章では我々はまず、CECP についての幾何的な解析に則った簡単な説明を行う。その際に、我々は全ての経済主体が生存可能消費ベクトルを獲得できる限りで労働支出を最小化しつつ市場経済で取引を行うという、一種の**生存可能生産経済**のモデルを想定する。そこでは私的所有制度も完全競争的な市場も存在するが、資本蓄積は起こらない静態的経済社会である。そのような経済環境であっても、搾取関係も階級関係も生成する事を見る事で、我々は資本蓄積メカニズムの説明機能の有無の問題とは別個独立に、労働搾取概念の固有の意義を明らかにする事ができる。そのようなモデルにおいて、我々は労働搾取の定式次第で、CECP が成立するか否かが変わってくる事を確認する。その上で、では適切な労働搾取の定式化とは如何なるものかについての、公理的分析に基づく最新の研究成果について紹介する。最後に改めて、FMT の成立問題に戻り、もっともらしい労働搾取の定式の下では、FMT も CECP も頑健である事を確認する。すなわち、我々はもっともらしいと公理的に導出された労働搾取の定式の下で、CECP の成立によって、労働搾取概念が確かに資本家階級と労働者階級の間の階級的生産関係を特徴付ける意義を持つ事を確証できる。さらにそのような意義付けが付与された労働搾取概念を用いて、FMT の成立によって、資本蓄積メカニズムの運動の背景に、資本家階級と労働者階級の間の搾取的な生産関係の存在を見出すという、マルクスが当初、『資本論』において試みた、資本主義経済の基本認識の妥当性を確証できる事になる。もちろん、依然として、GCET がある以上、正の利潤の唯一の源泉という説明は出来ないが、労働搾取の定式の公理主義的抽出と CECP による裏づけを背景に、その概念は固有の意義を伴って、資本主義経済の規範的特徴づけを可能とするのである。

5.1. 階級-搾取対応原理

本章における社会の人口は集合 N からなり、この人口の任意の構成員 $\nu \in N$ は一般に、非負の財初期賦存ベクトル $\boldsymbol{\omega}^{\nu} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ と 1 労働日に 1 単位の労働を提供する能力(**労働力**)を有している。個々人の間で労働能力と消費選好に関する差異は存在しないものの、財初期賦存の私的所有に関しては、一般に個人間で格差が存在する可能性があり、ある個人

たちは財の初期賦存が$\mathbf{0}\in \mathbf{R}_+^n$である可能性も排除していない。さらに、任意の個人$\nu\in N$は 1 日生存する為に、$\mathbf{b}\in \mathbf{R}_+^n$の消費財ベクトルを消費する必要があると仮定する。以上より、**一つの生存可能経済(a subsistence economy)**は、リスト$\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu\in N}\right\rangle$で表される。

このように定義された経済において、全ての個人は等しく当該社会の生産技術Pに直面しているが、彼らの所有する資本財初期賦存の貨幣価値額は異なり得る。そのような環境において、任意の個人$\nu\in N$は 4 章までのモデルと異なり、以下のような 3 つの形態で経済活動に参加する可能性を持っている。一つは、彼の所有する資本ストックを使って自ら働いて生産するという活動である。そのような形での生産活動水準を

$$\boldsymbol{\alpha}^\nu=\left(-\alpha_0^\nu,-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu,\overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu\right)\in P \tag{17}$$

で表す。第二に、彼は自分の所有する資本ストックを使って、他人の労働を雇用して生産活動に関与するという可能性がある。そのような形での生産活動水準を

$$\boldsymbol{\beta}^\nu=\left(-\beta_0^\nu,-\underline{\boldsymbol{\beta}}^\nu,\overline{\boldsymbol{\beta}}^\nu\right)\in P \tag{18}$$

で表す。最後に、彼は他人に雇われて、他人の資本ストックの下で労働する形で生産活動に関与する可能性がある。彼が他人に雇われている下での労働量を$\gamma_0^\nu\in[0,1]$で表す。任意の個人$\nu\in N$は、所与の市場価格体系$(\mathbf{p},w)\in \mathbf{R}_+^{n+1}$の下、自分の所有する資本ストックの貨幣価値額$\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu$と 1 日 1 単位の労働賦存とをうまく上記の 3 つの形態の生産活動に配分して、生存消費ベクトルを購入できるだけの所得を確保するのに、出来るだけ自らの労働支出を最小化しようとする。すなわち、任意の個人$\nu\in N$は、所与の市場価格体系$(\mathbf{p},w)\in \mathbf{R}_+^{n+1}$の下、以下の様な**生存可能所得制約下での労働支出最小化問題(P2)**

$$\min_{\left(\boldsymbol{\alpha}^\nu,\boldsymbol{\beta}^\nu,\gamma_0^\nu\right)\in P\times P\times[0,1]} \quad \alpha_0^\nu+\gamma_0^\nu \tag{P2}$$

$$\text{s.t.}\ \ \mathbf{p}\left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu\right)+\left[\mathbf{p}\left(\overline{\boldsymbol{\beta}}^\nu-\underline{\boldsymbol{\beta}}^\nu\right)-w\beta_0^\nu\right]+w\gamma_0^\nu\geq \mathbf{p}\mathbf{b}, \tag{P2a}$$

$$\mathbf{p}\left(\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu+\underline{\boldsymbol{\beta}}^\nu\right)\leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu\equiv W^\nu, \tag{P2b}$$

$$\alpha_0^\nu+\gamma_0^\nu\leq 1. \tag{P2c}$$

の解となるような**経済活動**$\left(\boldsymbol{\alpha}^\nu,\boldsymbol{\beta}^\nu,\gamma_0^\nu\right)\in P\times P\times[0,1]$を選択する。価格体系$(\mathbf{p},w)$の下での問題(P2)の解の集合を、$\mathrm{A}^\nu(\mathbf{p},w)$で表す事とする。この経済における均衡概念は以下のよう

に定義される:

定義 6. [Roemer (1982; Chapter 3)]: *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *に対して、プロフィール* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)\in \mathbf{R}_{+}^{n+1}\times\left(P\times P\times[0,1]\right)^{\#N}$ *が 1 つの* ***再生産可能解 (a reproducible solution)*** *であるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\forall\nu\in N$, $\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w)$, (労働支出最小化条件);

(b) $\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\geq N\mathbf{b}$, (再生産可能条件);

(c) $\beta_0=\gamma_0$ (労働市場均衡条件); &

(d) $\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\underline{\boldsymbol{\beta}}\leq\boldsymbol{\omega}$ (社会的実行可能性条件).

定義の各条件の意味は、2 章の定義 1.で与えた再生産可能解の説明と基本的には同じである。定義 1 では条件(a)の意味が資本家の利潤最大化の実現であったが、ここでは単なる経済主体の労働支出最小化となっている事に注意せよ。しかしいずれにせよ、集合 N に属する経済主体の制約下での最適化の実現が再生産可能解の条件である事に変わりはない。

5.1.1. 富-階級対応関係

以下では、経済は再生産可能解の下にあると想定する。階級とは、分業によって生じる各個人の再生産可能解下での経済活動のタイプによって、定義される。特に労働力を買う立場か、売る立場か、自給自足であるか、という観点が関連する。すなわち、均衡状態において、専ら他人労働の雇用で生産活動に関与する個人の集団を資本家階級、逆に、専ら自己労働の他人による雇用によって生産に関わる個人の集団を労働者階級、自営、すなわち、自分の労働と自分の所有資本だけで生産を行う個人の集団を小市民階層、等々と見做し、それを以下の様に形式化した。

定義 7. [Roemer (1982)]: *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、正の利潤率の伴う再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にあるとしよう。このとき、この資本主義社会における階級構造は、集合* N *の直和分割として定義される以下の 5 つの部分集合* C^{PC}, C^{SC}, C^{PB}, C^{MP}, C^{P} *によって与えられる:*

$$\nu\in C^{PC}\Leftrightarrow(0,+,0)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w);$$

$$\nu\in C^{SC}\Leftrightarrow(+,+,0)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w);$$

$$\nu \in C^{PB} \Leftrightarrow (+,0,0) \in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w) \setminus (+,+,0),(+,0,+);$$

$$\nu \in C^{MP} \Leftrightarrow (+,0,+) \in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w);$$

$$\nu \in C^{P} \Leftrightarrow (0,0,+) \in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w).$$

但し、$(+,+,0)$ は $\alpha_0^{\nu} > 0$，$\beta_0^{\nu} > 0$，$\gamma_0^{\nu} = 0$ と読む。他も同様。

ここで、集合 C^{PC} に属する諸個人は資本家階級に属する、と解釈するに相応しい。なぜならば、彼らは再生産可能解において、専ら他人労働の雇用によって経済活動に関与しているからである。また、集合 C^{SC} は他人労働の雇用のみならず、自分の所有する資本を生かして自分でも働く諸個人の集団であり、小資本家階級と言うに相応しい。他方、集合 C^{PB} に属する諸個人は中産階級に属する、と解釈するに相応しい。なぜならば、彼らは再生産可能解において自分の所有する資本を生かして専ら自分で働くという自営業として、経済活動に関与しているからである。また、集合 C^{MP} に属する諸個人は兼業労働者階級に属する、と解釈するに相応しい。なぜならば、彼らは再生産可能解において自己所有資本の下で自己労働する以外に、他者に雇用されてその指揮下で労働するという形態で経済活動に従事しているからである。最後に集合 C^{P} に属する諸個人は労働者階級に属する、と解釈するに相応しい。なぜならば、彼らは再生産可能解において、専ら他者に雇用されてその指揮下で労働するという形態で経済活動に従事しているからである。

以下では、再生産可能解において、各個人の所有する貨幣資本 W^{ν} の大きさに応じて階級分解が生じる事を、幾何的に説明する。便宜上、生存消費ベクトル $\mathbf{b}$ はコーン 1 財のみからなるスカラー $b > 0$ と考え、資本財ベクトルも 1 財のみからなるスカラー $\omega > 0$ であり、また全ての生産工程はこの資本財と労働の適当な比率でコーンを生産する**コーン-1 資本財モデル**を考える。資本財を今、**価格ニュメレール財**と想定しよう。すると、再生産可能解 $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$ における任意の個人の所得制約式(P2a)は、資本制約式(P2b)を代入する事によって

$$\pi(p,w)W^{\nu} + w\left(\alpha_0^{\nu} + \gamma_0^{\nu}\right) = pb \tag{18}$$

となる。但し、$\pi(p,w)$ はこの均衡状態における利潤率を表す。この(18)式を個人 $\nu \in N$ に関して集計すると、$\pi(p,w)W + w\left(\alpha_0 + \gamma_0\right) = Npb$ であり、また、再生産可能解においては

$$\sum_{\nu \in N}\left(\underline{\alpha}^{\nu} + \underline{\beta}^{\nu}\right) = \left(\underline{\alpha} + \underline{\beta}\right) = \sum_{\nu \in N}\omega^{\nu} = W \quad \& \quad \beta_0 = \gamma_0$$

である事から、結局、

$$\tfrac{\pi(p,w)}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right)+\tfrac{w}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)=pb \tag{19}$$

を得る。これは再生産可能解における、経済全体における要素費用曲線である。この(19)式は、均衡において、1 人あたりコーン b を純産出する為に経済全体で 1 人あたり資本財 $\tfrac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right)$ と 1 人あたり労働量 $\tfrac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)$ が投入されている事を意味する。また(18)式と(19)式より明らかであるように、各個人が直面する所得制約曲線と 1 人あたり要素費用曲線とは一致する。他方、一般に、消費財ベクトル $\mathbf{b}$ の純生産の為に必要な生産要素の集合を

$$P(\mathbf{b})\equiv\left\{\left(\alpha_0,\underline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in\mathbf{R}_+\times\mathbf{R}_+^n \middle| \exists\overline{\boldsymbol{\alpha}}\in\mathbf{R}_+^n:\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in P\,\&\,\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}\geq\mathbf{b}\right\}$$

で定義できる。コーン b の純生産の為に必要な生産要素集合も同様に $P(b)$ で定義できる。均衡における要素費用の値 pb とは、生産要素集合 $P(b)$ 内での(19)式の最小値として定まる。また、集合 $P(b)$ は凸である事から、そのフロンティアは原点に向って凸となる。以上より、均衡における生産要素投入ベクトル $\left(\tfrac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right),\tfrac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)\right)$ は、図 4 のように定まる。

【図 4 挿入】

次に均衡における各個人の最適解 $\left(\boldsymbol{\alpha}^\nu,\boldsymbol{\beta}^\nu,\gamma_0^\nu\right)\in \mathrm{A}^\nu(\mathbf{p},w)$ についての特徴を明らかにしよう。各個人の目的は労働支出の最小化であり、また、均衡においては利潤率は非負となるので、各個人は所有する貨幣資本全てを用いて、資本財を購入し、それを投入する事が最適となる。その結果、均衡における各個人の利潤収入は $\pi(p,w)W^\nu$ となる。よって(18)式の左辺第 2 項が表れるわけであり、その結果、各個人の労働支出の最小値は

$$\alpha_0^\nu+\gamma_0^\nu=\max\left\{0,\frac{pb-\pi(p,w)W^\nu}{w}\right\} \tag{20}$$

となる。すなわち均衡において、全ての個人は(19)式に一致する所得制約の下で、(20)式に基づいてその労働供給量を決めている。

では、各個人が問題(P2)を解く結果として、定義 7 の 5 つの階級のうちのいずれか 1 つに必ず所属する事を確認しよう。以下では、図 4 で描かれたように、集合 $P(b)$ のフロンティアは滑らかな曲線となり、従って、均衡における要素費用を最小化させる生産要素投入ベクトルは、図 4 のように、一意に決定される状況を想定しよう。最初に、個人 $\nu\in N$ の貨幣資本の初期保有が

$$W^\nu\geq\frac{pb}{\pi(p,w)}$$

である場合を考えよう。このとき、彼は利潤収入だけで生存水準のコーン b の購入に十分な

所得を稼得できる。換言すれば、生存に必要な所得を稼得する為には、彼は$\frac{pb}{\pi(p,w)}$の数量に相当する資本財を購入し、pbに等しいだけの利潤収入を得れば十分であるが、しかしこの利潤収入を得るためには資本財が完全稼動されなければならず、その為には

$$\beta_0^\nu = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\underline{\alpha} + \underline{\beta}} \frac{pb}{\pi(p,w)}$$

だけの労働投入が需要される。個人ν自身は(20)式より、労働を供給しないので、この労働需要は他者労働の雇用によって満たされなければならない。これは個人νが資本家階級C^{PC}に属している事を意味する。

【図 5 挿入】

第二に、個人$\nu \in N$の貨幣資本の初期保有が

$$\frac{\underline{\alpha} + \underline{\beta}}{N} < W^\nu < \frac{pb}{\pi(p,w)} \tag{21}$$

である場合を考えよう。このとき、彼は(20)式より、正の労働供給も行わなければならない。また、利潤収入$\pi(p,w)W^\nu$を確保する為には、この個人は

$$\alpha_0^\nu + \beta_0^\nu = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\underline{\alpha} + \underline{\beta}} W^\nu \tag{22}$$

だけの労働投入を需要しなければならない。(19)式、(20)式と(21)式より

$$\frac{\alpha_0 + \beta_0}{\underline{\alpha} + \underline{\beta}} > \frac{\alpha_0^\nu + \gamma_0^\nu}{W^\nu}$$

が従うので、(22)式と合わせると、$\alpha_0^\nu + \beta_0^\nu > \alpha_0^\nu + \gamma_0^\nu$となる。この差額は、他者労働の雇用によって賄わなければならないので、結局、これは個人νが小資本家階級C^{SC}に属している事を意味する。

【図 6 挿入】

第三に、個人$\nu \in N$の資本財の初期保有量がちょうど$W^\nu = \frac{1}{N}\left(\underline{\alpha} + \underline{\beta}\right)$である場合、(19)式及び(20)式より、彼の労働供給は$\alpha_0^\nu + \gamma_0^\nu = \frac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0)$となる。すなわち、彼の資本$W^\nu$を完全稼動する為の労働需要$\frac{1}{N}\left(\alpha_0 + \beta_0\right)$は、生存可能所得$pb$を確保する為に彼が最小限、支出しなければならない労働供給水準$\alpha_0^\nu + \gamma_0^\nu$と一致している。これは、自営業的な経済活動で必要な所得を得ている事を意味し、従って、彼は自営業階級に属している。

【図 7 挿入】

第四に、個人$\nu \in N$の貨幣資本の初期保有が

$$0 < W^\nu < \frac{1}{N}\left(\underline{\alpha} + \underline{\beta}\right) \tag{23}$$

である場合を考えよう。この個人が利潤収入$\pi(p,w)W^\nu$を確保する為に必要な労働需要は

(22)式に基づいて定まる。他方、彼の労働供給は、(19)式、(20)式と(23)式より

$$\frac{\alpha_0+\beta_0}{\underline{\alpha}+\underline{\beta}}<\frac{\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}}{W^{\nu}}$$

が従う。これは(22)式と合わせると、$\alpha_0^{\nu}+\beta_0^{\nu}<\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}$となる。つまり、彼の資本保有量を完全稼動する為の労働需要は、彼が生存可能所得pbを得る為に必要な最小労働供給量を吸収し尽せる程、十分に多くはない。従って、生存可能所得pbを確保する為の追加的賃金収入を得る為に、この個人は他者に雇用される必要がある。これはこの個人が兼業労働者階級C^{MP}に属する事を意味する。

【図 8 挿入】

最後に、個人$\nu\in N$の資本財の初期保有量がゼロである場合、資本財を生産活動に投下する事で得られる利潤所得を全く期待できないので、所得pbは専ら、雇用労働者となって、労働供給$\gamma_0^{\nu}=\frac{pb}{w}$による賃金収入を得る事で賄わなければならない。すなわち、この個人は労働者階級C^{P}に属している。

【図 9 挿入】

以上の分析は、市場経済における経済活動の結果として、社会Nの 5 つの階級への分割が生じる事を意味する。[15] さらに、図 10 において明らかなように、個々人の階級分化は彼らの保有する貨幣資本の大きさに規定される事も意味している。

【図 10 挿入】

5.1.2. 階級-搾取対応原理(CECP)

では、前小節でその内生的生成が議論された階級構造と、労働搾取関係との関係性について見てみよう。最初に伝統的な森嶋型労働搾取の定式(Morishima (1974))に基づいて、議論する。定義 3 において、いわゆる財ベクトルの労働価値が定義されている。よって、森嶋型労働搾取の定義は以下の様に自然に与える事が出来る:

定義 7. [Roemer (1982)]: *任意の生存可能経済*$\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$*が、正の利潤率の伴う再生産可能解*$\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$*の下にある。このとき、任意の個人*$\nu\in N$*について:*

$$\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}>l.v.(\mathbf{b})\Leftrightarrow \nu \text{ は被搾取者である;}$$

$$\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}<l.v.(\mathbf{b})\Leftrightarrow \nu \text{ は搾取者である.}$$

[15] 階級構造の生成に関する以上の説明は、各個人が労働支出最小化問題(P2)を解くように行動する市場モデルの下でのものだが、階級構造の生成自体はこのモデルにのみ固有なメカニズムではない。実際、個々人が収入を最大化すべく行動する市場モデルにおいても本節と基本的に同様の結論を導く事ができる。詳しくは吉原(2008)の第 5 章を参照せよ。

この定義 7 に基づいて、本節におけるコーン-1 資本財モデルで、まずは生産可能性集合がレオンチェフ技術体系の場合について検証してみよう。その場合、生産要素集合 $P(b)$ のフロンティアは L 字型の曲線になる。従って、コーン b の労働価値 $l.v.(b)$ は図 11 の様に、この生産要素フロンティアの屈折点における労働投入量によって表す事が出来る。

【図 11 挿入】

その結果、定義 7 に基づく搾取者と被搾取者の集合は、図 12 のように決定される。

【図 12 挿入】

分析的には、以下の様に決まる:

$$\nu \text{ は被搾取者である} \Leftrightarrow \frac{pb-\pi(p,w)W^{\nu}}{w} > l.v.(b); \tag{24a}$$

$$\nu \text{ は搾取者である} \Leftrightarrow \frac{pb-\pi(p,w)W^{\nu}}{w} < l.v.(b). \tag{24b}$$

この(24)式は、$P(b)$ のフロンティアが L 字型であろうと、一般的な原点に凸であろうとも成立する関係である。

ところで図 12 でも明らかな様に、コーン-1 資本財モデルにおけるレオンチェフ生産技術体系の場合、コーン b を純生産する為に要する最小労働投入量 $l.v.(b)$ は、均衡価格 (p,w) の下での生産要素投入ベクトル $\left(\frac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right), \frac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)\right)$ の $\frac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0)$、すなわち 1 人あたり総労働需要(=供給)量に一致する。よって(24)式は以下の様に書き換えられる:

$$\nu \text{ は被搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu} > \frac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0); \tag{25a}$$

$$\nu \text{ は搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu} < \frac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0). \tag{25b}$$

他方、各個人の階級所属はその貨幣資本保有額に応じて決まるのだが、そのとき:

$$\nu \in C^{MP} \cup C^{P} \Leftrightarrow W^{\nu} < \frac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right) \Leftrightarrow \frac{pb-\pi(p,w)W^{\nu}}{w} > \frac{pb-\frac{\pi(p,w)}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right)}{w}; \tag{26a}$$

$$\nu \in C^{PC} \cup C^{SC} \Leftrightarrow W^{\nu} > \frac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right) \Leftrightarrow \frac{pb-\pi(p,w)W^{\nu}}{w} < \frac{pb-\frac{\pi(p,w)}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right)}{w}. \tag{26b}$$

上の(25)式と(26)式より、以下の帰結を得る:

$$\nu \in C^{MP} \cup C^{P} \Rightarrow \nu \text{ は被搾取者である}; \tag{27a}$$

$$\nu \in C^{PC} \cup C^{SC} \Rightarrow \nu \text{ は搾取者である}. \tag{27b}$$

【図 13 挿入】

この(27)式の関係は、**階級-搾取対応原理 (CECP)**と言われる。この関係は、n 財 n 生産部門の一般的なレオンチェフ経済モデルに関しても成立する。すなわち:

定理 5. [Roemer (1982)] (CECP): *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P_{(A,I,L)},\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、*A1’*と* A2’*を満たし、正の利潤率の伴う再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にある。このとき、任意の個人* $\nu\in N$ *について、以下が成立する*:

$\nu\in C^{MP}\cup C^{P}\Rightarrow\nu$ は(定義 7 の意味で)被搾取者である;

$\nu\in C^{PC}\cup C^{SC}\Rightarrow\nu$ は(定義 7 の意味で)搾取者である.

この定理はいかなる意義があろうか？奴隷制社会や封建制社会など、前近代的社会においては、階級的生産関係は極めて直裁的に搾取関係として現れる。他方、資本主義社会では、資本家と労働者の階級関係が搾取的関係であるか否か自体、自明な事ではない。CECP の成立は、この問いに対する 1 つの解答を与えるものである。すなわち、市場を通じた競争メカニズムの下での人々の合理的行動の結果として、階級関係が搾取的関係として生成・再生産する事を明らかにしているのである。

問題はこの定理 5 が、一般的な閉凸錘生産経済モデルでは成立しなくなるという点である。この問題は吉原(2008)の 5 章でも論じられたが、そこでは全ての個人は収入最大化行動を取る経済環境を想定していた。他方、ここでは生存可能経済モデルという、より単純で、それゆえによりマルクス主義の諸命題が成立しやすい状況を設定している。にも関らず、我々は以下において、定義 7 の下では CECP が成立しないような生存可能経済が存在する事を確認する事になる。

一般的な閉凸錘生産経済の想定より、$P(b)$のフロンティアが原点に凸な滑らかな曲線を描く様なコーン-1 資本財モデルのケースを取り上げよう。その場合、定義 3 に基づくコーンbの労働価値は図 14 のように与えられる。

【図 14 挿入】

その結果、定義 7 に基づく搾取者と被搾取者の集合は、以下の図 15 のように分類する事が出来る。

【図 15 挿入】

ところで、一般的な閉凸錘生産経済の場合、一般的に均衡価格(p,w)の下での 1 人あたり総労働需要(=供給)量である$\frac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0)$と、コーン$b$を純生産する為に要する最小労働投入量$l.v.(b)$とは一致する保証はない。実際、図 15 が示している様に、$P(b)$のフロンティアが L 字型でない限り、

$$l.v.(b)<\tfrac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0) \tag{28}$$

となるであろう。ところで(26)式の関係より、$P(b)$のフロンティアが一般的な、原点に凸な滑らかな曲線であるようなコーン-1 資本財モデルにおいては

$$\nu\in C^{MP}\cup C^{P}\Leftrightarrow\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}>\tfrac{1}{N}(\alpha_0+\beta_0); \tag{29a}$$

$$\nu \in C^{PC} \cup C^{SC} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu} + \gamma_0^{\nu} < \tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0), \tag{29b}$$

が得られるから、定義 7、(28)式、及び(29)式より、以下のケースが可能である:

$$\exists \nu \in C^{PC} \cup C^{SC} \ \text{ s. t. } \ l.v.(b) < \alpha_0^{\nu} + \gamma_0^{\nu} < \tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0).$$

【図 16 挿入】

実際に、図 16 はそのような個人の存在する状況を描いている。この個人は資本家階級もしくは小資本家階級に属しているが、定義 7 に基づくと被搾取者である。すなわち、CECP が成立しない状況が、一般的な閉凸錘生産経済モデルにおいては、このように容易に発生するのである。

上記の CECP の不成立は、それでは労働搾取概念によって資本主義経済における階級間の生産関係を特徴付ける事が、一般的には不可能である事を意味するのであろうか？あるいは定義 7 の様な労働搾取の定式自体が不適切だからであろうか？その問いに関して議論する為に、以下の様な代替的な労働搾取の定式を導入しよう:

定義 8. [Yoshihara (2007); Yoshihara and Veneziani (2009)]: *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、正の利潤率の伴う再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にある。このとき、任意の個人* $\nu \in N$ *について*:

$$\alpha_0^{\nu} + \gamma_0^{\nu} > \tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0) \Leftrightarrow \nu \text{ は被搾取者である;}$$

$$\alpha_0^{\nu} + \gamma_0^{\nu} < \tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0) \Leftrightarrow \nu \text{ は搾取者である.}$$

【図 17 挿入】

この定義はレオンチェフ経済モデルで定式化された、所謂“New Interpretation”学派の労働搾取の定義[Duménil (1980); Foley (1982)]の一般的な閉凸錘生産経済モデルへの拡張になっている。この定式では、搾取者であるか被搾取者であるかの分岐点 $\tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0)$ は、再生産可能解での 1 人あたり総労働投入量である。従って、この場合、森嶋型定式である定義 7 とは違って、均衡生産点に依存して搾取-被搾取の関係が定まる構造になっている。

定義 8 では、その定義上、いかなる一般的な閉凸錘生産経済においても、均衡価格 (p,w) の下での 1 人あたり総労働需要(=供給)量である $\tfrac{1}{N}(\alpha_0 + \beta_0)$ が、コーン b を純生産する為に要する「社会的必要労働」に一致するものと解釈される。この定義の下では、CECP が一般的な閉凸錘生産経済においても成立する事を確認できる:

定理 6. [Yoshihara (2007); Yoshihara and Veneziani (2009)]: *任意の生存可能経済*

$\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$*が、正の利潤率の伴う再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$*の下にある。このとき、任意の個人* $\nu\in N$ *について、以下が成立する*:

$$\nu\in C^{MP}\cup C^{P}\Rightarrow\nu\text{ は(定義 8 の意味で)被搾取者である;}$$

$$\nu\in C^{PC}\cup C^{SC}\Rightarrow\nu\text{ は(定義 8 の意味で)搾取者である.}$$

この定理の一般的な証明については Yoshihara and Veneziani (2009)を参照せよ。ここでは図 10 で描かれた様な、$P(b)$のフロンティアが一般的な原点に凸であるようなコーン-1 資本財モデルを想定して、CECP の成立を説明しよう。その場合、上で導いた(29)式の関係が適用されるので、結局、

$$\nu\in C^{MP}\cup C^{P}\Leftrightarrow\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}>\tfrac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)\Leftrightarrow\nu\text{ は(定義 8 の意味で)被搾取者である;}$$

$$\nu\in C^{PC}\cup C^{SC}\Leftrightarrow\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}<\tfrac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right)\Leftrightarrow\nu\text{ は(定義 8 の意味で)搾取者である,}$$

【図 18 挿入】

という関係が得られる。すなわち、定義 8 の前提の下で、CECP が成立するのである。

5.2. 労働搾取の公理的分析

以上の議論より、一般的な閉凸錘生産経済においても、森嶋型の定式を放棄し代替的な労働搾取の定式を――例えば定義 8 を――与えるならば、CECP は維持され得る。すなわち、労働搾取概念を用いて資本主義経済における階級間の生産関係を特徴付ける事が可能である事が解る。ここで改めて、森嶋型の定式は、労働搾取の概念を適切に表現するものであろうか、あるいは定義 8 は労働搾取概念の定式として適切であろうか、という事が問題になろう。資本主義経済における階級間の生産関係を特徴付ける分析装置としての労働搾取概念の妥当性は、いずれの定式がもっともらしいかという問いへの答えに依存する事になるからである。

この問いへの 1 つの解答を試みているのが、Yoshihara (2007)及び Yoshihara and Veneziani (2009)による労働搾取の公理的分析である。Yoshihara (2007)は各個人が保有貨幣資本制約の下での収入最大化行動を取るような資本主義的市場経済モデルの下で、労働搾取概念の定式が満たすべき最小限の必要条件を「労働搾取の公理」(LE)[16]として定式化した。この公理 LE は、数理的マルクス経済学の文献においてこれまで提起されてきた代表的な搾取の定式のいずれもが満たすような条件になっている。その上で Yoshihara (2007)は、公理 LE を満たすような任意の労働搾取の定式であって、一般的な閉凸錘生産経済において CECP を成立させるような定式である為の必要十分条件を特徴付けた。その結果、そのような必要十分条件を満たす労働搾取の定式は、興味深い事に、必ず所得情報に依存的に

[16] 吉原(2008)の 7 章、7.2 節を参照の事。

定義されるような性質を持たなければならない事が明らかにされた。本稿のこれまでの議論からも明らかなように、森嶋型労働搾取の定式は価格情報に独立に定義される。従って、当然ながら、価格情報を前提する所得情報からも独立的である。それ故に、森嶋型労働搾取の定式は一般に、CECP の成立を保証できないのである。これは、労働価値が価格に論理的に先行するという方法論的立場を採用してきた、伝統的なマルクス主義のフレームワークが理論的不整合性を齎すものである事をも示している。

Yoshihara and Veneziani (2009)は生存可能経済における労働搾取概念の定式が満たすべき最小限の必要条件として、「生存可能経済における労働搾取の公理」(LES)を提起した。価格$\mathbf{p}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$における生存可能所得水準の予算集合を$B(\mathbf{p},\mathbf{b})\equiv\left\{\mathbf{c}\in\mathbf{R}_{+}^{n}\,\middle|\,\mathbf{pc}=\mathbf{pb}\right\}$記すと、公理 LES は以下の様に定式化される：

生存可能経済における労働搾取の公理（LES）[Yoshihara and Veneziani (2009)]: *任意の生存可能経済*$\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$*の下で、任意の再生産可能解*$\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$*において、集合*$N^{ter}\subseteq N$*と集合*$N^{ted}\subseteq N$*がそれぞれ*搾取者の集合*となり*被搾取者の集合*となるのは、以下の条件を満たすときそのときのみである：高々２つの参照消費財ベクトル*$\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}}\in B(\mathbf{p},\mathbf{b})$*が存在し、それらにそれぞれ対応して*$\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}}\in\phi(\overline{\mathbf{c}})$*と*$\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\in\phi(\underline{\mathbf{c}})$*が存在し、それぞれ*$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\overline{\mathbf{c}}}=\overline{\mathbf{c}}$*、*$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\underline{\mathbf{c}}}=\underline{\mathbf{c}}$*、かつ*$\alpha_0^{\underline{\mathbf{c}}}\geq\alpha_0^{\overline{\mathbf{c}}}$*であり、さらに任意の*$\nu\in N$*に関して、*

$$\nu\in N^{ter}\Leftrightarrow\alpha_0^{\overline{\mathbf{c}}}>\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu};$$
$$\nu\in N^{ted}\Leftrightarrow\alpha_0^{\underline{\mathbf{c}}}<\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}.$$

すなわち、任意の労働搾取の定式が与えられれば、搾取者の集合N^{ter}と被搾取者の集合N^{ted}が定義される。そのとき、公理 LES は、任意の再生産可能解において、高々２つの参照財ベクトル$\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}}\in B(\mathbf{p},\mathbf{b})$と、対応する生産点$\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}}\in\phi(\overline{\mathbf{c}})$と$\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\in\phi(\underline{\mathbf{c}})$がこの労働搾取の定式に対応して同定され、それらによってN^{ter}とN^{ted}を特徴付けられる事を要請する。高々２つの参照財ベクトル$\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}}$は、共に当該再生産可能解の下での生存可能所得の下で購入可能であって、これらの財ベクトルを純生産するのに要する労働投入量が、各個人が搾取者であるか被搾取者であるかを同定する分岐点として機能するのである。換言すれば、生存可能所得水準に対応する労働力の価値は少なくとも$\alpha_0^{\overline{\mathbf{c}}}$の大きさの労働投入量であり、高々$\alpha_0^{\underline{\mathbf{c}}}$の大きさの労働投入量である。そういう情報を与える参照財ベクトル$\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}}\in B(\mathbf{p},\mathbf{b})$と、対応する生産点$\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}}\in\phi(\overline{\mathbf{c}})$と$\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\in\phi(\underline{\mathbf{c}})$を、労働搾取の定式であるならば、集合$N^{ter}$と集合$N^{ted}$を搾取者の集合と被搾取者の集合として定義する事を通じて、必ず見い出せねればならない。

これが公理 LES の要請である。

公理 LES を労働搾取の定式が満たすべき最小限の必要条件と措定した上で、Yoshihara and Veneziani (2009)は、公理 LES を満たす労働搾取の定式が追加的に満たすべき望ましい条件を幾つか提唱した。第 1 に、搾取のない配分が、現状の生産技術と総資本ストックの賦存状態の下で物理的に実行可能であるならば、それは市場を通じた資源配分の分権的意思決定メカニズムを通じても遂行可能である事を要請する。その議論をする為に「搾取のない配分」についての定式を導入する：

定義 9. [Yoshihara and Veneziani (2009)]: *所与の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、配分* $\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}$ *が実行可能であるとは、* $N\mathbf{b}\leq\sum_{\nu\in N}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\hat{\boldsymbol{\beta}}^{\nu}$, $\sum_{\nu\in N}\beta_0^{\nu}\leq\sum_{\nu\in N}\gamma_0^{\nu}$, & $\sum_{\nu\in N}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\underline{\boldsymbol{\beta}}^{\nu}\leq\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$ *を満たす配分であるときそのときのみである.*

定義 10. [Yoshihara and Veneziani (2009)]: *所与の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *における所与の再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *において、公理 LES に対応して参照プロフィール* $\left(\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}};\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}},\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\right)$ *が与えられている。そのとき* $\left(\boldsymbol{\alpha}'^{\nu},\boldsymbol{\beta}'^{\nu},\gamma_0'^{\nu}\right)_{\nu\in N}\in\left(P\times P\times[0,1]\right)^N$ *が価格* $(\mathbf{p},w)$ *における搾取なき配分であるのは、以下の条件を満たすときそのときのみである：*

(i) $N\mathbf{b}\leq\sum_{\nu\in N}\hat{\boldsymbol{\alpha}}'^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\hat{\boldsymbol{\beta}}'^{\nu}$ & $\sum_{\nu\in N}\beta_0'^{\nu}=\sum_{\nu\in N}\gamma_0'^{\nu}$;

(ii) $\forall\nu\in N$, $\alpha_0^{\overline{\mathbf{c}}}\leq\alpha_0'^{\nu}+\gamma_0'^{\nu}\leq\alpha_0^{\underline{\mathbf{c}}}$.

上記の定義を用いて、Yoshihara and Veneziani (2009)は以下の公理を導入した：

搾取なき配分の実行可能性 (FNE) [Yoshihara and Veneziani (2009)]: *所与の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *における所与の再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *において、公理 LES に対応して参照プロフィール* $\left(\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}};\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}},\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\right)$ *が与えられている。そのとき、価格* $(\mathbf{p},w)$ *における搾取なき配分* $\left(\boldsymbol{\alpha}'^{\nu},\boldsymbol{\beta}'^{\nu},\gamma_0'^{\nu}\right)_{\nu\in N}$ *が実行可能であれば、ある価格体系* $(\mathbf{p}',w')$ *と、* $(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}$ *の適当な再分配* $(\boldsymbol{\omega}'^{\nu})_{\nu\in N}$ *が存在し、* $\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}'^{\nu}=\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$ *かつ、* $\left((\mathbf{p}',w'),\left(\boldsymbol{\alpha}'^{\nu},\boldsymbol{\beta}'^{\nu},\gamma_0'^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が*

$\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}'^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ における再生産可能解となる。

すなわち、与えられた搾取の定式の下で定義される搾取のない配分が実行可能であるならば、それは市場を媒介する分権的な資源配分メカニズムの下での均衡配分として実現可能でなければならない。労働搾取とは、それが存在しないような資源配分は望ましい社会状態の 1 つであると考えられるような概念である。従って、搾取のない配分が、現状の経済環境の下で物理的に実行可能であるならば、その遂行に関しても「絵に描いた餅」ではない事を、この公理は要請する。換言すれば、「搾取のない配分」がどんなに規範的に望ましい社会状態を意味しようとも、それが単に物理的に実行可能なだけでは意味がないし、少なくとも市場の様な分権的な資源配分メカニズムによって遂行不可能な性質のものであれば、所詮は「絵に描いた餅」に過ぎない。

古典的なマルクス主義の理論では、搾取なき配分の実行可能性は当然ながら前提されていた。但し、そのような配分を遂行する資源配分メカニズムとしては、市場以外に計画経済的メカニズムも展望されていた。しかし現代では、計画経済メカニズムが市場メカニズムに比して性能が劣る事が明確になっており、Hurwicz (1972)の一連の研究によっても、包括的な社会的資源配分において市場の媒介を抜きにしたメカニズムは理論的にあり得ない、という結論も出ている。それらを背景に考えれば、公理 **FNE** がなぜ、搾取なき配分の遂行可能性として、市場メカニズムでのそれを特に取り上げたのかが、解ってもらえるだろう。

公理 **FNE** に続いて、Yoshihara and Veneziani (2009)は以下の公理を導入した：

初期賦存構造からの独立性 (IES) [Yoshihara and Veneziani (2009)]: *公理* LES *を満たす搾取の定式があり、また、2 つの生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ と $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}'^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *における任意の 2 つの再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ と $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}'^{\nu},\boldsymbol{\beta}'^{\nu},\gamma_0'^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *に関して、* $\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\beta}^{\nu}=\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}'^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\beta}'^{\nu}$ *であるとしよう。そのとき、それぞれの対応する参照財プロフィールに関して、* $\left(\overline{\mathbf{c}},\underline{\mathbf{c}};\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}},\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}}\right)=\left(\overline{\mathbf{c}}',\underline{\mathbf{c}}';\boldsymbol{\alpha}^{\overline{\mathbf{c}}'},\boldsymbol{\alpha}^{\underline{\mathbf{c}}'}\right)$ *である。*

すなわち、資本財の私的所有状態だけが異なっている 2 つの経済環境において、それぞれの下での再生産可能解が、偶々、同じ価格体系と同じ総生産点を実現している場合には、搾取者と被搾取者を同定する為の分岐点は、この 2 つの再生産可能解の間で不変である事を要請する。換言すれば、資本財の私的所有状態の違いは、誰が搾取者となり被搾取者となるかを確定する為の「労働力の価値」の同定に影響を及ぼさない事を要請するものである。

この要請も十分に弱いものであり、実際、これまでの数理マルクス経済学の文献の中で提起されてきた労働搾取の諸提案は全て、この条件を満たすような性質を有している。

最後に以下の公理を追加する：

関係としての搾取（RE）[Yoshihara and Veneziani (2009)]: *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$ *の下で、任意の再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *において、公理* **LES** *を満たすという意味において、集合* $N^{ter}\subseteq N$ *と集合* $N^{ted}\subseteq N$ *がそれぞれ*搾取者の集合*であり*被搾取者の集合*であるとしよう。そのとき、* $N^{ter}\neq\emptyset\Leftrightarrow N^{ted}\neq\emptyset$ *である。*

これは、ある社会に被搾取者が存在するときは、必ず搾取者も存在する事を要請するものである。この公理は、労働搾取概念が社会関係に関する概念であるべき事を要請している。前節でも論じたように、マルクスの基本定理の論脈では、労働搾取概念は人々の生産関係に関する特性を表現するものであるのか、労働という特定の生産要素の効率的利用に関する概念であるのかが不明瞭であった。しかし、マルクス主義の本来意図する労働搾取概念とは、当然ながら前者の意味でのものである。公理 **RE** は、労働搾取概念にその種の性質を持たせる為の要請なのである。

以上の公理系を満たす労働搾取の定式に関して、以下の結果が導かれる：

定理 7. [Yoshihara and Veneziani (2009)]: 定義 8 *が公理* **LES, FNE, IES,** *及び* **RE** *の全てを満たす唯一の労働搾取の定式である。*

すなわち、生存可能経済という、資本蓄積も存在しない極めて単純な経済体制の下であっても、上記 4 つの公理を満たすと言う意味で、もっともらしい労働搾取の定式は定義 8 タイプのものでしかない。定義 8 タイプの定式とは、各再生産可能解の下で実際に利用された 1 人当たり総労働投入量を分岐点として、それよりも労働供給の少ない個人を搾取者、多い個人を被搾取者と同定するようなものである。均衡配分というのは均衡価格体系の変化に応じて変わるものであり、均衡配分の変化によって 1 人当たり総労働投入量も変化するものであるから、定義 8 においては、搾取者と被搾取者を同定する分岐点は価格体系に依存的に決定される構造を持っている。すなわち、資本蓄積の存在しない私的所有的な市場経済の下ですでに、労働搾取は価格体系から論理的に独立なものとはなり得ない事が明らかにされた。

この定義 8 の下では **CECP** が成立する事はすでに定理 6 で確認済みであるから、結局、「労働搾取の価格体系からの論理的独立」という古典的マルクス主義のドクトリンを放棄さえすれば、マルクス主義の資本主義経済認識に理論的非整合性は無くなるのである。

我々はさらに、定義 8 に関して、以下の結論を導く事が出来る：

定理 8. [Yoshihara and Veneziani (2009)]: *任意の生存可能経済* $\left\langle N;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$*、及び任意の再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *に関して、定義 8 の労働搾取の定式の下、以下の 3 条件が同値である:*

(1) この再生産可能解の下で、正の利潤率が成立する;

(2) この再生産可能解の下で、CECP が成立する;

(3) この再生産可能解の下で、任意の $\nu\in C^{P}$ は被搾取者である.

(1)と(3)との同値性は FMT に他ならないので、この定理は、定義 8 の下での FMT と CECP の同値性を意味する。CECP は労働搾取概念が、階級的生産関係に関連する概念である事を保証する。よってそのような保証を得た定義 8 の定式の下で、我々は定理 8 によって、資本主義経済における正の利潤の背景に搾取的な階級的生産関係が存在する、というマルクス『資本論』における主張の妥当性を証明する事が出来るのである。尚、この定理 8 は生存可能経済モデルを前提しているが、全く同様の同値定理が、全ての個人が収入最大化行動を取る様な資本主義経済モデルを前提したとしても、成立するのである。それは Yoshihara (2007)で証明されている。

6. 搾取と階級関係の継起性について

CECP の議論は、私的所有制度の下での完全競争的な市場経済において、搾取的な階級関係が生成する事を示してきた。そこで前提されたモデルは静学的なワン・ショットの資源配分モデルであって、生成した搾取的な階級関係が時間を通じて動学的に存続するか否かについては解かれていない。しかし CECP へのもっとも厳しい批判的議論を展開した Devine and Dymski (1991, 1992)の批判の中心は、完全競争的な市場経済モデルで議論する限り、搾取的な階級関係が動学的には消滅してしまうだろう、というものであった。Devine and Dymski (1991, 1992)のこの批判の主旨は、CECP の様な完全競争的な市場経済モデルを前提とした議論は、マルクス主義の本質を表現する上で限界がある事を説得する事にあった。すなわち、ローマーのモデルで搾取と階級を生成させるメカニズムは、静学的なワルラシアン均衡における正の利潤率の成立を仮定している事に着目し、動学的な世界においてはワルラシアンモデルと正の利潤率の存続とは両立し得ず、正の利潤率の存続を保証させる為には労資の権力関係の分析を考慮せざるを得ないのではないのか、と論ずる。富の不均等所有が正の利潤率の存続の十分条件にならない以上、ローマーの、「富の不均等所有が存在するならば、搾取と階級が存在する」という命題は成立しなくなる、というのが彼らの結論である。ローマー自身はワルラシアン均衡における正の利潤率の成立の背景として、総労働供給に比して総資本賦存が稀少である世界を想定しているが、その

ような想定は動学的な資本蓄積が存在する場合には、容易に利潤率ゼロの世界に移行してしまう。他方、マルクスの資本蓄積論こそが、そのような動学的な文脈で正の利潤率が存続する仕組みを描いており、ローマーの議論はその点に言及していない、と言うわけである。

しかし Roemer (1982)のそもそものモデルは、静学的なワン・ショットの資源配分問題を扱う為に構築したものであって、人口成長の問題は最初から度外視している。しかるに、人口成長の存在しない固定的人口モデルで異時点間の資源配分問題を考察する場合に、資本蓄積が生ずれば労働需要の過多が起きて、利潤率をゼロへと収束させていくだろう事は直観的にも容易に理解できる。他方、通常のマクロの経済成長モデルでは、労働 1 単位当たりの最適な資本ストック量の水準に一度達すれば、基本的に、経済成長(＝資本蓄積)が人口成長率に等しい率で生ずるような定常成長解に関心を向ける。Devine and Dymski (1991, 1992)の議論も、同様に人口成長の契機を明示的に導入した場合には、資本蓄積の均衡経路では人口成長率に等しい資本蓄積率という特徴が得られる限り、何らの批判的事態も引き起こさない。また、資本蓄積率が外生的に与えられた人口成長率を上回る場合があるとしても、通常の新古典派経済成長論での議論と同様に、そのような過剰蓄積は短期的には生じえても長期的には解消されて、定常成長解の 1 人当たり資本ストック水準に収束していくだろうという議論で済ます事が可能である。もっとも Devine and Dymski (1991, 1992)達は、新古典派経済成長モデルではなく、マルクスの資本蓄積論の必要性を主張しているのだ、と反論するかもしれない。しかしマルクスの資本蓄積論とは、それ自体は内生的人口成長理論の立場を取っており、他方で、資本蓄積の契機として、内生的な技術革新論の立場をも取ってもいる。これらを反映しながら、いかにしてマルクスの資本蓄積モデルを定式化するかという問題は、極めて厄介である。そもそも人口成長をモデルに組み込んでも、ここでのテーマに関しては余り生産的な結論を導き出せるという印象ではない。問題のエッセンスは、人口成長率と資本蓄積率の乖離に起因する事態ではないと思われるからである。

とは言え、Devine and Dymski (1991, 1992)のこの批判に動機付けられた形で、搾取と階級生成の動学的な異時点間一般均衡モデルを分析する事によって、階級-搾取関係の継起性がどのように特徴付けられるかという新たな問題が提起された事に変わりはない。残念ながらその種の研究は、その後 10 年以上の間、現れる事はなかったが、ここ 2～3 年の間に、国内外でマルクス的一般均衡の動学モデルを用いた研究が出て来た。これらの動学モデルを用いた研究は、いずれも搾取的な階級関係の動学的継起性についての議論を行っている。本章ではこうした研究成果のエッセンスを概観する。

CECP の議論に基づけば、搾取的な階級関係が動学的に継起的であるか否かは 2 つのルートからチェックできる。1 つは、正の利潤率が動学的に継起的であるか否かである。もし Devine and Dymski (1991, 1992)の主張するように、正の利潤率が動学的分析でゼロ利潤率に収束するのであれば、FMT より労働搾取も存在しなくなるので、階級関係を搾取

関係として規定する議論は成立しなくなる。このラインでの研究として、Veneziani (2007)及び Veneziani and Yoshihara (2009)が存在する。他方、動学的分析において、初期における資本ストックの不均等的賦存状態があったとしても、それが均等な賦存状態へと収束するのであれば、富-階級-搾取対応関係の議論より、搾取関係も長期的には消滅すると言わざるを得ない。この研究ラインとして、大西・山下(2002)、大西(2005)、山下(2005)等がある。

6.1. 「マルクス派最適成長モデル」

最初にこの第 2 のラインの研究について概観しておきたい。山下(2005)に基づいて、大西・山下等の「マルクス派最適成長モデル」の議論を、そのまま紹介しよう。1 つの資本財と 1 つの消費財、及び労働からなる生産経済を考え、生産技術はコブ=ダグラス型関数 $Y = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$ で表されるとしよう。但し、Y は消費財の数量、K は資本財の数量、L は労働投入量を表す。この生産関数は消費財生産の技術を表すが、他方、資本財生産の技術は、単純に労働投入量で表す事が出来るとしよう。その結果、t 期における資本財ストック水準は $K_{t+1} = K_t + L_t$ となる。また、代表的消費者を導入し、その動学的効用関数を

$$U(\mathbf{C}) = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t u(C_t)$$

で表す。但し、$\mathbf{C} \equiv (C_t)_{t=0}^{\infty}$ は通時的な消費の流列を表し、他方、 $\rho^t \in (0,1)$ は時間選好率を表す。以上より、1 国の代表的消費者の最適化問題は：

$$\max_{\mathbf{C} \in \mathbf{R}_{+}^{\infty}} U(\mathbf{C}) = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t u(C_t)$$

$$\text{s. t. } \forall t,\ C_t = K_t^{\alpha} \cdot (s_t L_t)^{1-\alpha};\ K_{t+1} = K_t + (1-s_t) L_t,\ \text{但し}\ s_t \in [0,1];\ \&\ K_0 > 0, \tag{30}$$

と定式化される。ここで s_t は t 期における労働供給の、資本財生産と消費財生産へのシェアを表す。

この問題(30)を基に、「マルクス派最適成長モデル」は富国 r と貧国 p の 2 国モデルを展開する。両国の初期条件の違いは初期の資本ストック K_0 の大きさの違いだけである。この両国の間では国際的な財市場も労働市場も資本市場も存在しない。ただ資本の貸借だけが存在するが、それも市場を通じた取引ではなく、富国が貸与した資本によって得た貧国における消費財生産の増加分を、貧国は全て富国に召し上げられるという「封建的貸借取引」を前提する。なぜ「封建的」かは、領主の土地を使用して農奴が生産活動を行う事を許される代わりに、その成果物を貢納する事を求められる状況に類似した関係に思われるからである。さて、この「封建的」な資本貸借取引の性質より、貧国の最適化問題は結局、問題(30)から：

$$\max_{\mathbf{C} \in \mathbf{R}_{+}^{\infty}} U(\mathbf{C}) = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t u(C_t)$$

$$\text{s. t. } \forall t\,,\ C_{p,t}=K_{p,t}^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha};\ K_{p,t+1}=K_{p,t}+\left(1-\eta_t\right)L_{p,t}\,,\ \text{但し}\,\eta_t\in\left[0,1\right]\ \ \&\ \ K_{p,0}>0\,,\ (31)$$

に置き換わるだけである。ここでη_tは貧国における労働供給の、消費財生産へのシェアを表す。よって、それは問題(30)と全く同じである。富国からの資本借用の可能性は、なぜ最適化問題に反映されないのか？それはこのモデルでは、富国からの資本借用による消費財生産の増分はすべて、富国に召し上げられてしまうものと、ア・プリオリに仮定されているからである。他方、富国の最適化問題は以下の様に置き換わる：

$$\max_{\mathbf{C}\in\mathbf{R}_{+}^{\infty}} U\left(\mathbf{C}\right)=\sum_{t=0}^{\infty}\rho^{t}u\left(C_t\right)$$

$$\text{s. t. } \forall t\,,\ C_{r,t}=v_t K_{r,t}^{\alpha}\cdot\left(s_t L_{r,t}\right)^{1-\alpha}+\left[\left(1-v_t\right)K_{r,t}+K_{p,t}\right]^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha}-K_{p,t}^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha};\quad (32)$$

$$\forall t\,,\ K_{r,t+1}=K_{r,t}+\left(1-s_t\right)L_{r,t}\,,\ \text{但し}\,s_t\in\left[0,1\right];\ \&\ \ K_{r,0}>0\,.$$

ここで$v_t\in\left[0,1\right]$は富国における資本財の自国生産への投資と貧国への資本貸与とのシェアを表す。また、$K_{r,0}>K_{p,0}$である。問題(32)の消費財制約式は、富国の今期における消費財消費量は、自国でのその財の今期の生産量と、貧国に資本を貸与する事によって可能となった貧国の追加的な消費財生産量の富国への貢納分から為る事を示している。

この問題(32)と(31)それぞれの１階条件を計算する事によって、両国の資本ストックが長期的には同一の水準に収束する事を示すのが、大西・山下等の｢マルクス派最適成長モデル｣の議論である。第一に、問題(31)の動学的ラグランジュ方程式を定義しよう：

$$\mathcal{L}_{p}=\sum_{t=0}^{\infty}\rho^{t}\left\{u\left(C_t\right)+\lambda_t\left[C_{p,t}-K_{p,t}^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha}\right]+\mu_t\left[K_{p,t+1}-K_{p,t}-\left(1-\eta_t\right)L_{p,t}\right]\right\}.\quad (33)$$

この(33)式を、C_t，$K_{p,t}$，η_t（$\forall t$）に関してそれぞれ１階条件を解き、整理すれば

$$\rho\frac{\partial u(C_t)}{\partial C_t}\left\{\alpha\left(\frac{K_{p,t}}{\eta_t L_{p,t}}\right)^{\alpha-1}+\left(1-\alpha\right)\left(\frac{K_{p,t}}{\eta_t L_{p,t}}\right)^{\alpha}\right\}+\frac{\partial u(C_{t-1})}{\partial C_{t-1}}\left(1-\alpha\right)\left(\frac{K_{p,t-1}}{\eta_{t-1}L_{p,t-1}}\right)^{\alpha}=0\quad (34)$$

を得る。ここで定常状態を想定すれば、そこでは$\eta_t=\eta_{t-1}=1$，$K_{p,t}=K_{p,t-1}$，$C_{p,t}=C_{p,t-1}$である。従って、(34)式は$\rho\alpha\left(\frac{K_p^*}{L}\right)^{\alpha-1}+\left(\rho-1\right)\left(1-\alpha\right)\left(\frac{K_p^*}{L}\right)^{\alpha}=0$の形式に還元される。その結果、定常状態における貧国の資本ストックは：

$$K_p^*=\frac{\alpha\rho L}{(1-\alpha)(1-\rho)}\quad (35)$$

として決まる。このモデルでは人口成長は存在しないので、労働賦存は時間を通じて常にLで一定である事に注意されたい。

第二に、問題(32)の動学的ラグランジュ方程式を：

$$\mathcal{L}_{r}\quad (36)$$

$$=\sum_{t=0}^{\infty}\rho^{t}\left\{u\left(C_t\right)+\lambda_t\left[C_{r,t}-v_t K_{r,t}^{\alpha}\cdot\left(s_t L_{r,t}\right)^{1-\alpha}-\left[\left(1-v_t\right)K_{r,t}+K_{p,t}\right]^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha}+K_{p,t}^{\alpha}\cdot\left(\eta_t L_{p,t}\right)^{1-\alpha}\right]+\mu_t\left[K_{r,t+1}-K_{r,t}-\left(1-s_t\right)L_{r,t}\right]\right\}$$

と定義する。この(36)式を、C_t, $K_{r,t}$, v_t, s_t（$\forall t$）に関してそれぞれ 1 階条件を解き、整理すれば、

$$\rho \frac{\partial u(C_t)}{\partial C_t}\left\{\alpha\left(\frac{v_t K_{r,t}}{s_t L_{r,t}}\right)^{\alpha-1}+(1-\alpha)\left(\frac{v_t K_{r,t}}{s_t L_{r,t}}\right)^{\alpha}\right\}+\frac{\partial u(C_{t-1})}{\partial C_{t-1}}(1-\alpha)\left(\frac{v_{t-1}K_{r,t-1}}{s_{t-1}L_{r,t-1}}\right)^{\alpha}=0 \quad (37)$$

を得る。ここで貧国と同様に定常状態を想定すれば、(37)式より結局、

$$v_* K_r^* = \frac{\alpha\rho L}{(1-\alpha)(1-\rho)} \quad (38)$$

を得る。では定常状態における富国の資本貸与のシェア v_* はどのような値になるであろうか？ここで(36)式を v_t に関して、その 1 階条件を導く事より、

$$\left(\frac{(1-v_t)K_{r,t}+K_{p,t}}{\eta_t L_{p,t}}\right)^{\alpha-1}=\left(\frac{v_t K_{r,t}}{s_t L_{r,t}}\right)^{\alpha-1}$$

という関係を得るが、定常状態におけるこの関係は

$$(1-v_*)K_r^*+K_p^*=v_* K_r^* \quad (39)$$

となる。この(39)式を満たす v_* の値は、$v_*=1$ で $K_r^*=K_p^*$ であるか、$v_*=\frac{K_p^*+K_r^*}{2K_r^*}$ である。しかし後者の場合は、$K_p^*=0$ を意味し、それは(35)式よりあり得ない。よって、$v_*=1$ となり、結果的に $K_r^*=K_p^*$ となる。つまり、定常状態では富国と貧国の資本ストック水準は同一になる。山下(2005)は線型の効用関数 $u(C_t)=C_t$ の仮定の下で、このモデルの定常状態は動学的に安定である事を示した。従って、この経済モデルでは、長期的には $K_r^*=K_p^*$ という状態に収束する。さらに、Roemer (1982)における富-階級-搾取対応原理に依拠する形で、富国と貧国の資本賦存の格差が長期的には消滅する故に、富国と貧国の搾取関係も長期的には消滅する、と論じた。[17]

しかしこの種のマクロ的最適成長モデルでの定常均衡の帰結を、2 部門モデルへと変形しているとは言え、直裁的に階級-搾取関係の長期的継起性に関する分析として解釈するには疑問がある。マクロ的最適成長モデルでの定常均衡は、労働賦存を固定したままで最適な資本-労働比率に到るまで資本を蓄積させる経路の帰結であり、大西・山下の実際的に行っている事は、初期の資本賦存の異なる 2 つの国の動学的最適化問題を、資本財の(封建的な)貸借取引を入れているとは言え、互いに独立に解いているだけである。その場合、初期の資本賦存の違いに無関係に定常均衡における最適な資本-労働比率が 2 つの国で同一になる事は、テキストブック・レベルでのマクロ最適成長理論の議論からも自明である。

---

17 山下(2005)では、上記のモデルの他に、貧国における資本財生産への労働投入のシェアの意思決定を、富国が行うモデルをも考察し、その場合には定常状態においても貧国と富国の資本財ストックは同水準に収束せず、資本賦存の格差が残る事を示している。

このモデルでの上記の分析から、富国と貧国の資本賦存の格差が長期的な定常均衡では消滅するという結論を導き出して良いだろうか？問題は、このモデルでは 2 人の社会的計画者がその意思決定を、事実上、相互依存性なしに行う構造になっている点である。通常のマクロ最適成長理論の様に、いわゆる社会的計画者の動学的意思決定問題を考え、その解を支持する価格体系を計算する事で、それをいわば分権的な市場経済における均衡解と見なす方法は、正当な手法である。しかしその種の「社会的計画者による動学的意思決定問題アプローチ」を取るのであれば、富国と貧国双方に跨って動学的資源配分に関しての最適計画を設計するような「世界政府」的計画者を導入し、その動学的最適化問題を定義しなければならないだろう。その結果、依然として問題(30)と同じような構造の最適化問題を定義できる筈であり、定常均衡における資本ストック水準に関しても、同様に(35)式のようなタイプのものとして特徴付けられるだろう。しかしこれは世界全体での総資本ストック水準の値であり、それが 2 国間でどのように分配されるかについては何も語っていない。他方、富国と貧国の意思決定を互いに分権的に行う手法を取るのであれば、その相互依存的関係の下での互いに独立的な意思決定の社会的整合性を確保する条件が必要となる。大西・山下モデルの様に完備国際市場を導入しないのであれば、二国間のゲーム的相互依存関係の下で、完全予見な均衡経路を求めなければならないだろう。また、完備な国際市場の存在する経済であれば、資本貸借市場であれば、各期における資本需要と資本供給との一致、また、資本財生産部門と消費財生産部門での労働需要と労働供給との一致等々を保証するような分権的な動学的最適解でなければならない。[18] すなわち、静学的な通常の一般均衡の条件が入ってこなければならないが、その種の条件は、問題(31)と(32)の体系には反映されていない。もしその種の条件を入れれば、議論はかなり変わってくるだろう。[19] 実際にその事を示しているのが、以下の説で論ずる Veneziani (2007)及び Veneziani and Yoshihara (2009)の研究である。

6.2. 異時点間再生産可能解における階級-搾取対応原理の継起性

再び閉凸錘生産経済モデルに戻ろう。但し、以下では、前節と同じ国際市場を考え、各経済主体$\nu \in N$は 1 つの国民国家の代表的消費者と考える。この国際完全競争市場では、n種類の財と金融資本に関しては自由な市場取引が行われているが、国際労働市場は存在しない。また、第k世代における各経済主体はT期間の長さを生存し、その後、$k+1$世代の各国の代表的消費者に入れ替わる。世代間重複は存在しないと仮定する。従って、第t

[18] この点のテキストブック・レベルでの解説として、Mas-collel et. al (1995)の 20.G 節を参照せよ。
[19] 両国で生産技術が同一で、労働供給が 1 に固定されているこのモデルの場合、世界政府は、どの時点でも、両国に同一の資本を配分し、定常状態では、資本の限界生産性が時間選好率の和に等しくなる。この事は、その解を分権的な完備市場における資源配分に沿って解釈すれば、各国の現在から将来にかけての請求権の割引現在価値が等しい事を意味しない。両国で同一の効用関数が時間加法的で、状態独立的であり、時間選好率に違いがなければ、請求権価値で見た両国の資産分配や、恒常所得を反映している消費配分は、時間ゼロにおけるそれぞれの国の生涯効用極大化問題の予算制約のラグランジュ乗数の逆数に相当するので、初期（時間ゼロ）の資産賦与の違いが、最初の最初から、未来永劫、両国の資産分配に反映し続け、資産の平準化は起きないであろう。尚、この論点について、斎藤誠氏より有益な示唆を戴いた。

期における、国家νの自国資本を用いた生産活動は$\boldsymbol{\alpha}_t^\nu = \left(-\alpha_{0t}^\nu, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu, \overline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu\right) \in P$で、国家$\nu$が外国からの資本輸入によって行う生産活動は$\boldsymbol{\beta}_t^\nu = \left(-\beta_{0t}^\nu, -\underline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu, \overline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu\right) \in P$で、そして国家$\nu$の外国への金融資本の輸出金額を$z_t^\nu \in \mathbf{R}_+$で表す。また、第$t$期における、国家$\nu$の労働投入量は$l_t^\nu \equiv \alpha_{0t}^\nu + \beta_{0t}^\nu$で、消費活動は$\mathbf{c}_t^\nu \in \mathbf{R}_+^n$で、そして次期生産の為の資本の物的投資を$\mathbf{s}_t^\nu \in \mathbf{R}_+^n$で表す事にする。この国家の$kT$世代の代表的消費者$\nu$が誕生時において遺産として保有する資本賦存ベクトルを$\boldsymbol{\omega}_{kT}^\nu \in \mathbf{R}_+^n$で表し、また、第$t$期における$\nu$の資本の貨幣価値は国際市場価格体系が$\left(\mathbf{p}_t, r_t\right) \in \mathbf{R}_+^{n+1}$である下で、$W_t^\nu \equiv \mathbf{p}_t \boldsymbol{\omega}_t^\nu$で表される。但し、ここで、$r_t$は資本貸借に伴う利子率を表す。国家の代表的消費者$\nu$の厚生水準は効用関数$u\left(\mathbf{c}_t^\nu, l_t^\nu\right)$で表され、この関数は少なくとも$l$に関して強単調減少な連続関数である。最後に、$0 < \rho \leq 1$は時間選好率を表す。以上より、$kT$世代がその誕生時に直面する**異時点間経済環境**は$\left\langle N; P; u; \left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^\nu\right)_{\nu \in N} \right\rangle$で与えられる。

任意のkT世代を取り上げる。この世代に生存する任意の主体νの生涯消費計画は$\mathbf{c}^\nu = \left\{\mathbf{c}_t^\nu\right\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$で表され、同様の意味で$\boldsymbol{\alpha}^\nu$，$\boldsymbol{\beta}^\nu$，$z^\nu$，$\mathbf{s}^\nu$，$l^\nu$，$\boldsymbol{\omega}^\nu$等の記号を用いる。従って、主体$\nu$の生涯経済計画は$\boldsymbol{\xi}^\nu \equiv \left(\boldsymbol{\alpha}^\nu, \boldsymbol{\beta}^\nu, z^\nu, \mathbf{c}^\nu, \mathbf{s}^\nu\right)$で記述される。また、世代$kT$の生涯期間における価格体系の経路は、$\left(\mathbf{p}, r\right) \equiv \left\{\left(\mathbf{p}_t, r_t\right)\right\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$で表す。さて、各世代$kT$の各主体$\nu \in N$は、もし価格体系の経路が$\left(\mathbf{p}, r\right)$として与えられるならば、その誕生時において以下の様な動学的意思決定問題を解くものと想定しよう：

$$\max_{\boldsymbol{\xi}^\nu} \sum_{t=kT}^{(k+1)T-1} \rho^t u\left(\mathbf{c}_t^\nu, l_t^\nu\right) \tag{P3}$$

$$\text{s. t. } \mathbf{p}_t\left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu - \underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu\right) + \left[\mathbf{p}_t\left(\overline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu - \underline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu\right) - r_t \mathbf{p}_t \underline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu\right] + r_t z_t^\nu = \mathbf{p}_t \mathbf{c}_t^\nu + \mathbf{p}_t \mathbf{s}_t^\nu, \ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,$$

$$\mathbf{p}_t \underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu + z_t^\nu = \mathbf{p}_t \boldsymbol{\omega}_t^\nu, \ \boldsymbol{\alpha}_t^\nu \in P, \ \boldsymbol{\beta}_t^\nu \in P, \ l_t^\nu \leq 1, \ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,$$
$$\boldsymbol{\omega}_{t+1}^\nu = \boldsymbol{\omega}_t^\nu + \mathbf{s}_t^\nu, \ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,$$

$$\boldsymbol{\omega}_{(k+1)T}^\nu \geq \boldsymbol{\omega}_{kT}^\nu .$$

すなわち、各世代における各主体は、(1) 3つのカテゴリーの生産活動による収入の範囲内で今期の消費と貯蓄の配分を行う；(2)自分の所有する金融資本価値額の範囲内で、それを国内での生産活動の為の資本財購入に用いるか、外国に資本を貸与するかの配分を行う；(3)来期にこの主体の保有する資本ストックは今期に賦存する資本ストックと今期の資本財の

新投資の総和である；(4)少なくとも自分が誕生時に遺産として受け継いだ資本蓄積水準は、次世代の期間に移動する際に次世代の主体への遺産として、確保しておかなければならない、以上の制約条件の下での自己の生涯効用の現在割引価値の最大化問題を解く。この問題の最適解の集合を $\mathrm{A}^{\nu}\left(\mathbf{p},r\right)$ で記す事にしよう。また、$V\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)=\max_{\xi^{\nu}}\sum_{t=kT}^{(k+1)T-1}\rho^{t}u\left(\mathbf{c}_{t}^{\nu},l_{t}^{\nu}\right)$ と記す事にしよう。

各世代の各主体が解く問題(P3)の解が、世代内的にも世代間的にも相互に整合的であるような価格体系と資源配分の時系列のプロフィールによって、均衡解概念を以下の様に定義する:

定義 11. [Veneziani and Yoshihara (2009)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *に対して、プロフィール* $\left(\left(\mathbf{p},r\right),\left(\xi^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が 1 つの* ***異時点間再生産可能解 (an intertemporal reproducible solution) (IRS)*** *であるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである:*

(a) $\forall\nu\in N$, $\xi^{\nu}\in\mathrm{A}^{\nu}\left(\mathbf{p},r\right)$, (生涯効用最大化条件)；

(b) $\forall t=kT,\ldots,(k+1)T-1$, $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t}+\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t}\geq\mathbf{c}_{t}+\mathbf{s}_{t}$, (各期再生産可能条件)；

(c) $\forall t=kT,\ldots,(k+1)T-1$, $\mathbf{p}_{t}\underline{\boldsymbol{\beta}}_{t}=z_{t}$ (各期資本市場均衡条件)；

(d) $\forall t=kT,\ldots,(k+1)T-1$, $\underline{\boldsymbol{\alpha}}_{t}+\underline{\boldsymbol{\beta}}_{t}\leq\boldsymbol{\omega}_{t}$ (各期社会的実行可能性条件); &

(e) $\boldsymbol{\omega}_{(k+1)T}\geq\boldsymbol{\omega}_{kT}$ (世代間資本蓄積条件).

定義 12. [Veneziani and Yoshihara (2009)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *に対して、プロフィール* $\left(\left(\mathbf{p},r\right),\left(\xi^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が 1 つの* ***内点異時点間再生産可能解 (an interior intertemporal reproducible solution) (IIRS)*** *であるのは、そのプロフィールが、各期間の各主体に関して、問題(P3)の内点解において* $\mathbf{s}_{t}^{\nu}=\mathbf{0}$ *となっているような 1 つの異時点間再生産可能解であるとき、そのときのみである。*

この内点異時点間再生産可能解は、その任意の期において資本蓄積率はゼロとなっており、従って、資本ストック水準が一定のままで推移する、そのような異時点間資源配分の意思

決定が各経済主体にとっての最適解となるような均衡経路という性格を有している。これは言わば、新古典派マクロの最適成長理論における定常成長解での 1 人当たり資本蓄積水準に、社会の 1 人当たり総資本ストックが達している状況に相当するだろう。

本節の最初に議論した様に資本蓄積率が人口成長率を上回り続ける結果として利潤率ゼロ状態を見出す議論は、階級-搾取関係の継起性を分析する為の舞台設定としてあまり生産的ではないので、本節の議論の様な人口成長固定のモデルでは、資本蓄積率がゼロであり続ける内点異時点間再生産可能解に分析の焦点を当てるのは十分に意味があると言えよう。つまり我々が考察しようと思っている意義ある問題とは、定常成長解に資本蓄積経路が達した後で尚、異時点間資源配分問題における動学的意思決定の固有の性質ゆえに、利潤率が長期的にはゼロに収束する事態があり得るか否か、その結果として、階級-搾取関係の異時点間における継起的な社会的再生産のメカニズムがあるか否か、という類いのものである。

以下では定義 12 で与えられた内点異時点間再生産可能解を前提し、その均衡解における特徴として、正の利子率が長期において継起的であるか否かに関する 2 つの研究について概観する。

6.2.1. レオンチェフ型生存可能経済における異時点間再生産可能解での帰結

1 つは Veneziani (2007)の研究である。そこでは、本稿の 5.1 節で取り上げたレオンチェフ生産技術を持った生存可能経済型の、異時点的経済環境$\left\langle N;\left(P_{(A,I,L)},\mathbf{b}\right);u;\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}_{kT}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$を分析の対象にしている。従って、問題(P3)における消費計画の時系列$\mathbf{c}^{\nu}=\left\{\mathbf{c}^{\nu}_{t}\right\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$は単に、全ての経済主体に共通な生存可能消費ベクトル$\mathbf{b}$のT期間に跨る流列$\left\{\mathbf{b}_{t}\right\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$に置き換わり、全ての経済主体に共通の効用関数$u\left(\mathbf{c}^{\nu}_{t},l^{\nu}_{t}\right)$は、

$$u\left(\mathbf{c}^{\nu}_{t},l^{\nu}_{t}\right)=\begin{cases}1-l^{\nu}_{t} & \text{if } \mathbf{c}^{\nu}_{t}\geq\mathbf{b};\\ -\infty & \text{otherwise,}\end{cases}\tag{40}$$

という型に特定化される。さらに$\rho=1$と仮定される。従って、問題(P3)の目的関数は事実上、以下の形式に同値となる:

$$\min_{\xi^{\nu}}\sum_{t=kT}^{(k+1)T-1}l^{\nu}_{t}$$

また、問題(P3)の所得制約条件は以下の様に置き換わる：

$$\mathbf{p}_{t}\left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}_{t}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}_{t}\right)+\left[\mathbf{p}_{t}\left(\overline{\boldsymbol{\beta}}^{\nu}_{t}-\underline{\boldsymbol{\beta}}^{\nu}_{t}\right)-r_{t}\mathbf{p}_{t}\underline{\boldsymbol{\beta}}^{\nu}_{t}\right]+r_{t}z^{\nu}_{t}=\mathbf{p}_{t}\mathbf{b}+\mathbf{p}_{t}\mathbf{s}^{\nu}_{t},\ \ \forall t=kT,\ldots,(k+1)T-1.$$

同様にして、定義 11 の条件(b)も、

$$\forall t = kT, \ldots, (k+1)T-1, \quad \hat{\boldsymbol{\alpha}}_t + \hat{\boldsymbol{\beta}}_t \geq N\mathbf{b} + \mathbf{s}_t$$

に置き換わる。

この設定の下で、Veneziani (2007)は内点異時点間再生産可能解が以下の性質を持つ事を証明した:

命題 2 [Veneziani (2007]: *任意の異時点間生存可能経済* $\left\langle N; \left(P_{(A,I,L)}, \mathbf{b}\right); u; \left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$ *における、任意の内点異時点間再生産可能解* $\left((\mathbf{p}, r), \left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$ *において、以下が成立する*:

$$\forall t, \ \mathbf{p}_t = \left(1 + r_{t+1}\right)\mathbf{p}_{t+1}.$$

証明：レオンチェフ生産経済(A, I, L)における標準的な分析より、任意の異時点間再生産可能解においては、全ての生産工程に共通の潜在賃金率w_tが成立し、

$$\forall t, \ \mathbf{p}_t = (1 + r_t)\mathbf{p}_t A + w_t L$$

となる。また、生存可能経済における問題(P2)の解の形式より、任意の異時点間再生産可能解において、$l_t^{\nu} = \max\left\{0, \mathbf{p}_t \mathbf{b} + \mathbf{p}_t \mathbf{s}_t^{\nu} - r_t \mathbf{p}_t \boldsymbol{\omega}_t^{\nu}\right\}$となる。ここで仮に、ある内点異時点間再生産可能解において、あるt期にある生産工程iで$p_{i,t} < \left(1 + r_{t+1}\right) p_{i,t+1}$が成立するとしよう。そのとき、$s_{i,t}^{\nu} > 0$かつ$s_{i,t+1}^{\nu} = -s_{i,t}^{\nu}$と設定する事によって、主体$\nu$は$t$期における労働支出を$p_{i,t} s_{i,t}^{\nu}$だけ増やさなければならないが、$t+1$期において彼の資本ストックは$s_{i,t}^{\nu}$だけ増えるので、$t+1$期における利子収入も$r_{t+1} p_{i,t+1} s_{i,t}^{\nu}$だけ増加し、従って、$t+1$期における労働支出は$r_{t+1} p_{i,t+1} s_{i,t}^{\nu}$だけ減少する。さらに$s_{i,t+1}^{\nu} = -s_{i,t}^{\nu}$だけ$t+1$期における資本蓄積を減らすので、$t+1$期における労働支出はさらに$p_{i,t+1} s_{i,t+1}^{\nu}$だけ減少できる。かくして、主体$\nu$は$t$期に労働支出を$p_{i,t} s_{i,t}^{\nu}$増やし、$t+1$期に$\left(1 + r_{t+1}\right) p_{i,t+1} s_{i,t}^{\nu}$分だけ減らしている。ところが、$p_{i,t} < \left(1 + r_{t+1}\right) p_{i,t+1}$の仮定より、これは主体$\nu$が内点異時点間再生産可能解における生涯労働支出よりもさらに少ない生涯労働支出が実行可能である事を意味し、矛盾である。同様にして矛盾を導き出す議論が$p_{i,t} > \left(1 + r_{t+1}\right) p_{i,t+1}$に関しても可能である。かくして、任意の$t$期における任意の生産工程$i$で、$p_{i,t} = \left(1 + r_{t+1}\right) p_{i,t+1}$が成立しなければならない。 **Q.E.D.**

定理 8. [Veneziani (2007]: *任意の異時点間生存可能経済* $\left\langle N; \left(P_{(A,I,L)}, \mathbf{b}\right); u; \left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$ *における、任意の内点異時点間再生産可能解* $\left((\mathbf{p}, r), \left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$ *において、以下が成立する*:

$$\left[t \to \infty\right] \Rightarrow \left[\tfrac{\mathbf{p}_{t+1}}{w_{t+1}} \to \boldsymbol{\Lambda} \equiv L\left[I - A\right]^{-1} \ \& \ r_{t+1} \to 0\right].$$

証明： 命題 2 より、$\mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{p}_t A + w_{t+1} L$ を得る。ここで貨幣単位の変換によって $\mathbf{p}'_t \equiv \frac{\mathbf{p}_t}{w_{t+1}}$ かつ $\mathbf{p}'_{t+1} \equiv \frac{\mathbf{p}_{t+1}}{w_{t+1}}$ とする。従って、$\mathbf{p}'_{t+1} = \mathbf{p}'_t A + L$ を得る。これは

$$\mathbf{p}'_{t+1} = \left[\mathbf{p}'_0 - L[I-A]^{-1}\right] A^{t+1} + L[I-A]^{-1}$$

と書き換える事が出来る。ここで A2'より、レオンチェフ投入行列は生産的なので、

$$[t \to \infty] \Rightarrow \left[A^{t+1} \to 0\right].$$

従って、$t \to \infty$ とすると、$\mathbf{p}'_{t+1} \to \mathbf{\Lambda}$ となり、内点異時点間再生産可能解の均衡価格ベクトルは労働価値ベクトルに収束する。この事態の成立は $r_{t+1} \to 0$ を意味する。 **Q.E.D.**

この定理 8 は、内点異時点間再生産可能解は、超長期的には利子率ゼロの労働価値体系に収束する事を意味する。換言すれば、定常的再生産可能解における価格体系は、利子率ゼロと労働価値ベクトルから為っている。

この資本の国際市場のある経済モデルにおいては、利子率とは、5.2 節で扱った労働市場のある生存可能経済における利潤率と同様の機能を果たしている。すなわち、資本家階級の収入源が利潤収入として現れるのではなく、利子収入として現れる。従って、長期の定常状態における利子率ゼロとは **FMT** より、森嶋型定式であれ何であれ、労働搾取率が長期的にはゼロに収束する事を意味する。この事は同時に、長期的には階級-搾取関係が自動的に消滅する事を意味する。すなわち、Veneziani (2007)は、時間選好率が $\rho = 1$ であるならば、生存可能経済における階級-搾取関係の継起性は保証されない事を示したのである。

6.2.2. より標準的な異時点間経済環境における異時点間再生産可能解での帰結

他方、Veneziani and Yoshihara (2009)は問題(P3)で提示されている効用関数をより標準的な、以下の様な分離可能な形式で与えた：

A4. $u\left(\mathbf{c}_t^\nu, l_t^\nu\right) = v\left(\mathbf{c}_t^\nu\right) + 1 - \phi\left(l_t^\nu\right)$, *但し、$v$ は 2 階連続微分可能、強準凹、かつ 1 次同次な単調強増加関数であり、他方、$-\phi$ は 2 階連続微分可能、強凹、かつ強単調減少である。*

また、時間選好率に関しても、$0 < \rho \leq 1$ という制約以上の特定化は行っていない。

Veneziani and Yoshihara (2009)は、定義 12 の解概念に追加してさらに、以下の様な定常均衡に関する概念を提示した：

定義 13. [Veneziani and Yoshihara (2009)]: *任意の異時点間経済環境*$\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *に対して、プロフィール*$\left((\mathbf{p},r),\left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が 1 つの**定常的内点異時点間再生産可能解（a stationary interior intertemporal reproducible solution）(SIIRS)**であるのは、そのプロフィールが内点異時点間再生産可能解であって、かつある価格体系*$\left(\mathbf{p}^{*},r^{*}\right)\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}$ *が存在して、以下の条件を満たすとき、そのときのみである:*

(1) $\forall t$, $\left(\mathbf{p}_{t},r_{t}\right)=\left(\mathbf{p}^{*},r^{*}\right)$; (2) $\forall t$, $\left(\boldsymbol{\alpha}_{t},\boldsymbol{\beta}_{t},z_{t}\right)=\left(\boldsymbol{\alpha}_{t+1},\boldsymbol{\beta}_{t+1},z_{t+1}\right)$; (3) $\forall t$, $\mathbf{c}_{t}=\mathbf{c}_{t+1}$.

すなわち、定常的内点異時点間再生産可能解とは全ての期に跨って、同じ価格体系と同じ総生産点、及び同じ総消費ベクトルが、各個人の問題(P3)の解の総計値として、繰り返されるような定常的な均衡経路である。

そのような均衡解の存在と特性について、Veneziani and Yoshihara (2009)は以下の結論を導き出している:

定理 9. [Veneziani and Yoshihara (2009)]: *任意の異時点間経済環境*$\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、仮定 A1.~A4.の下で、ある適当な総資本ストック初期賦存*$\boldsymbol{\omega}_{0}$ *の下で、*定常的内点異時点間再生産可能解$\left(\left(\mathbf{p}^{*},r^{*}\right),\left(\boldsymbol{\xi}^{*\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が存在し、そのとき*$r^{*}=\frac{1-\rho}{\rho}$ *が成立する。*

この定理 9 の重要な含意は、長期の均衡経路として解釈され得る定常的内点異時点間再生産可能解の下での定常均衡利子率は、時間選好率の値が 1 未満である限り、正の値を取る性質を有しているという事である。時間選好率の値が 1 未満という仮定は、極めて自然な想定であるので、我々はここに正の均衡利子率を持つ長期の均衡経路の存在を確認できる。

Veneziani and Yoshihara (2009)はさらに、この均衡経路が**動学的に安定的**である事をも示した。

定理 10. [Veneziani and Yoshihara (2009)]: *任意の異時点間経済環境*$\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、仮定 A1.~A4.を前提する。また、その経済環境で、ある適当な総資本ストック初期賦存*$\boldsymbol{\omega}_{0}$ *の下、*$\mathbf{p}_{t}=\mathbf{p}^{*}$（$\forall t$）*となる様な*内点異時点間再生産可能解$\left((\mathbf{p},r),\left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$ *が存在す*

るとしよう。そのとき、$[t \to \infty] \Rightarrow \left[r_t \to r^* \right]$*が成立する。*

すなわち、定常均衡利子率 r^* とは異なる均衡利子率を伴う内点異時点間再生産可能解 $\left(\mathbf{p}^*, r\right)$ であっても、その利子率 r_t の値は時間の経過と共に、r^* に収束する性質を有する。よって我々は、定常的内点異時点間再生産可能解に分析を集中させる十分な意義がある。この均衡経路は、経済主体が僅かであろうとも将来消費を現在消費よりも割り引く選好を持つ(すなわち、$\rho < 1$である)ような、標準的な経済環境の想定の下では、正の利子率が継続する。その条件の下で、Veneziani and Yoshihara (2009)は、本稿の定義 8 のようなタイプの労働搾取の定式の下で、CECP が成立し、かつそのように生成した階級-搾取の対応的関係が異時点間に跨って継起的である事をも示している。すなわち、将来消費を現在消費よりも全く割り引かないような特殊な経済環境を扱った Veneziani (2007)とは正反対の帰結を導いているのである。

7. 結語に代えて

以上、主に 4 章、5 章、6 章において、21 世紀以降の労働搾取論研究の新展開を概観してきた。これらの諸研究は、現在なお、進行中の段階にあり、今後のさらなる進展が期待される。70 年代の数理的マルクス経済学の研究以来の共通する特徴ではあるが、これらの研究成果は新古典派、マルクス派等の学派的対立によってその価値が左右されるものではなく、現代の経済問題にアプローチする上での現代経済学における 1 つの理論的知見を与え、深めるものに他ならない。実際、これらの諸研究は方法論的には標準的なミクロ経済学の手法に則っており、また、理論分析によって導かれるマルクス主義的帰結も、マルクス主義の信仰者によってのみ受け入れ可能な教義ではなく、むしろ古典派経済学以来、マルクスをも含めて、現代に到るまでの経済学の理論体系の内部において他の教義と両立可能な性格を持っている。

にも拘らず、数理的マルクス経済学の研究諸成果は、依然として正しい理解をもって経済学界内にて位置づけられているとは言い難い。それは一方で、伝統的なマルクス主義の陣営からの「原理主義」的な批判の対象となっている。例えば、本稿で概観した諸成果は、マルクス的一般均衡解としてのノイマン的均斉成長解を、市場の競争メカニズム的機能の観点から批判し、再生産可能解を支持するが、競争メカニズム的機能のモデル上での表現である利潤最大化行動というミクロ的基礎付けに対して、「新古典派的」というだけの理由による拒絶反応は、藤森(2009)等、日本では依然として少なくない。また、本稿 5 章と 6 章の議論は、労働価値説の基本的公理「労働価値の価格への論理的先行性」を放棄する事によって、労働搾取論の現代経済学における豊かな発展の可能性を示しているが、これらの議論はまた、逆に労働価値説の基本的公理に拘泥する限り、労働搾取論の理論的整

合性は保証されないという根源的な批判をも含意している。だが、マルクス主義の「原理主義」的観点からこれらの新展開を批判する藤森(2009)などの議論も、この肝心の根源的批判には素通りしたままである。

他方で、主流派経済学の中においても、搾取概念に対する極めてナイーブな誤解や拒絶反応が相変わらず強い。例えば、厚生経済学の素養が少しでもあれば容易に理解できる筈であるが、労働搾取の存在とパレート効率性の達成とは全く矛盾しない事象である。前者は、労働配分の不公正に関る概念であり、それは吉原(2008)の 7 章でも強調したように、人々の福祉的自由への実質的機会の不平等という問題に関ってくる。他方、パレート効率性は配分効率性に関する厚生主義的基準に過ぎない。しかし、未だに市場に労働者階級の一員として参加する事によって、資本家階級との搾取関係に陥る事が、同時に厚生主義的にはパレート改善で有り得る事を以って、労働搾取の意義付けに関する批判を意味すると見做す論調は少なくない。しかし、現実の社会問題として「労働搾取」問題が指摘されるという事態を鑑みれば、我々はむしろ、「市場への参加」に関する「パレート改善の可能性」という厚生主義的福祉評価の一面性なり希薄性をこそ、問うべきであろう。「市場への参加」という事態に関して伴う、多くの人々が漠然と感じている「負の側面」を、パレート原理は無いものと見做すのに対して、労働搾取概念はそれらを言語化し、定式化する事で、市場的資源配分問題に関するより多元的な評価の可能性を提供していると理解できよう。その様な成果は、単なる資本主義肯定のイデオローグではなく、学問的に誠実に市場経済についての理解を深めようとする立場であれば、主流派経済学にとってもウェルカムな筈である。

参照文献

(1) 邦文文献

磯谷明徳・植村博恭・海老塚明(1998):『社会経済システムの制度分析:マルクスとケインズを超えて』, 名古屋大学出版会.

大西広（2005): 「市場と資本主義の関係についての史的唯物論的理解について」『季刊経済理論』第 42 巻第 1 号, pp. 4-11.

大西広・山下裕歩(2002): 「時間選好率格差、階級分裂および初期資産格差の『マルクス・モデル』への影響：結果の所得格差と径路の最適性について」, mimeo.

置塩信雄（1965): 『資本制経済の基礎理論――労働生産性・利潤率及び実質賃金率の相互関連――』(増訂版), 創文社.

置塩信雄（1977）: 『マルクス経済学: 価値と価格の理論』 筑摩書房.

藤森頼明(2009): 「書評：『労働搾取の厚生理論序説』」forthcoming in 『季刊経済理論』.

松尾匡（1997）: 「価値論に関する最近の諸議論について」『経済理論学会年報』第 34 集.

松尾匡（2002）: 「価値と再生産について最近の諸議論について」『経済理論学会年報』第 39 集.

松尾匡（2004）: 「吉原直毅氏による『マルクスの基本定理』批判」『季刊経済理論』第 41 巻第 1 号.

松尾匡（2007）: 「規範理論としての労働搾取論――吉原直毅氏による『マルクスの基本定理』批判再論」『季刊経済理論』第 43 巻第 4 号.

山下裕歩（2005）: 「新古典派的『マルクス・モデル』における Roemer 的『搾取』の検討」『季刊経済理論』第 42 巻第 3 号, pp. 76-84.

吉原直毅（1999）:「搾取と階級の一般理論」, 高増明・松井暁編『アナリティカル・マルキシズム』 ナカニシヤ出版, pp.66-85.

吉原直毅（2001）:「マルクス派搾取理論再検証:―70 年代転化論争の帰結―」,『経済研究』52-3, pp. 253-268.

吉原直毅（2005）:「再論:マルクス派搾取理論再検証」, 『季刊経済理論』 42-3, pp. 63-75.

吉原直毅（2006）:「アナリティカル・マルクシズムにおける労働搾取理論」『経済学研究』56-2, pp. 63-97.

吉原直毅(2008): 『労働搾取の厚生理論序説』 岩波書店.

(2) 英文文献

Bowles, S. and Gintis, H. (1981): “Structure and practice in the labor theory of value,” *Review of Radical Political Economics*, 12, pp.1-26.

Devine, J. and Dymski, G. (1991): “Roemer’s ‘General’ Theory of Exploitaion is a Special

Case: The Limits of Walrasian Marxism," *Economics and Philosophy* 7 pp.235-75.

Devine, J. and Dymski, G. (1992): "Walrasian Marxism Once Again: A Reply to John Roemer," *Economics and Philosophy* 8 pp.157-62.

Dum'enil, G. (1980): *De la Valeur aux Prix de Production*, Economica, Paris.

Flaschel, P. (1983): "Actual Labor Values in a General Model of Production," *Econometrica* 51, pp. 435-454.

Fujimori, Y. (1982): *Modern Analysis of Value Theory*, Springer-Verlag, Berlin.

Foley, D. K..(1982): "The Value of Money, the Value of Labor Power, and the Marxian Transformation Problem," *Review of Radical Political Economics* 14, pp. 37-47.

Foley, D. K. (1986): *Understanding Capital: Marx's Economic Theory*, Cambridge, Harvard Univ. Press.

Hurwicz, L. (1972): "On Informationally Decentralized Systems," in Decision and Organization: A Volume in Honor of J. Marschak (eds. by R. Radner and C.B. McGuire), Amesterdam: North-Holland.

International Labour Office (2005): *Human trafficking and Forced Labour Exploitation*, Geneva, International Labour Office.

International Labour Office (2005a): *Forced Labour: Labour Exploitation and Human Trafficking in Europe*, Geneva, International Labour Office.

Karin, S. (1959): *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*, vol. i, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Krause, U. (1982): *Money and Abstract Labor*, New Left Books, London.

Lipietz, A. (1982): "The So-Called 'Transformation Problem' Revised," *Journal of Economic Theory* 26, pp.59-88.

Marx, K. (1967): *Das Kapital, Volume I, II, III* Diez Verlag, Berlin.
マルクス　『資本論』,『マルクス＝エンゲルス全集』第 23a,b, 24, 25a,b 巻，大月書店，1965-1967 年.

Mas-collel, A., Whinston, M., and Green, J. (1995): *Microeconomic Theory*, Oxford Univ. Press, Oxford.

Matsuo, T. (2008): "Profit, Surplus Product, Exploitation and Less than Maximized Utility," *Metroeconomica* **59**, pp. 249-265.

Mohun, S. (2004): "The Labour Theory of Value as Foundation for Empirical Investigations," *Metroeconomica* **55**, pp. 65-95.

Morishima, M. (1960): *Equilibrium, Stability, and Growth, Clarendon Press*, Oxford, p.132.

Morishima, M. (1969): *Theory of Economic Growth*, Clarendon Press, Oxford.

Morishima, M. (1973): *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
森嶋通夫『マルクスの経済学』高須賀義博訳，東洋経済新報社，1974 年.

Morishima, M. (1974): "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica* **42**, pp.611-32.

von Neumann, J. (1945): "A Model of General Economic Equilibrium," *Review of Economic Studies* **13**, pp.1-9.

Nikaido, H. (1983): "Marx on Competition," *Journal of Economics* **43**(4), pp.337-362.

Okishio, N. (1963): "A Mathematical Note on Marxian Theorems," *Weltwirtschaftliches* Archiv **91**, pp.287-99.

Petri, F. (1980): "Positive Profits without Exploitation: A Note on the Generalized Fundamental Marxian Theorem," *Econometrica* **48**, pp. 531-533.

Roemer, J. E. (1980): "A General Equilibrium Approach to Marxian Economics," *Econometrica* **48**, pp.505-30.

Roemer, J. E. (1981): *Analytical Foundation of Marxian Economic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982): *A General Theory of Exploitation and Class*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982a): "Origin of Exploitation and Class: Value Theory of Pre-Capitalist Economy," *Econometrica* **50**, pp. 163-192.

Samuelson, P. (1982): "The normative and positive inferiority of Marx's vales paradigm," *Southern Economic Journal* **49**-1, pp.11-18.

Steedman, I. (1977): *Marx after Sraffa*, London: New Left Books.

Veneziani, R. (2004): "The Temporal Single-system Interpretation of Marx's Economics: A Critical Evaluation," *Metroeconomica* **55**, pp. 96-114.

Veneziani, R. (2005): "Dynamics, Disequilibrium, and Marxian Economics: A Formal Analysis of Temporal Single-System Marxism," *Review of Radical Political Economics* **37**, pp. 517-529.

Veneziani, R. (2007): "Exploitation and Time," *Journal of Economic Theory* **132**, pp. 189-207.

Veneziani, R. and Yoshihara, N. (2008): "Objectivist versus Subjectivist Approaches to the Marxian Theory of Exploitation," IER Discussion Paper Series A, No. 514, The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, and Queen Mary, University of London.

Veneziani, R. and N. Yoshihara (2009): "Globalisation and Exploitation," mimeo, Queen Mary, University of London, and The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (1998): "Wealth, Exploitation and Labor Discipline in the Contemporary Capitalist Economy," *Metroeconomica* **49**(1) pp23-61.

Yoshihara, N. (2006): "Reexamination of the Marxian Exploitation Theory," IER Discussion Paper Series A, No. 481, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2007): "Class and Exploitation in General Convex Cone Economies," IER Discussion Paper Series A, No. 489, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2007a): "On an Axiomatic Approach to Labor Exploitation Theory," mimeo, The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. and Veneziani, R. (2009): "The Injustice of Exploitation: An Axiomatic Approach," mimeo, Hitotsubashi University, Queen Mary, University of London, and The Institute of Economic Research.

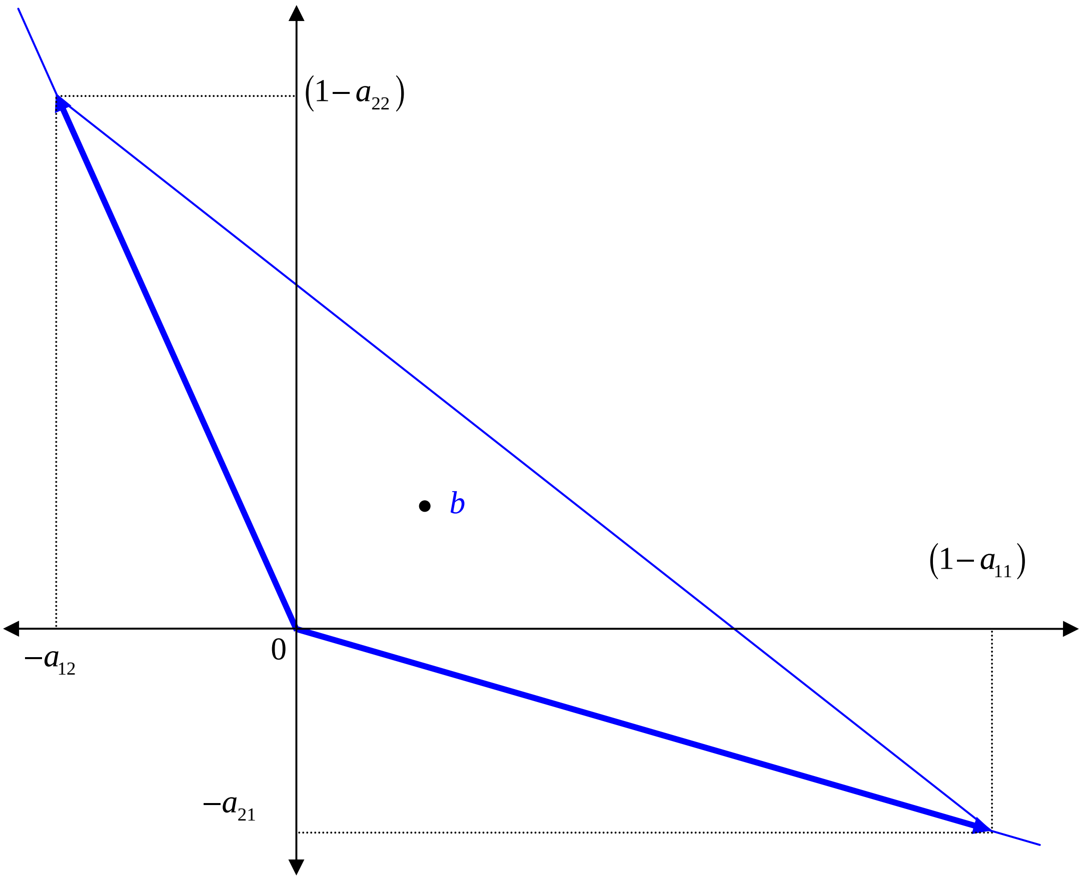
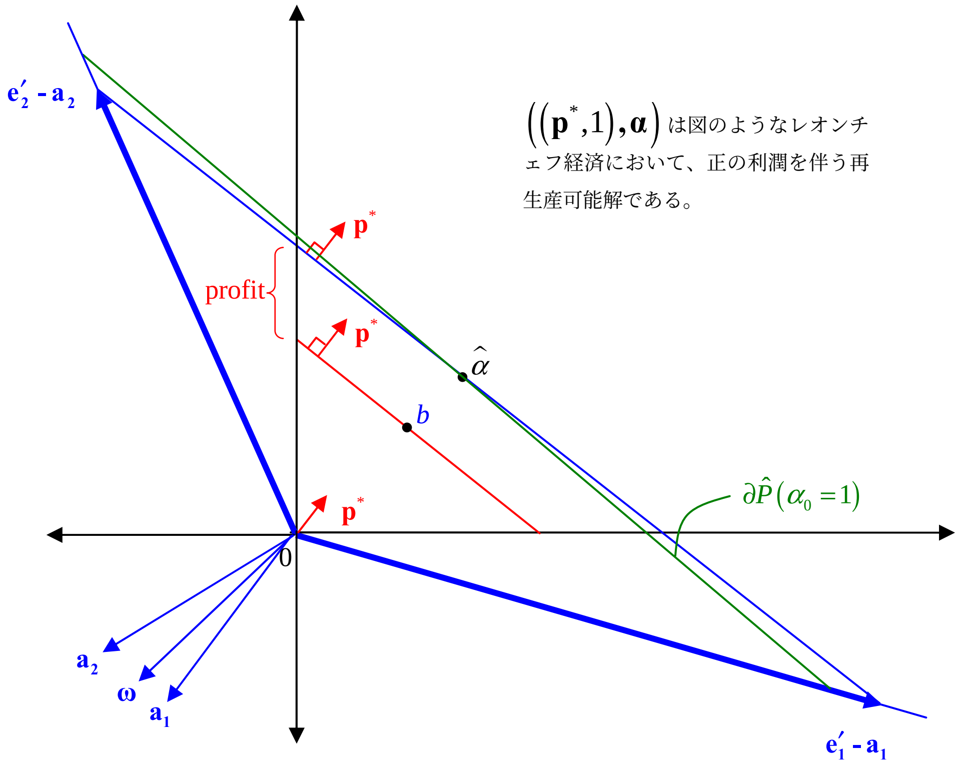


図 1: レオンチェフ生産体系の下での純生産可能性

図 2: レオンチェフ生産体系における、正の利潤の伴う再生産可能解



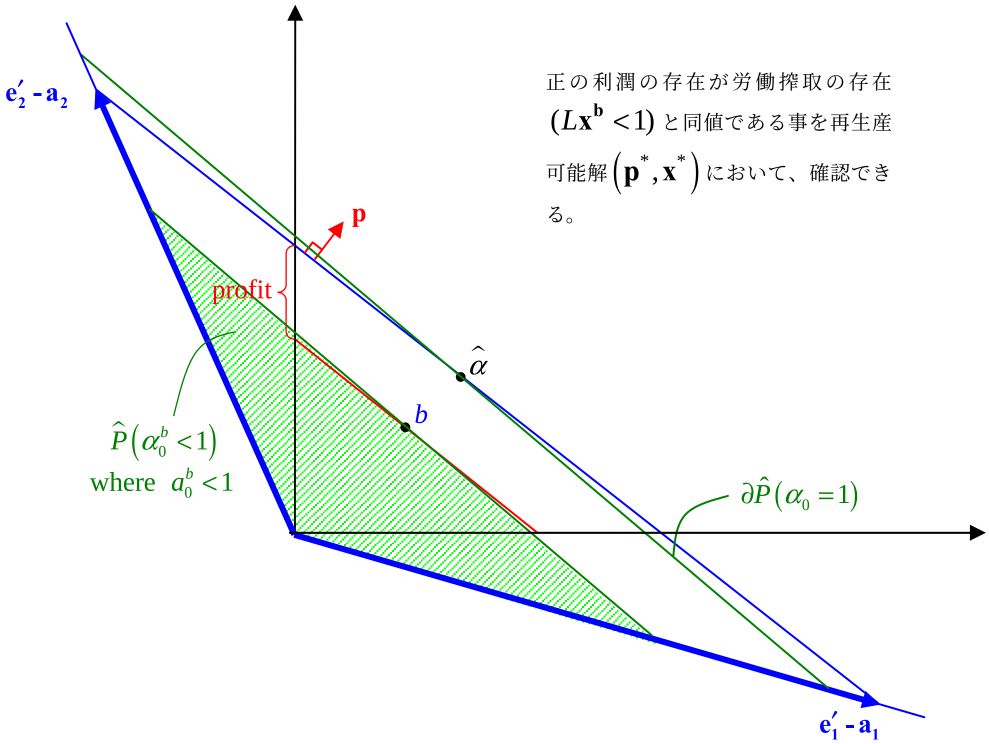


図 3: マルクスの基本定理の幾何的証明

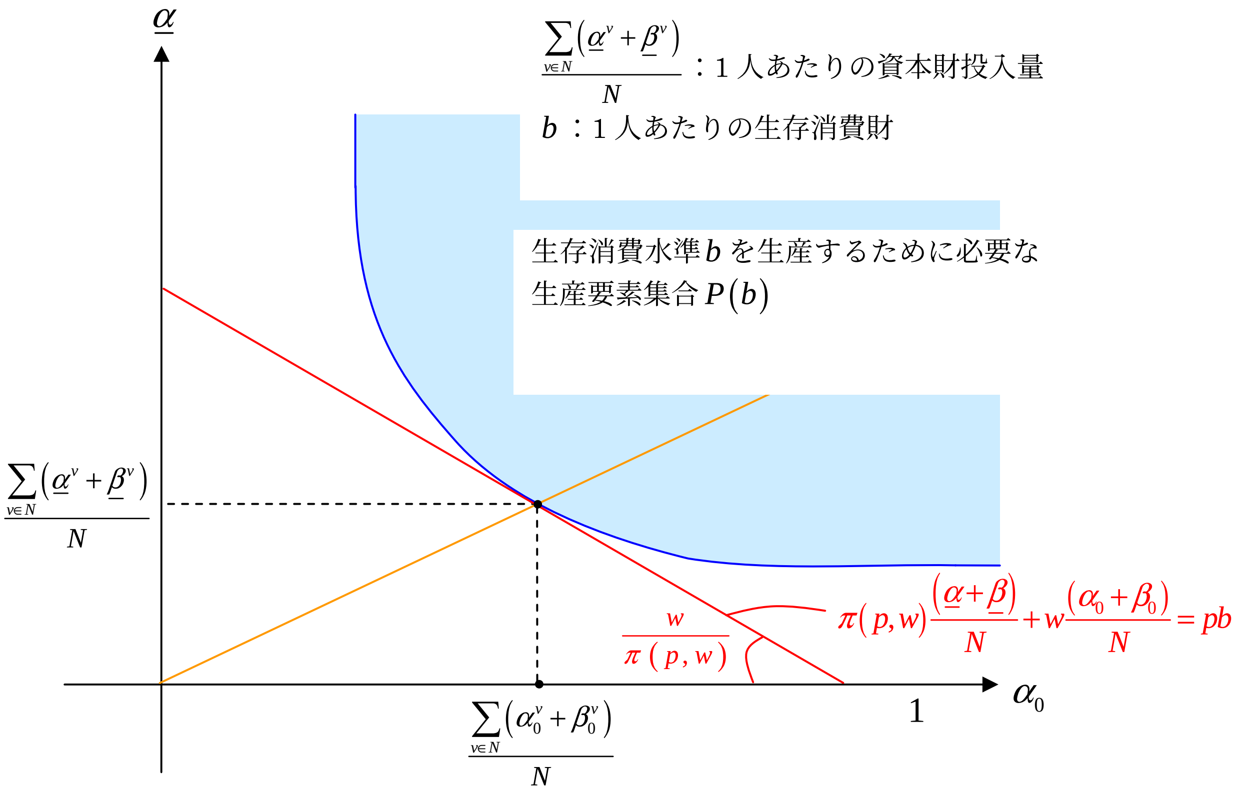


図 4： この経済で 1 人あたり b のコーンを生産するための、

1 人あたり資本財投入量は $\frac{\sum_{v\in N}(\underline{\alpha}^v+\underline{\beta}^v)}{N}$

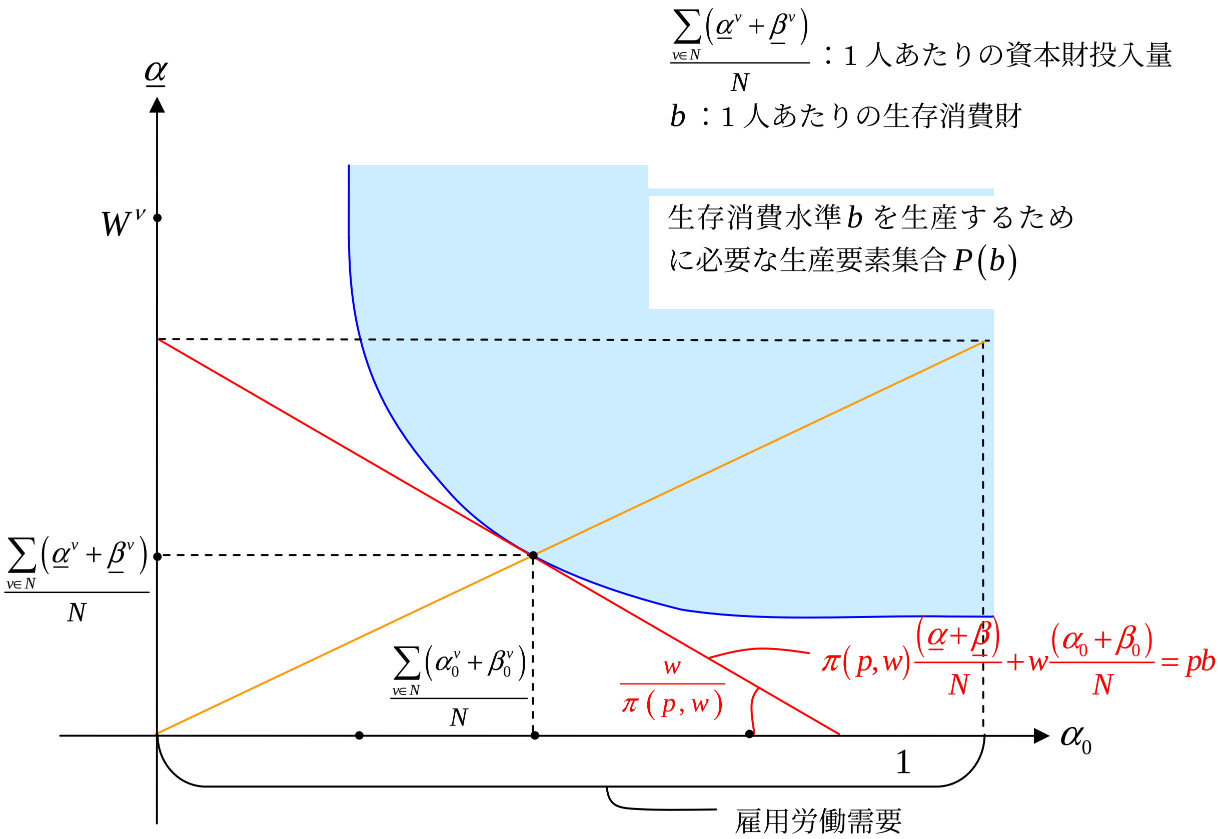


図 5: $\nu \in C^{PC} \Leftrightarrow \pi(\mathrm{p,w})W^{\nu} > pb$

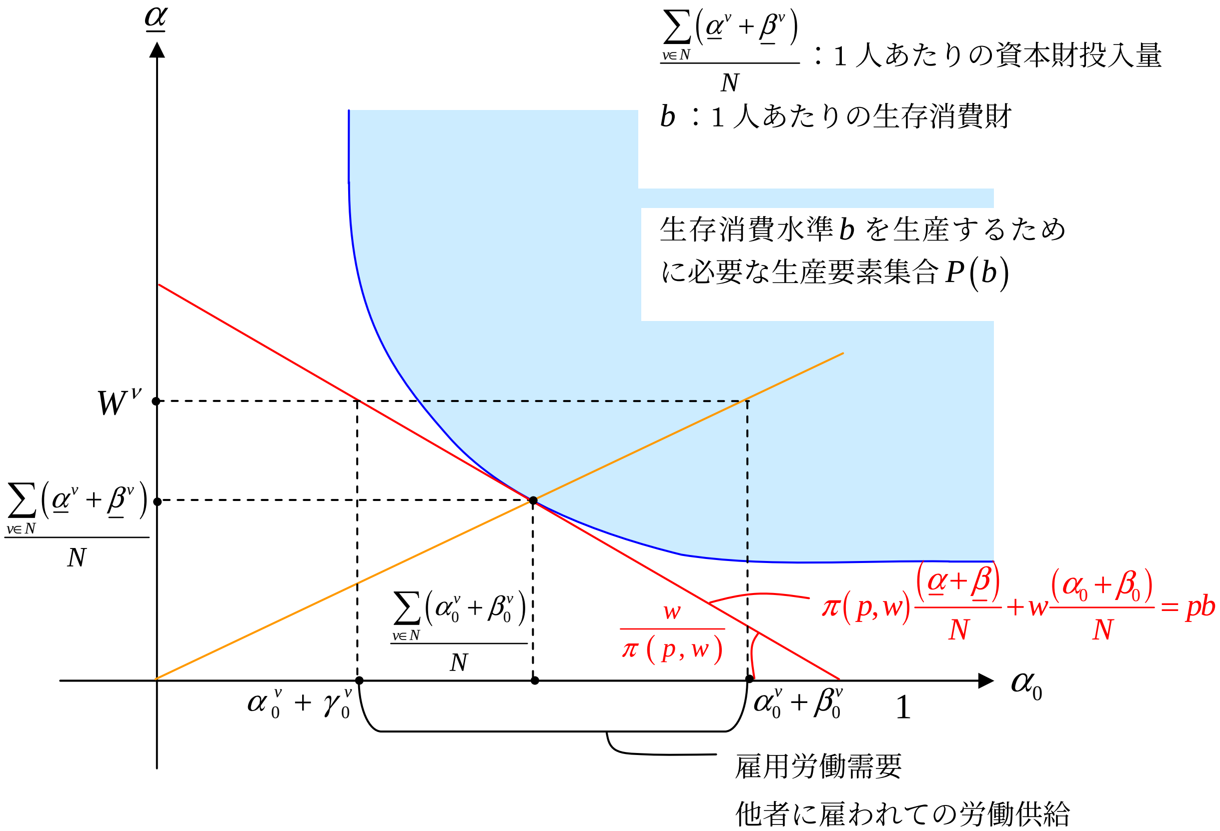


図 6: $\nu \in C^{SC} \Leftrightarrow W^{\nu} > \frac{\sum_{\nu\in N}(\underline{\alpha}^{\nu}+\underline{\beta}^{\nu})}{N}$ and $\pi(\mathrm{p,w})W^{\nu} < pb$.

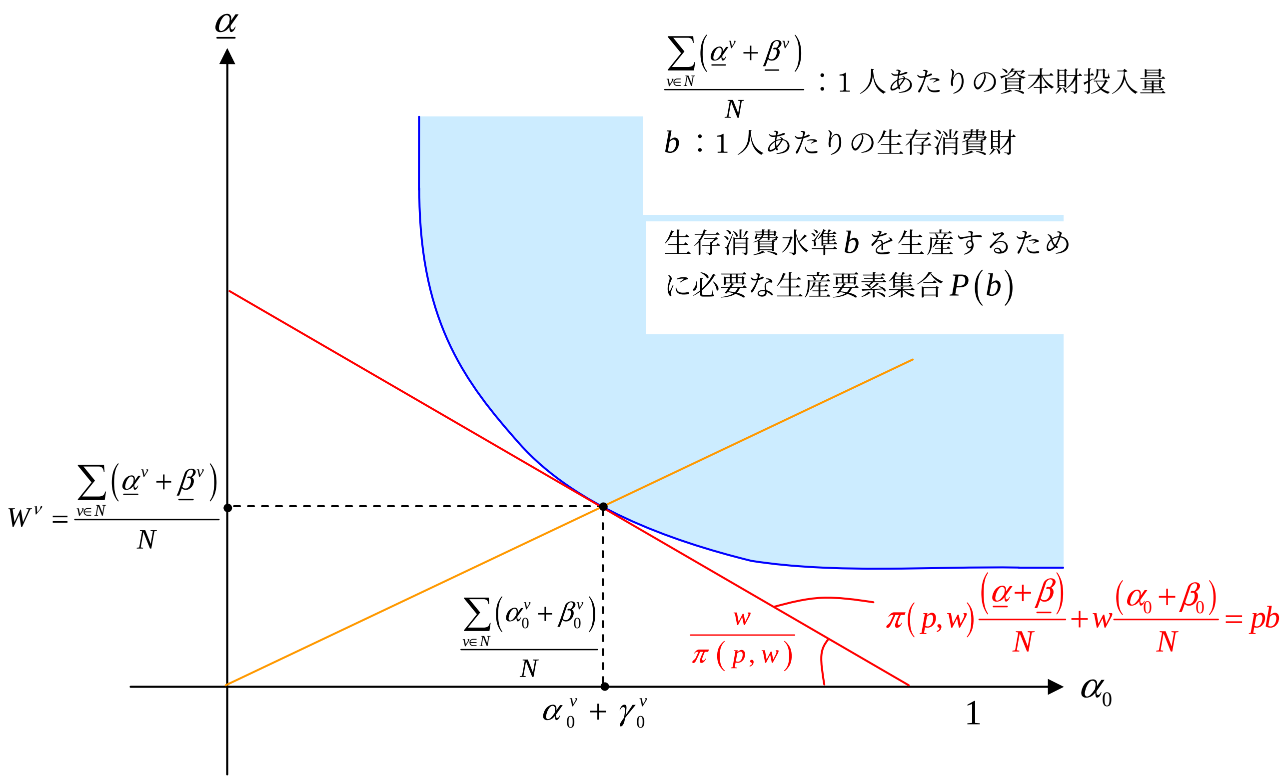


図 7: $\nu\in C^{PB}\Leftrightarrow W^{\nu}=\frac{\sum_{\nu\in N}\underline{\alpha}^{\nu}+\underline{\beta}^{\nu}}{N}$.

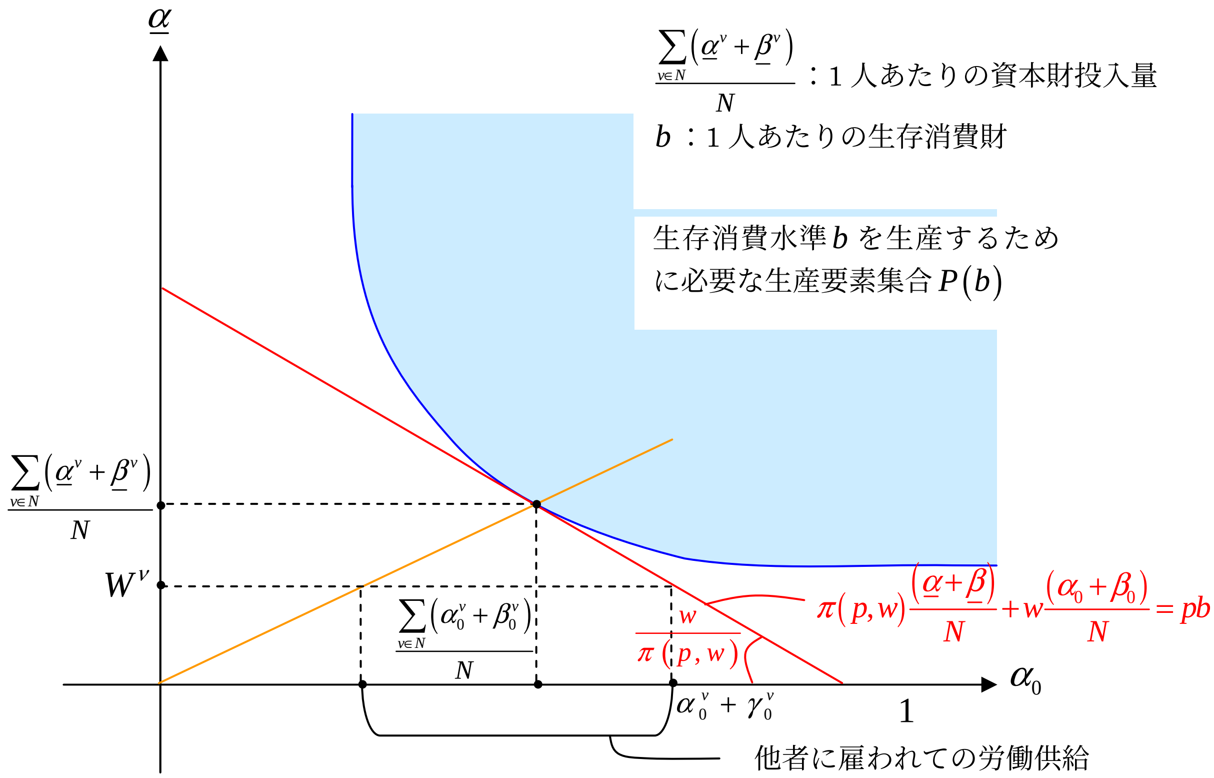


図 8: $\nu\in C^{MP} \Leftrightarrow\ 0<W^\nu<\frac{\sum_{\nu\in N}(\underline{\alpha}^\nu+\underline{\beta}^\nu)}{N}$.

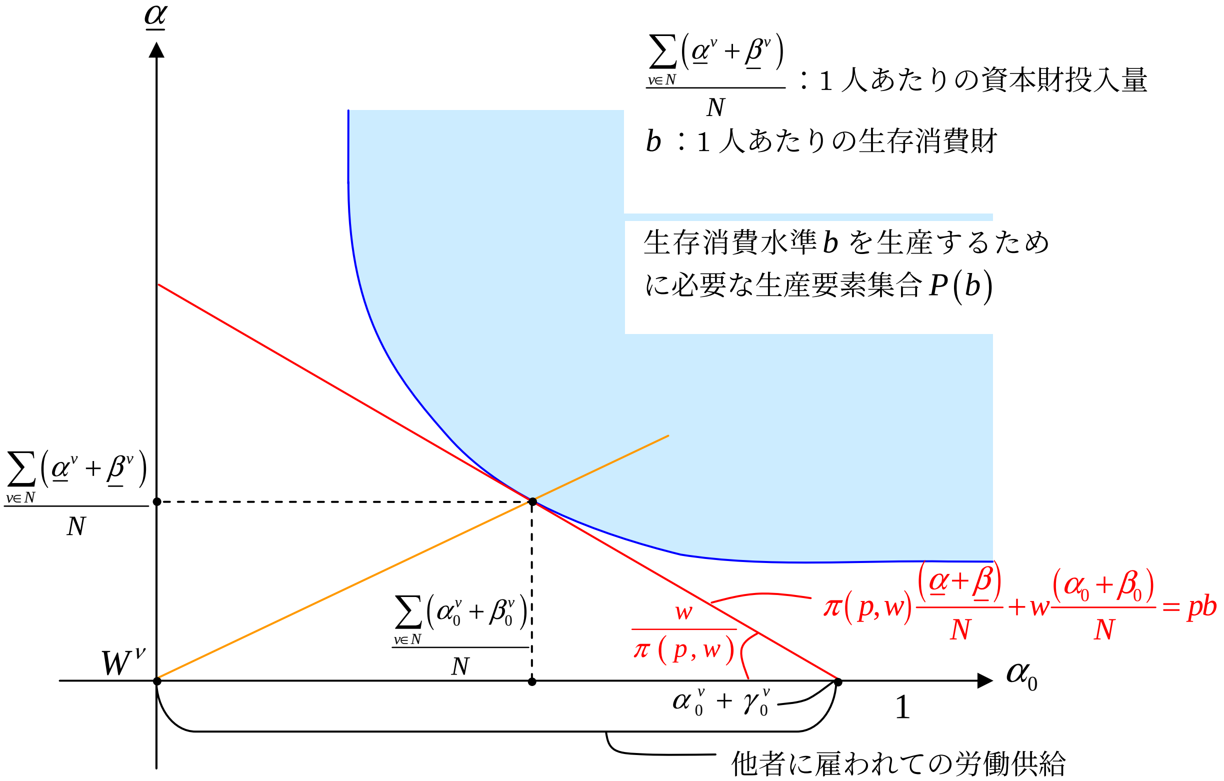


図 9: $\nu\in C^{P}\Leftrightarrow W^{\nu}=0$.

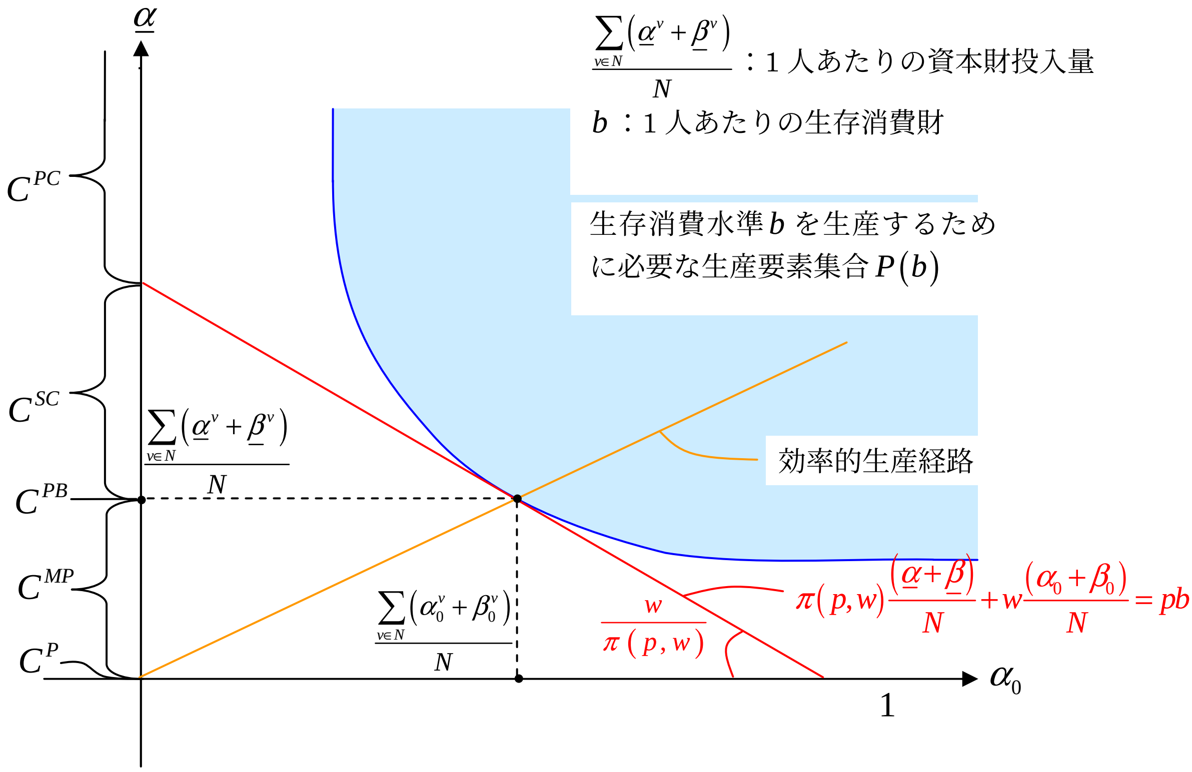
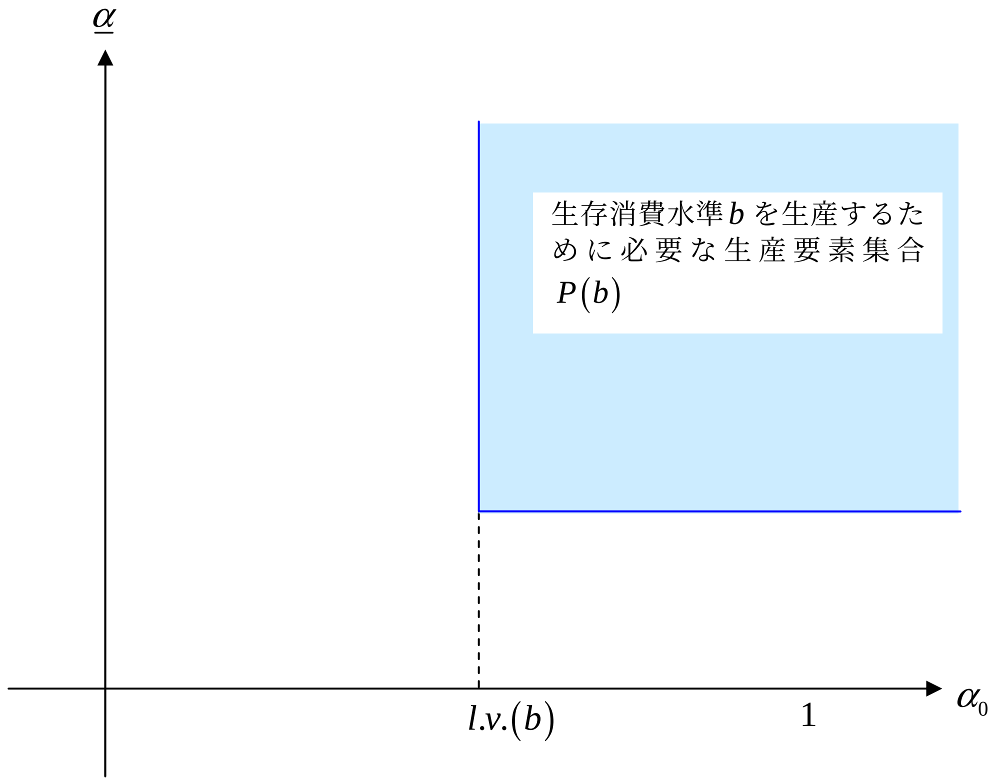
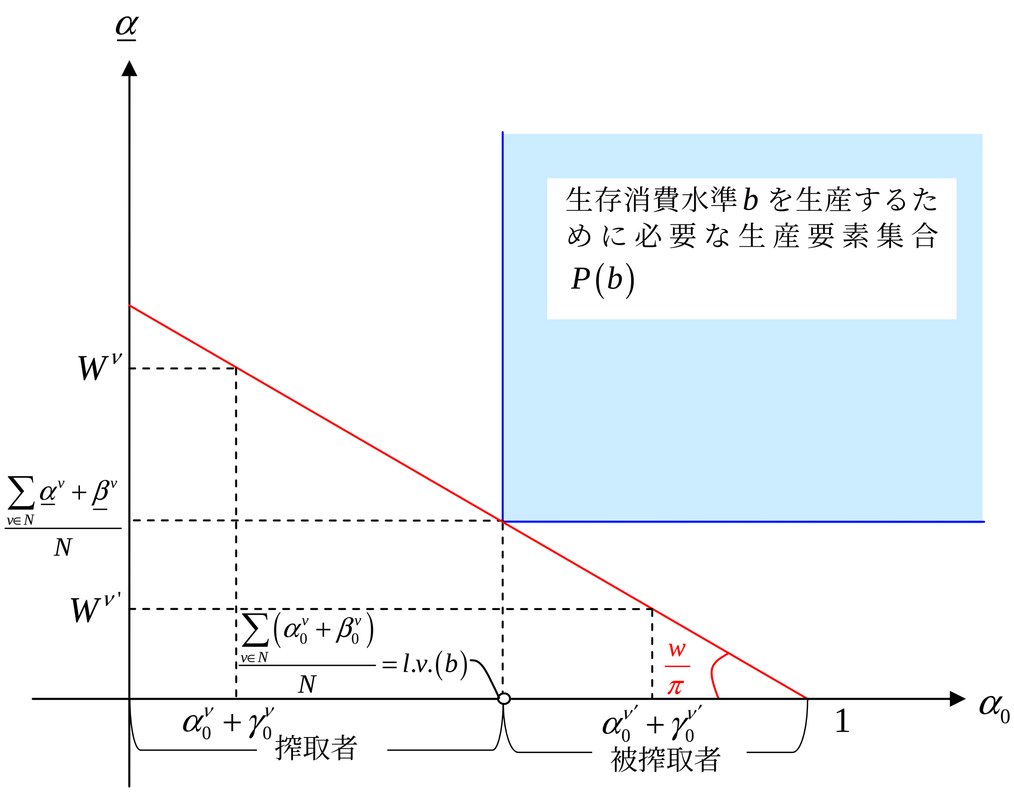


図 10: 異なる資本財所有がもたらす階級分解



b ：1人あたりの生存消費財

図 11: コーン b の労働価値 $l.v.(b) = \arg\min_{(\underline{\alpha},\alpha_0)\in P(b)} \alpha_0$ の下での、コーン b の労働価値の決定（レオンチェフ型生産技術の場合）



$\dfrac{\sum_{\nu\in N}\left(\underline{\alpha}^{\nu}+\underline{\beta}^{\nu}\right)}{N}$：1 人あたりの資本財投入量

b ：1 人あたりの生存消費財

図 12: 森嶋型労働搾取の定式化（レオンチェフ型生産関数の場合）：

ν　は搾取者である$\Leftrightarrow \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}<l.v.(b)$

ν'　は被搾取者である$\Leftrightarrow \alpha_0^{\nu'}+\gamma_0^{\nu'}>l.v.(b)$

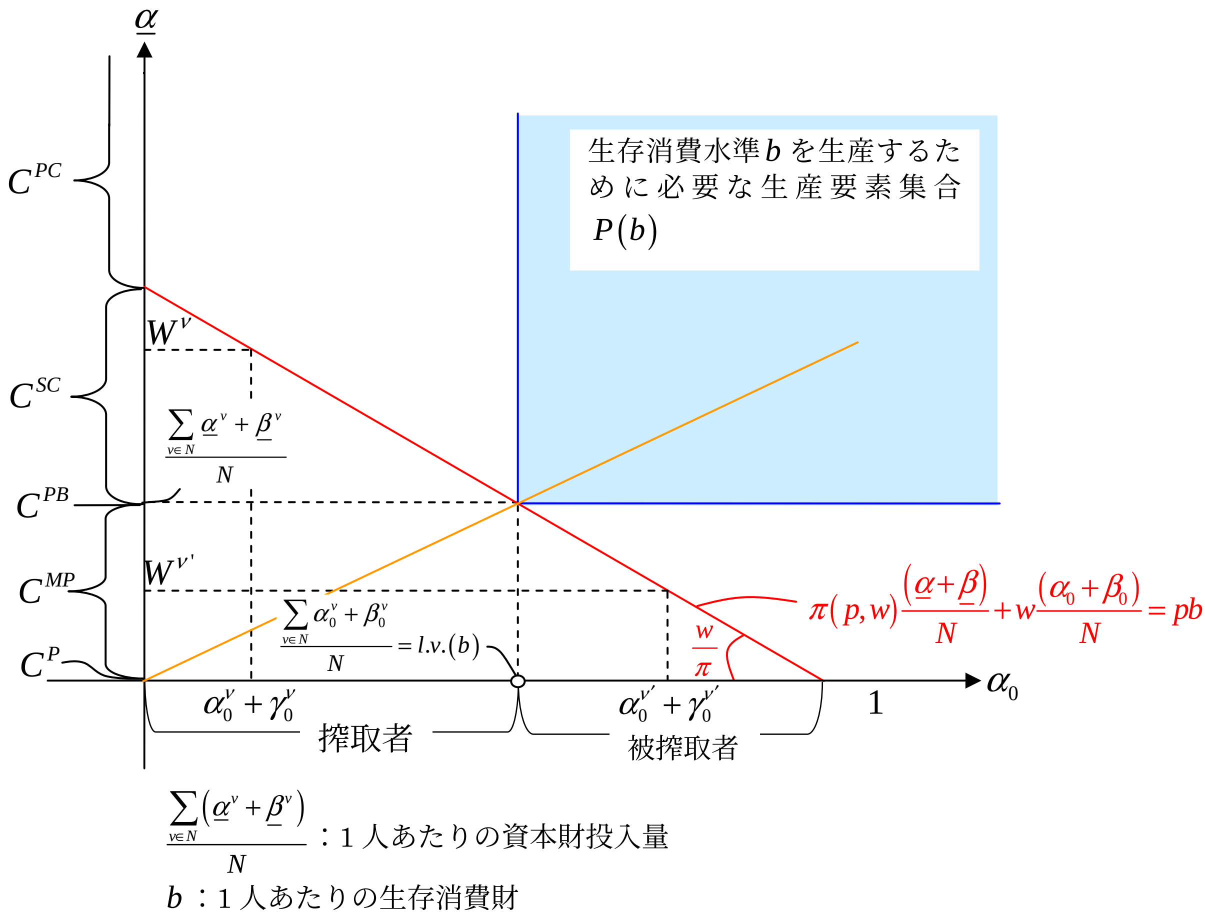


図 13: 階級-搾取対応原理（森嶋型でのレオンチェフ型生産関数の場合）：

$\forall \nu \in C^{PC} \cup C^{SC}$，$\nu$ は搾取者である $\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu} < l.v.(b)$

$\forall \nu' \in C^{MP} \cup C^{P}, \nu'$ 被搾取者である $\alpha_0^{\nu'}+\gamma_0^{\nu'} > l.v.(b)$

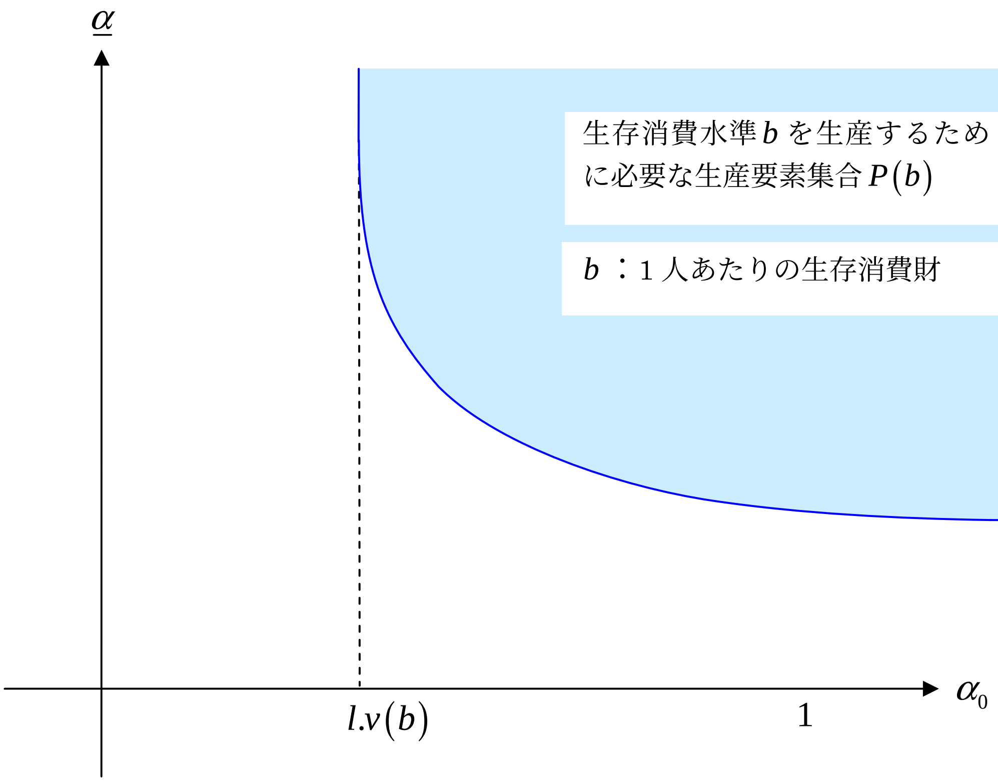


図 14： b を生産するための社会的必要労働量 $l.v.(b) = \arg\min_{(\alpha_0, \underline{\alpha}, \overline{\alpha}) \in P(b)} \alpha_0$ の下での、コーン b の労働価値の決定

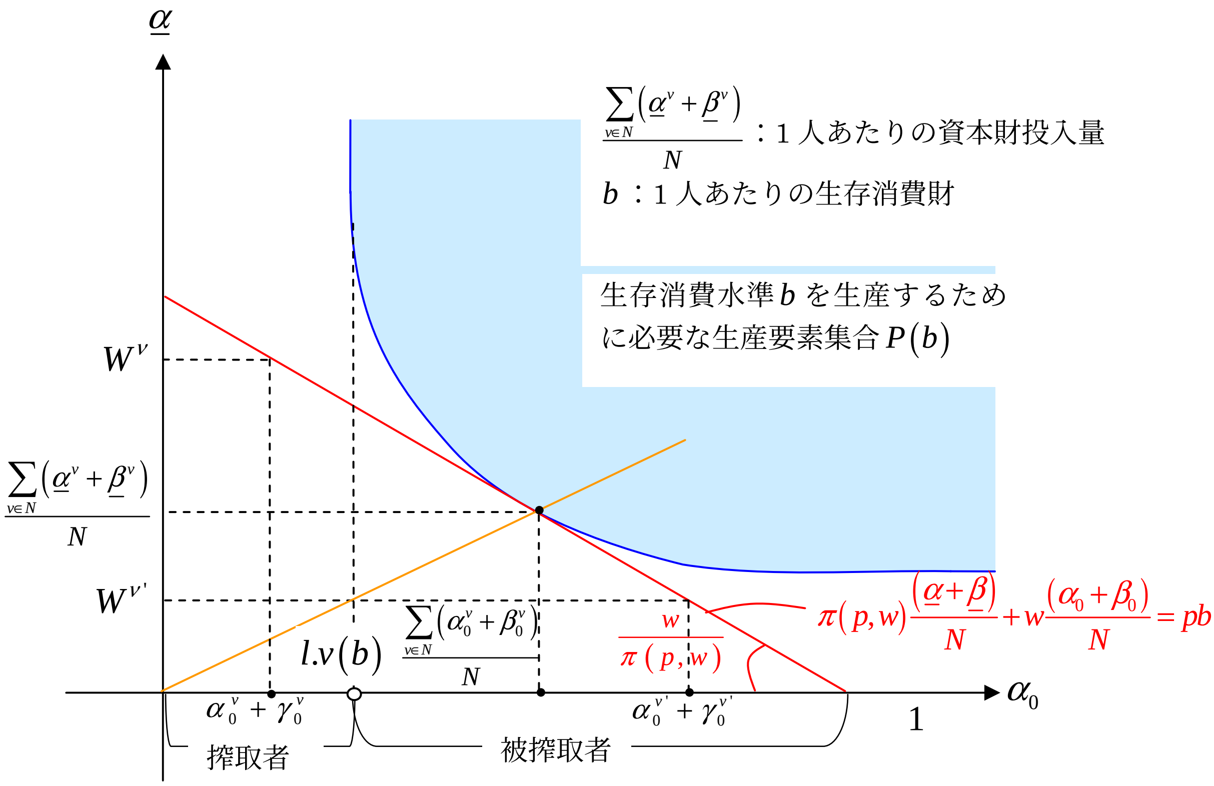


図 15: 森嶋型労働搾取の定式化:

$$\nu \text{ は搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}<l.v.(b)$$

$$\nu' \text{ は被搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu'}+\gamma_0^{\nu'}>l.v.(b)$$

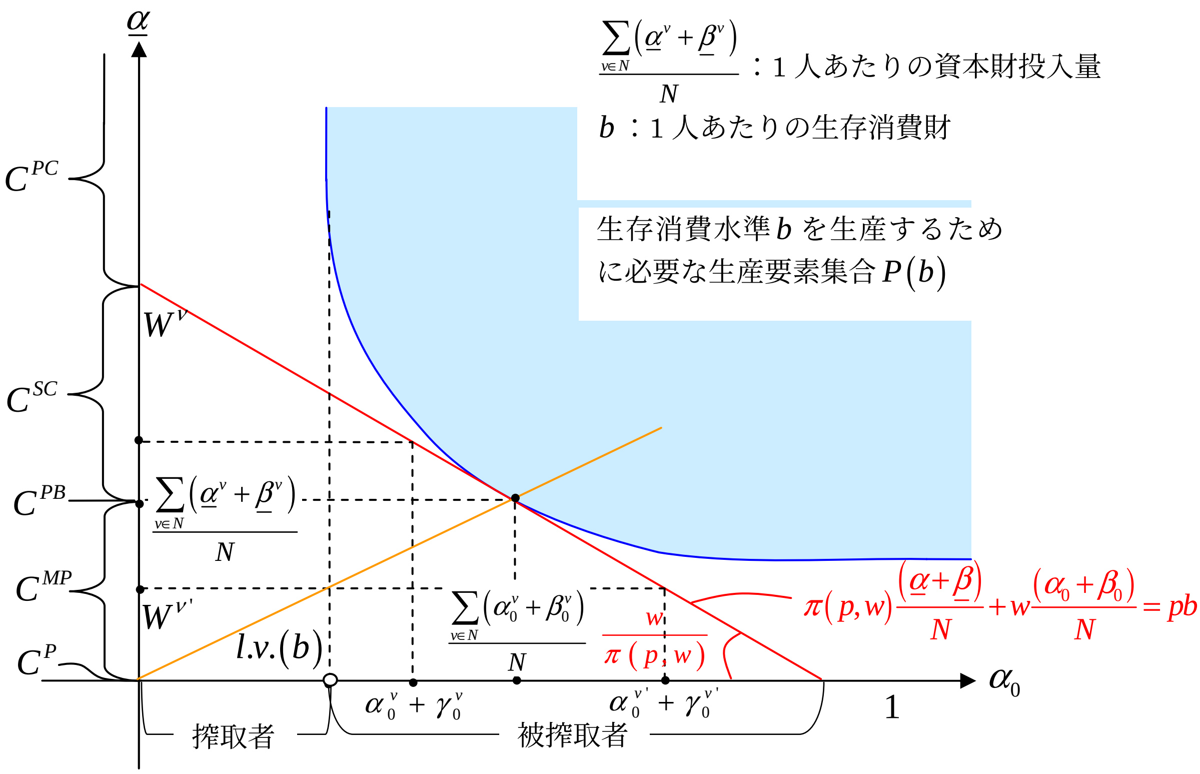


図 16：森嶋（1974）による定式化は CECP を満たさない:

$\exists \nu\in C^{SC}\quad s.t.\quad \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}>l.v.(b)$（$\nu$ は被搾取者である）

$\forall \nu'\in C^{MP}\cup C^{P}, \alpha_0^{\nu'}+\gamma_0^{\nu'}>l.v.(b)$（$\nu'$ は被搾取者である）

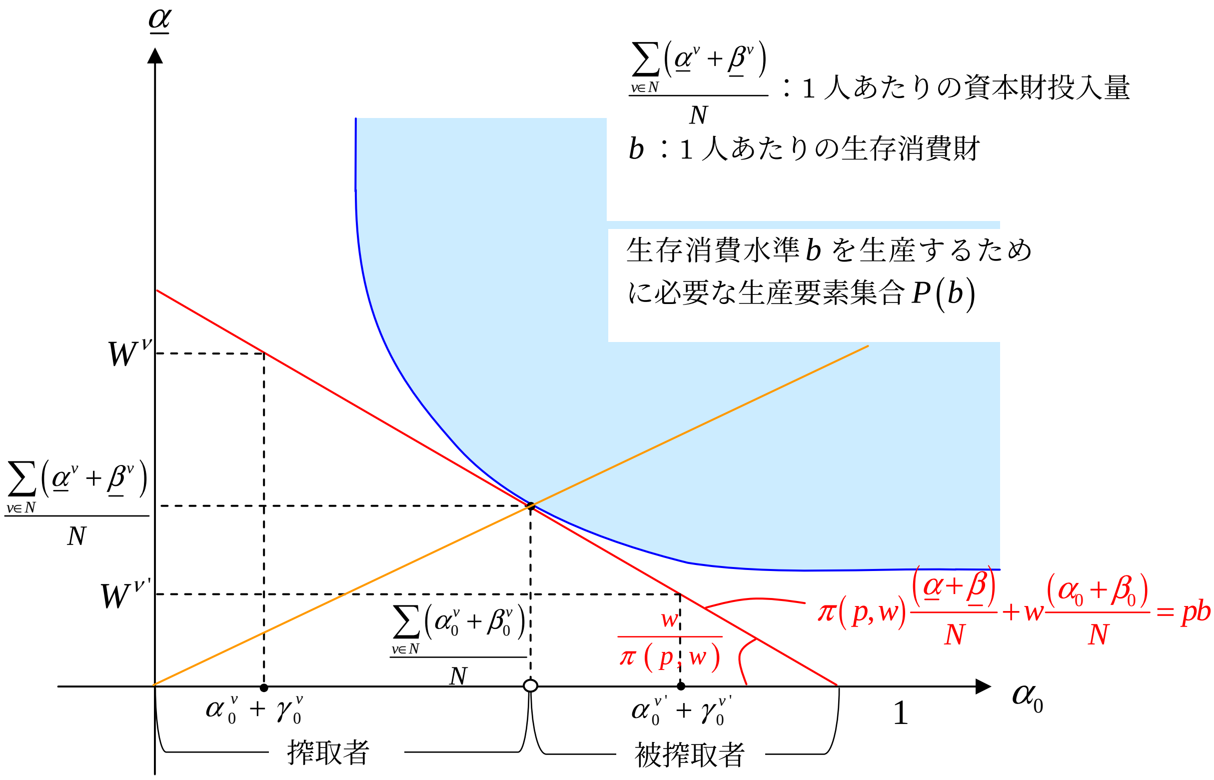


図 17：定義 8 による搾取の定式化:

$$\nu \text{ は搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu} < \frac{\sum_{\nu\in N}(\alpha_0^{\nu}+\beta_0^{\nu})}{N}$$

$$\nu' \text{ は被搾取者である} \Leftrightarrow \alpha_0^{\nu'}+\gamma_0^{\nu'} > \frac{\sum_{\nu\in N}(\alpha_0^{\nu}+\beta_0^{\nu})}{N}$$

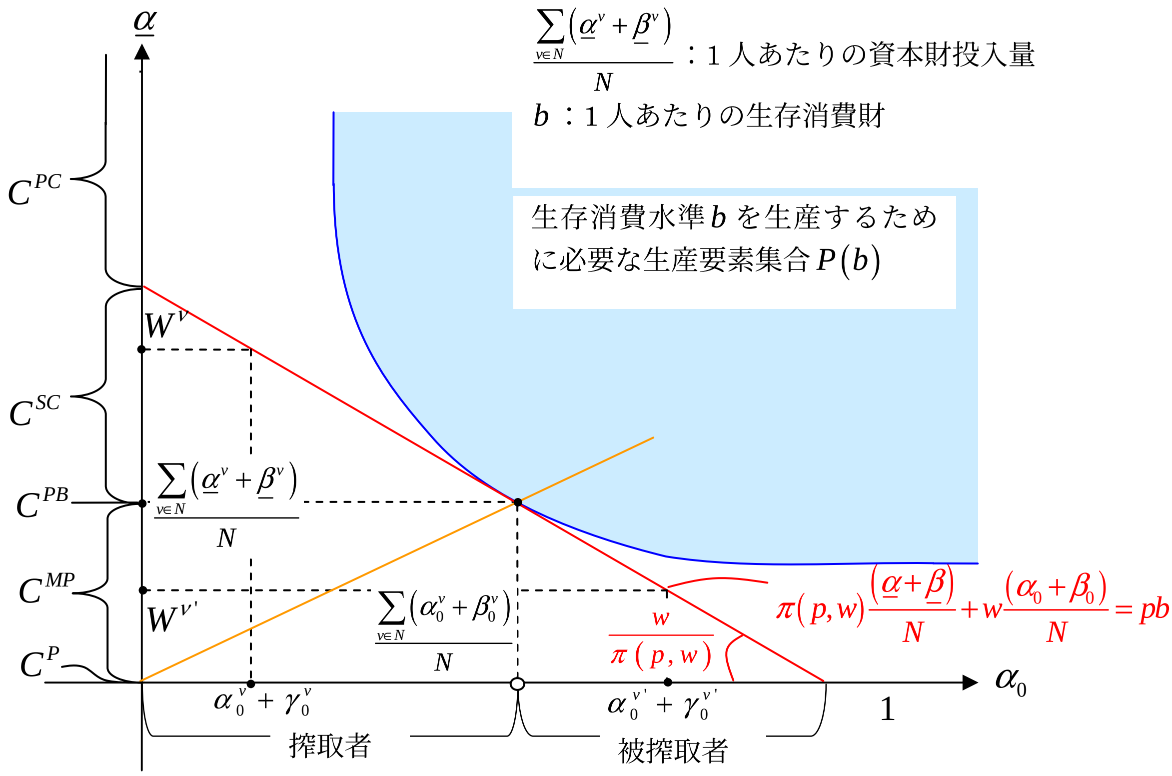


図 18：定義 8 による定式化は CECP を満たす:

$$\forall \nu \in C^{PC} \cup C^{SC},\ \nu \ \text{は搾取者である}\ \left(\alpha_0^\nu + \gamma_0^\nu < \frac{\sum_{\nu\in N}(\alpha_0^\nu+\beta_0^\nu)}{N}\right)$$

$$\forall \nu' \in C^{MP} \cup C^{P},\ \nu' \ \text{は被搾取者である}\ \left(\alpha_0^{\nu'} + \gamma_0^{\nu'} > \frac{\sum_{\nu\in N}(\alpha_0^\nu+\beta_0^\nu)}{N}\right)$$