

交渉問題における分配的正義論

吉原直毅
一橋大学経済研究所

現稿 2007 年 3 月 14 日、最終稿 2007 年 3 月 16 日

[要旨 400 語(日本語)挿入]

1. イントロダクション

本稿では、いわゆる交渉問題の協力解の性能比較を公理主義的に分析する、**公理的交渉ゲームの理論(axiomatic bargaining theory)**における最近の成果の一部について眺望する。交渉問題の協力解を特徴付ける公理体系として、いわゆるジョン・ナッシュの**公理体系(Nash (1950))**は、交渉問題における交渉当事者間のもっともらしい協力的行動のプロセスなり性質を記述するものであると解釈される。そのような解釈を前提にする場合、公理主義的な分析によって明らかにされた交渉解の特徴とは、もっともらしい協力的交渉プロセスの結果として予想されうる交渉妥結点の特徴を明らかにするものと解釈されよう。他方、第 3 者的交渉調停者の立場から見た推薦に値する望ましい交渉妥結点とはいかにあるべきかという、より規範的な観点からの諸基準として公理体系を呈示する事も可能である。そのような解釈を許容するような公理体系によって特徴付けられた交渉解は、調停者の観点からの規範的提唱として解釈される事になる。

しかしいずれにせよ、そのような公理体系は、いわゆる分配的正義の諸基準とは別物と考えられてきた。なぜならば、交渉問題とは、それが協力的行動のプロセスと解釈される場合であっても、互いに相異なる利益追求を目的とする個々人が、協力的に交渉する事によって、互いの目的とする利益の相互促進と調整の為の場として考えられており、交渉解とはそうしたプロセスの一つの到達点として考えられるからである。他方、分配的正義の問題は、利益の相互促進や調整の観点とは相対的に独立に、分配的プロセスや結果に関する不偏性や公正性が問われる問題であって、固有の規範的価値基準の体系を構築する事が問われる。このように、交渉問題と分配的正義の問題とは、形式的にはいずれも一つの社会的選択問題として定式化されるという点で類似の形式的性質を持つように見えるが、その意味・解釈が大きく違うのである。実際、ジョン・ロールズ(Rawls (1971))は、公理的交渉理論における協力解は正義論の解としては不適切である事を強調していたし、また、ジョン・ローマー(Roemer (1986; 1994; 1996))は、公理的交渉理論と分配的正義の理論のミス・マリッジについて指摘していた。

にも関わらず、我々は以下の本節に置いて、交渉問題の伝統的な 3 つの協力解が分配的正義の諸基準を反映する公理体系を用いて、その公理的特徴づけが可能である事を

示す。本稿で取り上げられる分配的正義の諸基準とは、**対称性、連帯性**、そしてロナルド・ドゥウォーキン(Dworkin (1981a))によって提唱された「**責任と補償の原理**」である。考察される伝統的な協力的交渉解とは、**ナッシュ交渉解、カライ=スモロディンスキー交渉解**、そして**平等主義解**の 3 つである。我々は、これら 3 つの解を上記のような分配的正義の諸基準の観点から公理主義的に性能比較する作業を、以下の 3 つの交渉問題のクラスを考えて、それぞれ行っていく。最初の交渉問題のクラスとは、通常の標準的な凸かつ閉包括的な効用可能性集合として定式化されるような凸交渉問題を要素とする。引き続き、第二の交渉問題のクラスとして、我々は閉包括的であるものの、一般に非凸な交渉問題からなるクラスを考える。最後に、効用可能性集合の背後にある経済環境のクラスを考える。最初の二つのタイプの交渉問題のクラスを対象にするときには、交渉解は任意の効用可能集合上の実行可能効用配分を選択する写像として定式化される一方で、最後のタイプでは、交渉解は各経済環境ごとに実行可能な経済的資源配分を指定する資源配分ルールとして定式化される。それによって、最初の二つのタイプのクラスの下では、厚生主義的な分配的正義の観点から交渉解の性能が評価されよう。他方、第三のタイプのクラスの下では、非厚生主義的な分配的正義の観点からの交渉解の性能評価が可能になるのである。

以下では、第 2 節で、標準的な交渉ゲームのモデルが定義される。第 3 節では、凸交渉問題のクラスの中での、上記 3 つの交渉解の性能比較を、連帯性の基準を体現する公理体系を用いて、分析する。第 4 節では前節と同様の規範的観点から非凸交渉問題のクラスの中で、交渉解の性能比較を行う。第 5 節では、経済環境下での資源配分ルールとしての交渉解の性能比較を、責任と補償の原理を体現する公理体系を用いて、分析する。最後に第 6 節で、全体のまとめを行う。

2. 標準的交渉問題のモデル

プレーヤーの集合を $N = \{1, 2, \dots, n\}$ とする。但し、 $n \geq 2$ である。以下、 \mathbf{R}_+ を非負の実数値の集合、 \mathbf{R}_+^n を n 次元非負実数値ベクトルの集合とする。集合 N の個人からなる社会に m 種類の純粋私的財——財の種類を M で表す——が存在し、その純粋私的財が当該社会に全体として $\Omega \in \mathbf{R}_{++}^m$ だけ賦存するとしよう。この Ω の純粋私的財が集合 N の個人たちによって適当に配分され、かつ消費される経済社会を考える。各個人に共通の消費可能空間は \mathbf{R}_+^m であり、また、各個人 $i \in N$ の消費可能空間 \mathbf{R}_+^m における選好は、効用関数 $u_i : \mathbf{R}_+^m \rightarrow \mathbf{R}$ で表現されうると仮定する。この効用関数は \mathbf{R}_+^m で連続、単調増加、かつ凹な実数値関数であるとする。さらに、 $u_i(0) = 0$ としよう。そのような効用関数のクラスを $\mathbf{U}^{(m)}$ で表す事にしよう。

一つの**純粋交換経済 (pure exchange economy)**とは、一つのリスト

$e \equiv \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega \rangle$ の事である。但し、 $(u_i)_{i \in N} \in (\mathbf{U}^m)^n$ である。純粋交換経済の構造にさらに、社会全体として利用可能な生産技術を生産可能性集合 $Y \subseteq \mathbf{R}^m$ として与えられているとする。集合 Y は閉かつ、 $(Y + \Omega) \cap \mathbf{R}_+^m \neq \emptyset$ はコンパクトであると仮定する。一つの

生産経済(production economy) とは、一つのリスト $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ の事である。

以下の議論は、すべて生産経済を前提に行うが、純粋交換経済についても全て同様に定義できる。生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ において、ある資源配分 (\mathbf{x}, y) 、但し $\mathbf{x} = (x_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_+^m$ かつ $y \in Y$ 、が**実行可能配分(feasible allocation)**であるのは、 $\sum_{i \in N} x_i \leq y + \Omega$ という性質が満たされる時である。生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ における実行可能配分の集合を、一般に $A(e)$ で表す事にしよう。

一つの生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ が定まると、その経済での実行可能配分の集合 $A(e)$ が確定する。今、この経済環境の下での何らかの実行可能配分の実行を通じて人々が享受出来る効用水準のリスト $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_i)_{i \in N}$ について考えよう。

定義 1 : ある生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ において、ある効用水準のリスト $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_i)_{i \in N}$ が実行可能な効用配分(feasible utility allocation)であるのは、ある実行可能配分 $\mathbf{x} \in A(e)$ が存在して以下の性質が成り立つとき、そのときのみである :

$$u_i(x_i) = \bar{u}_i, \quad \forall i \in N.$$

生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ における実行可能な効用配分の集合を $S(e)$ で表し、それを**効用可能性集合(utility possibility set)**と呼ぶ事にしよう。また、以下のような性質を

満たす実行可能な効用配分の集合を特に、**効用可能性集合の上境界**(upper-boundary of utility possibility set)と呼ぶ事にし、それを $\partial S(e)$ で表す事にしよう：

$$\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_i)_{i \in N} \in S(e) \ \& \ \neg \exists \bar{\mathbf{u}}' \in S(e) \ \text{s.t.} \ \bar{\mathbf{u}}' \gg \bar{\mathbf{u}}.^1$$

今、一つの生産経済 $e = \langle N; M; \mathbf{R}_+^m; (u_i)_{i \in N}; \Omega; Y \rangle$ における**パレート効率的配分**(Pareto efficient allocation)の集合を $P(e)$ で表す。一つのパレート効率的配分に対応する実行可能な効用配分を、**効率的効用配分**(efficient utility allocation)と呼ぶ。ここで全ての個人の効用関数が \mathbf{R}_+^m 上で強単調であるならば、集合 $\partial S(e)$ はこの生産経済における効率的効用配分の集合に等しい。効用関数の仮定より、効用可能性集合 $S(e)$ は、包括的(comprehensive)で、原点 $\mathbf{0} \in \mathbf{R}_+^n$ を含むコンパクト集合となる。ここで、集合 $S \subseteq \mathbf{R}_+^n$ が包括的であるとは、

$$\forall \bar{\mathbf{u}} \in S, \left[\exists \bar{\mathbf{u}}' \in \mathbf{R}_+^n \ \text{s.t.} \ \bar{\mathbf{u}}' \leq \bar{\mathbf{u}} \right] \Rightarrow \bar{\mathbf{u}}' \in S$$

が成立する事を意味する。

今、上記のような条件を満たすあらゆる可能な生産経済の集合を \mathbf{E} で表す。対応するあらゆる可能な効用可能性集合のクラスは $\Sigma \equiv \{S \subseteq \mathbf{R}_+^n \mid \exists e \in \mathbf{E}\}$ によって定義される。ここで **n 人交渉問題**(n -person bargaining problem)とは、クラス Σ に属する一つの効用可能性集合 $S \in \Sigma$ の事に他ならない。一つの交渉問題 $S \in \Sigma$ が凸集合である場合、それを特に**凸交渉問題**(convex bargaining problem)と呼ぶ事にする。ここでは全ての個人の効用関数は凹関数であったので、一般に交渉問題 S が凸である場合、その背景にある経済環境とは、純粹交換経済であるか、もしくは生産可能性集合が凸であるような生産経済である。交渉問題のクラス Σ の部分集合であって、その要素が凸交渉問題のみからなる集合を、**凸交渉問題のクラス**と呼び、 Σ_{co} で表す事にする。

一般に一つの**交渉解**(a bargaining solution)は一つの写像 $F: \Sigma \rightarrow \mathbf{R}_+^n$ として定義され、これは任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ に対して、 S の非空部分集合 $F(S) \subseteq S$ を割り当てるものである。ここで写像 F は一般に、多価写像でありうる。写像 F が特に、一価写像になる場合、我々は $F(S)$ でもって singleton 集合を構成する要素そのものを表す、すなわち $F(S) \in S$ であるものとして、記号を以下、使う事にする。通常、我々は交渉解を凸交渉問

¹ ここで、論理記号 “ \neg ” は “否定” を意味する。

題のクラス Σ_{co} を定義域とする一価写像 $F: \Sigma_{co} \rightarrow \mathbf{R}_+^n$ としてのみ定義するケースが多い。しかしここでは、一般に非凸交渉問題を含んだ形で、交渉問題のクラスを定義しているので、対応して、交渉解もこのより広い定義域上で定式化しておくことにする。

以下の議論でしばしば用いられる記号をここで定義しておく。任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ に関して、及び各個人 $i \in N$ に関して、 $m^i(S) \equiv \max \{ \bar{u}_i \in \mathbf{R}_+ \mid \bar{\mathbf{u}} \in S \}$ とする。同様に、任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ に関して、 $\mathbf{m}(S) \equiv (m^i(S))_{i \in N}$ とする。

個人の名前の置き換えは置換(permutation)関数 $\pi: N \rightarrow N$ で表現される。あらゆる可能な置換のクラスを Π^N で表す。表記の簡単化のため、以下、任意の効用配分 $\bar{\mathbf{u}} \in \mathbf{R}_+^n$ に対して、 $\pi(\bar{\mathbf{u}}) \equiv (\bar{u}_{\pi(i)})_{i \in N}$ とする。同様に、任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ に対して、 $\pi(S) \equiv \{ \bar{\mathbf{u}}' \in \mathbf{R}_+^n \mid \exists \bar{\mathbf{u}} \in S: \bar{\mathbf{u}}' = \pi(\bar{\mathbf{u}}) \}$ とする。

定義 2: ある交渉問題 $S \in \Sigma$ が対称的(symmetric)であるとは、あらゆる配置関数 $\pi \in \Pi$ に対して、 $S = \pi(S)$ であるとき、そのときのみである。

任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ 、及び任意の交渉解 F に関して、及び各個人 $i \in N$ に関して、 $F_i(S) \equiv \{ \bar{u}_i \in \mathbf{R}_+ \mid \exists \bar{\mathbf{u}} \in F(S): \bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_i, \bar{\mathbf{u}}_{-i}) \}$ とする。また、解 F が特に一価写像である場合には、 $F_i(S)$ は実行可能効用配分 $F(S)$ の第 i 成分を表すものとして使用する。

任意の n 次元正実数値ベクトル $\mathbf{a} = (a_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_{++}^n$ に関して、及び任意の効用配分 $\bar{\mathbf{u}} \in \mathbf{R}_+^n$ に関して、 $\mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}} \equiv (a_i \bar{u}_i)_{i \in N}$ であるとする。また、任意の交渉問題 $S \in \Sigma$ に関して、 $\mathbf{a} \cdot S \equiv \{ \bar{\mathbf{u}}' \in \mathbf{R}_+^n \mid \exists \bar{\mathbf{u}} \in S: \bar{\mathbf{u}}' = \mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}} \}$ とする。

3. 凸交渉問題のクラス上での交渉解の公理的特徴：連帯性の観点から

この節では、凸交渉問題のクラスに限定して、議論を進めよう。凸交渉問題のクラス上で定義される交渉解として、以下では一価写像として表現されるタイプの解のみを考察する。そのような解の代表例として以下の三つが存在する。

ナッシュ解 (Nash solution) F^{NA} [Nash (1950)] : 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、

$$F^{NA}(S) = \arg \max_{\bar{\mathbf{u}} \in S} \prod_{i \in N} \bar{u}_i.$$

カライ=スモロディンスキー解 (Kalai-Smorodinsky solution) F^{KS} [Kalai and Smorodinsky (1975)]: 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、 $F^{KS}(S) \in S$ は以下の性質を持つ:

(i) $\neg \exists \bar{u}' \in S$ s.t. $\bar{u}' \gg F^{KS}(S)$; (ii) ある実数 $\gamma \in (0,1]$ が存在して、 $F^{KS}(S) = \gamma \cdot \mathbf{m}(S)$.

平等主義解 (Egalitarian solution) F^E [Kalai (1977)]: 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、 $F^E(S) \in S$ は以下の性質を持つ:

(i) $\neg \exists \bar{u}' \in S$ s.t. $\bar{u}' \gg F^E(S)$; (ii) 任意の $i, j \in N$ に関して、 $F_i^E(S) = F_j^E(S)$.

これらの交渉解についてはたいへん良く知られているので、ここではその基本的含意にちての説明は繰り返さない。

以上の解を特徴付ける条件として、従来は以下のような公理体系を考えてきた。

パレート最適性(Pareto Optimality) (PO): 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、もし $\bar{u}' \succ F(S)$ ならば、 $\bar{u}' \notin S$ となるべきである。

弱パレート最適性(Weak Pareto Optimality) (WPO): 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、もし $\bar{u}' \gg F(S)$ ならば、 $\bar{u}' \notin S$ となるべきである。

対称性(Symmetry) (Sy): 任意の $S \in \Sigma_{co}$ に対して、もし S が対称的である場合、任意の $i, j \in N$ に関して、 $F_i(S) = F_j(S)$ となるべきである。

効用単位変換に関する不変性(Scale Invariance) (S.INV): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、もしある n 次元正実数値ベクトル $\mathbf{a} = (a_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_{++}^n$ が存在して $\mathbf{a} \cdot S = S'$ となるならば、そのとき $\mathbf{a} \cdot F(S) = F(S')$ となるべきである。

ナッシュ独立性(Nash Independence) (NI): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $S \subseteq S'$ かつ $F(S') \in S$ ならば、 $F(S) = F(S')$ となるべきである。

単調性(Monotonicity) (MON): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $S \subseteq S'$ ならば、 $F(S) \leq F(S')$ となるべきである。

個人単調性(Individual Monotonicity) (IMON): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ 及び任意の個人 $i \in N$ に対して、もし $S \subseteq S'$ であり、かつ個人 i を除く任意の $j \in N$ に関して $m_j(S) = m_j(S')$ ならば、 $F_i(S) \leq F_i(S')$ となるべきである。

制約付き単調性(Restricted Monotonicity) (RMON): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $S \subseteq S'$ かつ $\mathbf{m}(S) = \mathbf{m}(S')$ ならば、 $F(S) \leq F(S')$ となるべきである。

これらの公理体系については、すでにたいへん良く知られているて、既存のゲーム理論の文献上で解説されている²ので、ここではその基本的含意についての説明は繰り返さない。

以上の公理体系を用いた上記3つの交渉解の公理的特徴づけとして、以下のような基本結果が存在する:

命題 1 [Nash (1950)]: ナッシュ解 F^{NA} はパレート最適性, 対称性, 効用単位変換に関する不変性, 及びナッシュ独立性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

命題 2 [Kalai and Smorodinsky (1975)]: 今、 $n=2$ としよう。このとき、カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} はパレート最適性, 対称性, 効用単位変換に関する不変性, 及び個人単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

命題 3 [Thomson (1980)]: 今、 $n \geq 2$ としよう。このとき、カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} は弱パレート最適性, 対称性, 効用単位変換に関する不変性, 及び制約付き単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

命題 3 [Kalai (1977)]: 平等主義解 F^E は弱パレート最適性, 対称性, 及び単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

上記の3つの解の公理的特徴づけでは、それぞれの3つの解が互いにかなる性質に関して違いがあるのか今ひとつ、不明である。他方、以下ではある一つの規範的基準を導入し、3つの解をその規範的基準に基づく統一的観点から比較考証できるような公理的特徴づけを与える事にしよう。ここで考える規範的基準とは、いわゆる**連帯性(Solidarity)**の原理と言われるものである。連帯性の原理とは、交渉問題の論脈では以下のような含意を持つ。すなわち、いま何らかの経済環境の変化の結果、人々が直面する交渉問題が S から S' に変化したとしよう。その結果として、交渉の結果として獲得される各個々人の効用水

² 例えば、Thomson (1994) 等を参照せよ。

準はすべて同じ方向に変化しなければならない。すなわち $F(S)$ から $F(S')$ への変化によって、ある個人の獲得する効用水準は改善される一方、他の個人の獲得する効用水準は改悪されるというような事があってはならない。なぜならば、そうした事態は社会の中での何らかの分裂を引き起こすであろうから。社会的連帯を維持する為には、交渉問題の変化の影響を、それがプラスの影響であれマイナスの影響であれ、全員が同様に引き受けるべきである。

このような意味での連帯性を定式化した公理は、いわゆる衡平な経済的資源配分問題の論脈では実り多い研究が為されてきている。³他方、標準的交渉問題の論脈では、連帯性のアイディアに明示的に基づく、交渉解のシステマティックな研究として、Xu and Yoshihara (2007)を挙げる事が出来る。以下では、Xu and Yoshihara (2007)に依拠して、連帯性のアイディアに基づく公理体系を導入し、それらを使った 3 つの解の特徴づけについて言及したい。

連帯性の原理を体現する公理系として、Xu and Yoshihara (2007)は以下のように定式化した：

連帯性(Solidarity) (SOL): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $F(S) \ll F(S')$ 、 $F(S) \gg F(S')$ 、もしくは $F(S) = F(S')$ のうちのいずれかとなるべきである。

制約付き連帯性(Restricted Solidarity) (RSOL): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $m(S) = m(S')$ ならば、 $F(S) \ll F(S')$ 、 $F(S) \gg F(S')$ 、もしくは $F(S) = F(S')$ のうちのいずれかとなるべきである。

弱連帯性(Weak Solidarity) (WSOL): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $F(S) \leq F(S')$ 、もしくは $F(S) \geq F(S')$ となるべきである。

上記 3 つの公理のうち、**連帯性**は連帯性原理を表現するもっとも一般的な定式である。この公理が意味する事は、交渉問題の変化の結果として誰かが得をしたら全員も得をする、損をしたら全員も損をする、同じ効用水準であれば全員もそうなるべきであるというものである。**制約付き連帯性**は、交渉問題の変化がある一定の制約を満たすような形での変化であるときに、**連帯性**の要請を課すものである。この「一定の制約」とは、それぞれの個人にとっての与えられた交渉問題の中での最善な効用水準の値に関しては不変なままであるというものである。他方、**弱連帯性**は交渉問題の変化の結果として誰かが得をしたときに、他の誰かが損をしているという事態を排除する事を要請するものである。明らかに、**連帯性**は**制約付き連帯性**も**弱連帯性**もいずれも、それぞれ含意する。

以上の 3 つの連帯性公理と同様の精神を受け継ぎながらも、そのより弱い要請を

³ 例えば、Fleurbaey and Maniquet (1999) などがその一例である。

課すに過ぎない公理として、**単調性**、**制約つき単調性**を位置付ける事ができる。また、連帯性の原理を表す弱い要請の一つと位置づける事が可能な公理として、Xu and Yoshihara (2007) は以下のものを提唱した:

縮小独立性(Contraction Independence) (CI): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $S \subseteq S'$ かつ $F(S') \in S$ が S の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S')$ となるべきである。

制約付き縮小独立性(Restricted Contraction Independence) (RCI): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $\mathbf{m}(S) = \mathbf{m}(S')$ 、 $S \subseteq S'$ かつ $F(S') \in S$ が S の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S')$ となるべきである。

拡張独立性(Expansion Independence) (EI): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $S \subseteq S'$ かつ $F(S) \in S'$ が S' の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S')$ となるべきである。

制約付き拡張独立性(Restricted Expansion Independence) (REI): 任意の $S, S' \in \Sigma_{co}$ に対して、 $\mathbf{m}(S) = \mathbf{m}(S')$ 、 $S \subseteq S'$ かつ $F(S) \in S'$ が S' の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S')$ となるべきである。

縮小独立性はナッシュ独立性よりも弱い公理である。制約付き縮小独立性は縮小独立性よりも弱い公理である。同様に、制約付き拡張独立性は拡張独立性よりも弱い公理である。

縮小独立性もまた、連帯性の原理を表す弱い公理の一つと位置づける事が可能である。それは、**弱パレート最適性**を満たす交渉解を前提にすれば明瞭になる。今、交渉問題が S' から S へと縮小的に変化したとしよう。しかしながらその縮小的変化はそれほど大きなものではなく、その結果、 S' の下での交渉帰結 $F(S')$ は依然として縮小した S の下でも効率的効用配分として実行可能であるとしよう。 $F(S')$ が S の下で効率的であるという事は、 S の下で全員の効用が $F(S')$ よりも改善されるような効用配分は実行不可能であることを意味する。よって、連帯性の原理に基づけば、 $F(S) \ll F(S')$ となるかもしくは $F(S) = F(S')$ となるべき、という事になろう。しかし今、 F は**弱パレート最適性**を満たす交渉解であるから、連帯性の原理は $F(S) = F(S')$ となるべき事を要請すると考える事ができる。これが**縮小独立性**の含意である。**制約付き縮小独立性**の含意についても同様に解釈する事が可能である。

同様に、**拡張独立性**もまた、連帯性の原理を表す弱い公理の一つと位置づける事が可能である。これも、**弱パレート最適性**を満たす交渉解を前提にすれば明瞭になる。今、交渉問題が S から S' へと拡張的に変化したとしよう。しかしながらその拡張的变化はそれほど大きなものではなく、その結果、 S の下での交渉帰結 $F(S)$ は依然として拡張した S' の下でも効率的効用配分として実行可能であるとしよう。 $F(S)$ が S' の下で効率的であるとい

う事は、 S' の下で全員の効用が $F(S)$ よりも改善されるような効用配分は実行不可能であることを意味する。よって、連帯性の原理に基づけば、 $F(S) \gg F(S')$ となるかもしくは $F(S) = F(S')$ となるべき、という事になろう。しかし今、 F は弱パレート最適性を満たす交渉解であるから、連帯性の原理は $F(S) = F(S')$ となるべき事を要請すると考える事ができる。これが拡張独立性の含意である。制約付き拡張独立性の含意についても同様に解釈する事が可能である。

以上の議論より、公理間の以下の論理的関係が成立する事を確認できる：

命題 4 [Xu and Yoshihara (2007)]: 以下の論理関係が成立する：

- (i) 連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 縮小独立性 \Rightarrow 制約付き縮小独立性；
- (ii) 制約付き連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 制約付き縮小独立性；
- (iii) 弱連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 縮小独立性 \Rightarrow 制約付き縮小独立性；
- (iv) 連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 拡張独立性 \Rightarrow 制約付き拡張独立性；
- (v) 制約付き連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 制約付き拡張独立性；
- (vi) 弱連帯性 & 弱パレート最適性 \Rightarrow 拡張独立性 \Rightarrow 制約付き拡張独立性。

命題 4 の証明は容易であるので、読者のエクソサイズに委ねる。

以上の公理体系の導入によって、Xu and Yoshihara (2007) は 3 つの交渉解に関する以下のような新たな公理的特徴づけを与える事に成功した：⁴

定理 1 [Xu and Yoshihara (2007)]: ナッシュ解 F^{NA} はパレート最適性、対称性、効用単位変換に関する不変性、及び縮小独立性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

定理 2 [Xu and Yoshihara (2007)]: 平等主義解 F^E は弱パレート最適性、対称性、縮小独立性、及び拡張独立性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

定理 3 [Xu and Yoshihara (2007)]: 今、 $n \geq 2$ としよう。このとき、カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} は弱パレート最適性、対称性、効用単位変換に関する不変性、制約付き縮小独立性、及び制約付き拡張独立性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

定理 4 [Xu and Yoshihara (2007)]: 今、 $n = 2$ としよう。このとき、カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} は弱パレート最適性、対称性、効用単位変換に関する不変性、及び制約付き拡張独立性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

⁴ 以下の 4 つの公理的特徴づけのいずれに関しても、諸公理の相互独立性 (independence of axioms) を確認する事ができる。詳細は Xu and Yoshihara (2007) を参照せよ。

定理 1 の証明は、基本的に標準的なナッシュの証明方法をそのまま踏襲すればよい。他方、定理 2 の証明に関しては、新たな証明方法の開発が要請される。証明 3 と証明 4 に関しては、**効用単位変換に関する不変性**の前提の下で、基本的に証明 2 の方法を踏襲していけばよい。以上より、以下では、定理 2 の証明のスケッチを、 $n=2$ のケースに限定して幾何的に与える事にしたい。

定理 2 の証明のスケッチ: まず、**平等主義解 F^E が弱パレート最適性, 対称性, 縮小独立性, 及び拡張独立性の全てを満たす事**については、容易に確認できる。したがって、以下では**弱パレート最適性, 対称性, 縮小独立性, 及び拡張独立性の全てを満たす任意の交渉解 F が平等主義解 F^E に一致する事**を証明する。背理法の仮定として、 $F \neq F^E$ と仮定しよう。その結果、以下の図 1 で示されているように、ある交渉問題が与えられたとき、その問題の下で交渉解 F は図 1 のように、非平等主義的効用配分を指定している状況が存在する。

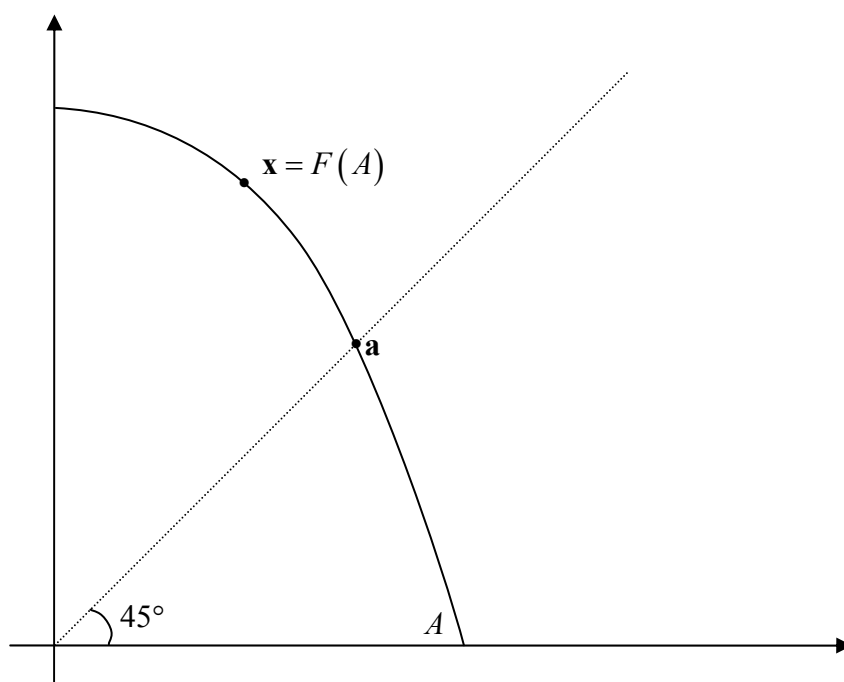


図 1

次に、図 2 で示されているように、最初の交渉問題 $A \in \Sigma_{co}$ の部分集合となるような別の交渉問題 $B \in \Sigma_{co}$ を考える。この新しい交渉問題は最初の交渉問題の解 $F(A)$ の**包括包(comprehensive hull)**として定義される。すなわち、点 $F(A)$ にベクトル不等号 \leq に関して、点 $F(A)$ に優越されるような全ての非負 2 次元実数値ベクトルからなる集合として、交渉問題 B が与えられている。図 2 より明らかに、効用配分 $F(A)$ は、交渉問題 B の下での唯一の効率的効用配分となっている。よって、縮小独立性の公理より、 $F(B) = F(A)$ となら

なければならぬ。

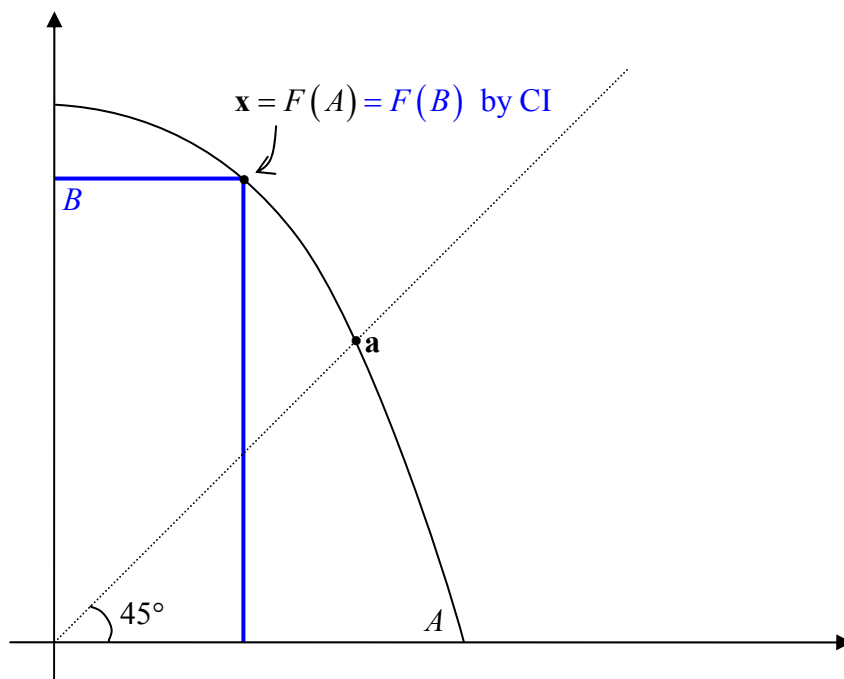


図 2

次に図 3 で示されているように、交渉問題 B の個人 1 と個人 2 の位置の置換をする事によって、新たな交渉問題 $\pi(B) \in \Sigma_{c_0}$ を考える事ができる。

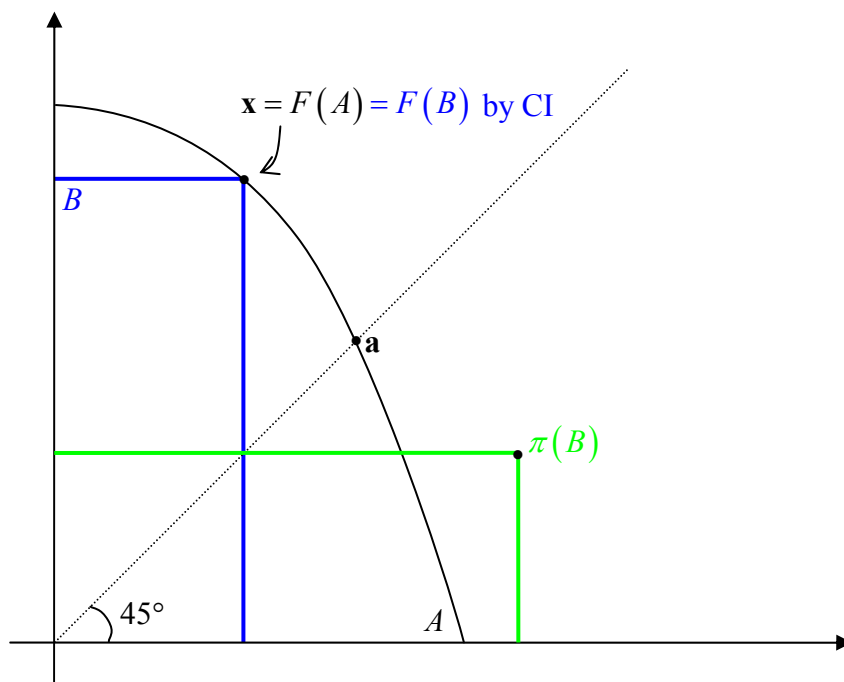


図 3

さらに交渉問題 B と交渉問題 $\pi(B)$ の和 $B \cup \pi(B)$ を取り、その凸包として定義される新たな交渉問題 $C \in \Sigma_{co}$ を、図 4 のように構築することができる。

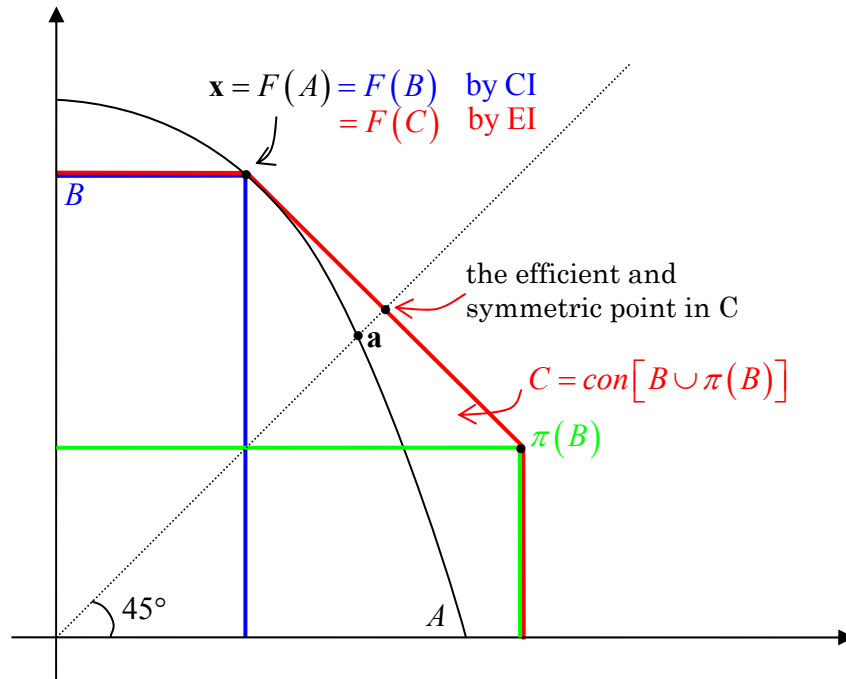


図 4

図 4 より明らかなように、新たな交渉問題 C は対称的である。よって、**対称性**の公理より、 $F(C)$ は平等主義的効用配分でなければならない。つまり点 $F(C)$ は、図の 45 度上に位置しないとイケない。他方、図 4 で示されているように、効用配分 $F(B)$ は交渉問題 C 上で効率的効用配分となっている。交渉問題 B は交渉問題 C の部分集合であるから、**拡張独立性**より、結局、 $F(C) = F(B)$ となる。これは**対称性**の公理に反するので、矛盾である。かくして、 $F = F^E$ でなければならない事が確認できるのである。 □

以上の 4 定理のうち、定理 2 と定理 3 からそれぞれ、さらに以下のような系を導く事ができる：

系 1 [Xu and Yoshihara (2007)]: 平等主義解 F^E は弱パレート最適性、対称性、及び連帯性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

系 2 [Xu and Yoshihara (2007)]: 今、 $n \geq 2$ としよう。このとき、カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} は弱パレート最適性、対称性、効用単位変換に関する不変性、及び制約付き連帯性の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

以上の4定理及び2つの系によって、良く知られた3つの交渉解の特徴に関して、新たに以下の事が明らかになった。第一に、3つの交渉解いずれも何らかの程度で、連帯性の原理を満たしている。特に、**ナッシュ解**であっても、**縮小独立性**を満たすという意味である程度の連帯性の精神を反映する解であると見なす事ができる。しかしながら、もっとも強い連帯性の公理を満たす解は**平等主義解**だけであるという意味で、3つの解の中でも**平等主義解**が、連帯性の原理に基づく限り、もっとも望ましい交渉解であると判断することも可能であろう。第二に、**ナッシュ解**と**平等主義解**との違いが明確にされた。両者の違いは**効用単位変換に関する不変性**と**拡張独立性**との代替関係として考える事ができる。すなわち、**ナッシュ解**は**効用単位変換に関する不変性**を満たすものの**拡張独立性**は満たさないのに対し、**平等主義解**はちょうどその正反対の性質を持っている。そして、**カライ=スモロディンスキー解**は、**効用単位変換に関する不変性**を満たしつつ、制約された形態での縮小及び**拡張独立性**のみを満たしているという点で、**ナッシュ解**と**平等主義解**との適度な妥協主義的産物として位置づける事が可能かもしれない。

4. 非凸交渉問題のクラス上での交渉解の公理的特徴

この節では、非凸交渉問題を含むより一般的な交渉問題のクラスに拡張して、議論を進めよう。非凸交渉問題を含むより一般的な交渉問題のクラスにおいては、前節で議論した3つの交渉解のうち、**平等主義解**と**カライ=スモロディンスキー解**に関しては、凸交渉問題のクラスからより一般的な交渉問題のクラスへの拡張は自然に定式化できる。すなわち、単に写像 F^E 及び F^{KS} の定義域を Σ_{co} から Σ に拡張させるだけであり、それ以外に変更すべき箇所はない。他方、**ナッシュ解**に関してはその凸交渉問題のクラスからの拡張の仕方は必ずしも自明ではない。実際、これまで**ナッシュ解**の非凸交渉問題を含むクラスへの拡張に関しては、様々な提唱が為されてきた。⁵ その中で、以下ではもっとも自然な拡張として解釈可能な Kaneko (1980) タイプの**ナッシュ解**について議論する事にしたい。それは以下のように定義される:

ナッシュ解 (Nash solution) F^{NA} [Kaneko (1980)] : 任意の $S \in \Sigma$ に対して、

$$F^{NA}(S) = \{ \bar{u} \in S \mid \forall \bar{u}' \in S : \prod_{i \in N} \bar{u}_i \geq \prod_{i \in N} \bar{u}'_i \}.$$

非凸交渉問題を含むより一般的な交渉問題のクラスにおける**ナッシュ解**、**平等主義解**、及び**カライ=スモロディンスキー解**以上3つの解に関する公理的特徴づけを行った包括的な最新文献として、Xu and Yoshihara (2006)を挙げる事が出来る。以下では Xu and Yoshihara (2006)に依拠して、議論を進めることにする。

⁵ 例えば、Kaneko (1980), Herrelo (1989), Conley and Wilkie (1996)などが主な例である。

非凸交渉問題を含むより一般的な交渉問題のクラスにおける公理体系として、Xu and Yoshihara (2006)は以下のような公理体系を提唱した。

パレート最適性(Pareto Optimality) (PO): 任意の $S \in \Sigma$ に対して、及び任意の $\mathbf{u} \in F(S)$ に対して、もし任意の $\bar{\mathbf{u}}' \in \mathbf{R}_+^n$ に関して $\mathbf{u}' \geq \mathbf{u}$ かつ $\mathbf{u}' \neq \mathbf{u}$ ならば、 $\bar{\mathbf{u}}' \notin S$ となるべきである。

弱パレート最適性(Weak Pareto Optimality) (WPO): 任意の $S \in \Sigma$ に対して、及び任意の $\mathbf{u} \in F(S)$ に対して、もし任意の $\bar{\mathbf{u}}' \in \mathbf{R}_+^n$ に関して $\mathbf{u}' \gg \mathbf{u}$ ならば、 $\bar{\mathbf{u}}' \notin S$ となるべきである。

対称性(Symmetry) (Sy): 任意の $S \in \Sigma$ に対して、もし S が対称的である場合、

$$\mathbf{u} \in F(S) \Rightarrow \pi(\mathbf{u}) \in F(S) \quad (\forall \pi \in \Pi^N).$$

強対称性(Strong Symmetry) (SS): 任意の $S \in \Sigma$ に対して、もし S が対称的である場合、

$$\mathbf{u} \in F(S) \Rightarrow \bar{u}_i = \bar{u}_j \quad (\forall i, j \in N).$$

効用単位変換に関する不変性(Scale Invariance) (S.INV): 任意の $S, S' \in \Sigma$ に対して、もしある n 次元正実数値ベクトル $\mathbf{a} = (a_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_{++}^n$ が存在して $\mathbf{a} \cdot S = S'$ となるならば、

$$F(S') = \{ \mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}} \in S' \mid \bar{\mathbf{u}} \in F(S) \}.$$

縮小独立性(Contraction Independence) (CI):⁶ 任意の $S, S' \in \Sigma$ に対して、 $S \subseteq S'$ 、 $F(S') \cap S \neq \emptyset$ 、及び任意の $\bar{\mathbf{u}} \in F(S') \cap S$ が S の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S') \cap S$ となるべきである。

制約された縮小独立性(Restricted Contraction Independence) (RCI):⁷ 任意の $S, S' \in \Sigma$ に対して、 $\mathbf{m}(S) = \mathbf{m}(S')$ 、 $S \subseteq S'$ 、 $F(S') \cap S \neq \emptyset$ 、及び任意の $\bar{\mathbf{u}} \in F(S') \cap S$ が S の下での効率的効用配分ならば、 $F(S) = F(S') \cap S$ となるべきである。

これらの公理の含意については、基本的に前節の凸交渉問題のクラスで定義した公理のそれぞれと同じである。しかしいくつか、指摘しておくべき事がある。第一に、非凸交渉問

⁶ ここでのこの公理の定式は、Xu and Yoshihara (2006)での定式より弱い公理として与えられている。

⁷ ここでのこの公理の定式は、Xu and Yoshihara (2006)での定式より弱い公理として与えられている。

題を含む一般的な交渉問題のクラスにおける**効用単位変換に関する不変性**の正当性についてである。この公理の正当性の理由として、通常はナッシュ自身が想定したような、非協力ゲームの設定の下での期待効用関数の前提が指摘される。その場合、交渉問題が非凸であるという状況と整合しないように思われる。しかし、この論文での設定のように、一般に交渉問題を実行可能な資源配分の集合から導かれるものと解釈する場合には、交渉問題が非凸であるという想定と**効用単位変換に関する不変性**とは必ずしも矛盾しない。我々は人々の効用水準を期待効用値と仮定する必要はなく、しかしながら彼らの効用は基数的に測定可能であると想定する事が可能である。他方、交渉問題の非凸性自体は、背景にある生産経済において生産可能性集合が非凸であるようなケースであれば、人々の効用が基数的に測定可能であっても、直ちに生じるであろう。

第二に指摘しておくべき事は、非凸交渉問題を含む一般的な交渉問題のクラスにおいては、二つのタイプの**衡平性基準**が考えられると言う点である。一つは、**対称性**である。この公理は実質的には弱い意味での匿名性(Anonymity)基準の一定式化と言ってもよい。通常の意味での匿名性基準とは、任意に与えられた一つの置換 $\pi \in \Pi^N$ に関して、 $S' = \pi(S)$ のとき、 $\mathbf{u} \in F(S) \Rightarrow \pi(\mathbf{u}) \in F(S')$ となる事を要請するものであろうからだ。もう一つは、**対称性**を強めた**強対称性**である。この公理は凸交渉問題のクラスにおける対称性公理の精神を最も良く体现していると言える。**強対称性**が含意するより強い性質は以下の点に表れる。すなわち、もし交渉解が**弱パレート最適性**と**強対称性**の両方を満たすような場合には、この解は**対称的な交渉問題のクラス上において一価写像になる**という事である。かくして、一般に**対称的な交渉問題のクラス上において多価写像として表現される**ような解であって、**弱パレート最適性**を満たすような交渉解は、**強対称性**を満たさない。**弱パレート最適性**を満たすような多価写像は潜在的に非常に多く存在するから、この事は非凸交渉問題を含む一般的な交渉問題のクラスにおける**効率性基準**と**衡平性基準**の代替的関係の潜在を意味するのである。

以上の公理体系の導入によって、Xu and Yoshihara (2006)は3つの交渉解に関する以下のような公理的特徴づけを与えた:

定理 5 [Xu and Yoshihara (2006)]: ナッシュ解 F^{NA} は**パレート最適性**, **対称性**, **効用単位変換に関する不変性**, 及び**縮小独立性**の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

定理 6 [Xu and Yoshihara (2006)]: 平等主義解 F^E は**弱パレート最適性**, **強対称性**, 及び**縮小独立性**の全てを同時に満たす唯一の交渉解である。

定理 7 [Xu and Yoshihara (2006)]: カライ=スモロディンスキー解 F^{KS} は**弱パレート最適性**, **強対称性**, **効用単位変換に関する不変性**, 及び**制約付き縮小独立性**の全てを同時に満たす

唯一の交渉解である。

証明の詳細に関しては Xu and Yoshihara (2006)を参照の事。以下では、定理 5 の証明のスケッチを $n=2$ のケースに限定して幾何的に与える事にしたい。

定理 5 の証明のスケッチ: まず、ナッシュ解 F^{NA} がパレート最適性、対称性、縮小独立性、及び効用単位変換に関する不変性の全てを満たす事については、容易に確認できる。したがって、以下ではパレート最適性、対称性、縮小独立性、及び効用単位変換に関する不変性の全てを満たす任意の交渉解 F がナッシュ解 F^{NA} に一致する事を証明する。背理法の仮定として、 $F \neq F^{NA}$ と仮定しよう。その結果、以下の図 5 で示されているように、ある交渉問題が与えられたとき、その問題の下で交渉解 F は図 5 のように、非ナッシュ最適効用配分を指定している状況が存在する。

[ここら辺に図 5 を挿入]

つまり、 $\bar{\mathbf{u}} \in F(S)$ であるが、このとき別の効用配分 $\bar{\mathbf{u}}' \in S$ が存在して、 $\prod_{i \in N} \bar{u}'_i > \prod_{i \in N} \bar{u}_i$ となる。

今、新しい交渉問題を二つの効用配分からなる集合 $\{\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}'\}$ の包括包(comprehensive hull)として定義する。すなわち、 $S' \equiv \text{comp}\{\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}'\}$ である。交渉問題 S' は図 6 のように描かれる。

[ここら辺に図 6 を挿入]

すると交渉解 F がパレート最適性と縮小独立性を満たす事から、 $\{\bar{\mathbf{u}}\} = F(S')$ 。ここで

$\prod_{i \in N} \bar{u}'_i > \prod_{i \in N} \bar{u}_i$ である事から、適当な正のベクトル $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbf{R}_{++}^n$ を取って、 $\prod_{i \in N} (\bar{u}_i + \varepsilon_i) = \prod_{i \in N} \bar{u}'_i$ とでき

る。今、 $\bar{\mathbf{u}}'' \equiv \bar{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\varepsilon}$ とおいて、さらに新たな交渉問題として $S'' \equiv \text{comp}\{\bar{\mathbf{u}}'', \bar{\mathbf{u}}'\}$ を定義する。

交渉問題 S'' は図 7 のように描かれる。

[ここら辺に図 7 を挿入]

正のベクトル $\mathbf{a} \in \mathbf{R}_{++}^n$ を適当に選ぶ事で、我々はある置換 $\pi^0 \in \Pi^N$ の下で、 $\mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}}' = \pi^0(\mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}})$

となるように出来る。ここで新たな交渉問題を $S^* \equiv \text{comp}\{\mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}}'', \mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}}'\}$ として定義する。この

交渉問題 S^* はその定義より、 $n=2$ のケースでは対称的となり、図 8 のように描かれる。

[ここら辺に図 8 を挿入]

ここで交渉解 F がパレート最適性と対称性を満たす事から、 $F(S^*) = \{\mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}}'', \mathbf{a} \cdot \bar{\mathbf{u}}'\}$ となる。

すると効用単位変換に関する不変性より、図 9 のように $F(S'') = \{\bar{\mathbf{u}}'', \bar{\mathbf{u}}'\}$ となる。

[ここら辺に図 9 を挿入]

最後に、縮小独立性より、図 10 のように $F(S') = \{\bar{\mathbf{u}}'\}$ となる。

[ここら辺に図 10 を挿入]

ところで、 $\{\bar{\mathbf{u}}\} = F(S')$ であったから、これは矛盾である。この結果、 F は少なくとも F^{NA} の部分解(subsolution)であることが確認された。

類似の方法で、 $\bar{\mathbf{u}}' \in F^{NA}(S) \setminus F(S)$ が存在する可能性はない事についても証明できる。なぜならば、 F は F^{NA} の部分解であるから、 $\prod_{i \in N} \bar{u}_i' = \prod_{i \in N} \bar{u}_i'$ となるような $\bar{\mathbf{u}}'' \in F(S)$ が必ず存在するからである。後は、上記の図7以降のプロセスを繰り返せば、証明できる。
□

これらの公理的特徴づけから、我々は以下の含意を導き出す事ができる。第一に、凸交渉問題のクラスの範囲内では、**ナッシュ解**と**平等主義解**の本質的な性質の違いが連帯性原理に関する性能の違いとして説明できた。しかし定理5と定理6より、非凸交渉問題を含む一般的なクラスの下では、連帯性原理に関する両者の性能の違いは、本質的な違いとしては現れてこない。むしろ両者の本質的な性能の違いは、**非凸交渉問題における効率性と衡平性のトレード・オフ的性質**に関係するものとして理解できる。すなわち、**ナッシュ解**は強い意味での**パレート最適性**を満たすが弱い意味での**対称性公理**しか満たさない。対して、**平等主義解**は**弱パレート最適性**を満たすだけであるが、**強対称性**の公理をも満たす。

他方、**カライ=スモロディンスキー解**と**平等主義解**の本質的な性能の違いは、連帯性原理と**効用単位変換に関する不変性**とのトレード・オフ的性質に関係するものとして理解できる。すなわち定理6と定理7の比較より、**カライ=スモロディンスキー解**は**効用単位変換に関する不変性**を満たすものの、より制約された連帯性原理を満たすのみである。他方、**平等主義解**は**効用単位変換に関する不変性**を満たさないものの、より強い意味での連帯性原理の性質を持つ事が確認できる。しかし、ナッシュ解との比較においては、**カライ=スモロディンスキー解**と**平等主義解**のいずれも、**弱パレート最適性**を満たすだけであるが、**強対称性**の公理をも満たすという点で、共通の性能を有していると言える。

最後に、**ナッシュ解**と**カライ=スモロディンスキー解**との本質的な性能の違いは以下のように整理できる。**ナッシュ解**が強い意味での**効率性**と**連帯性**の性質を有すものの弱い意味での**衡平性(対称性)**しか有さないのに対し、**カライ=スモロディンスキー解**は弱い意味での**効率性**と**連帯性**の性質しか有さないものの、強い意味での**衡平性(強対称性)**を有することが確認できる。

以上、3つの解の間のこうした性能格差の特徴は、非凸交渉問題を含むより広い問題のクラスを定義域とする事によって、明示化することができたと言えよう。凸交渉問題の範囲内で考察したときの3つの解の性能格差の特徴とは、明らかに違った性格を有しているという判断に対して、おそらく誰も異存はないであろう。

5. 経済環境における交渉解の公理的特徴

前節までの議論では、効率性、衡平性、及び連帯性の3つの観点から、伝統的な3つの交渉解の性能比較を議論してきた。ところで、**効用単位変換に関する不変性**の解釈に関しては、標準的な厚生主義的交渉問題のフレームワークで捉える限り、それは単に人々の享受する効用水準を測定する単位の違いによって交渉の結果が影響されるべきではないという、技術的な要請として考えるのが通常であり、そこに特定の規範的基準を読み取る事は困難である。しかしながら、交渉問題のフレームワークのプリミティブなデータを効用可能性集合 S ではなく、その背景にある具体的な経済環境 e である場合には、**効用単位変換に関する不変性**の公理はロナルド・ドゥウォーキン流の「資源の平等」(Equality of resources)論(Dworkin (1981a, 2000))の観点からの規範的一基準として解釈する事が可能になるのである。すなわち、ドゥウォーキン流の「資源の平等」論は、熟慮を伴って個人が判断した上で形成した選好の結果には、社会による制度的な補償は必要ないという意味での**責任 (responsibility)の原理**と、**補償(compensation)の原理**によって特徴付ける事ができる。「補償の原理」とは、個人の責任性を問う事が可能な選好等の相違という要因に還元できない諸現象に関しては、社会的補償の対象とすべき事を主張する。フロウベイ=マニクエ(Fleurbaey and Maniquet (1999))は、個人の選好が単に序数的意味合いしか持たないという想定の下での経済的資源配分問題の論脈で、連帯性の原理を「補償の原理」と関係付けて解釈した。他方、交渉問題のように個人の選好が基数の意味合いを持つと想定される下での経済的資源配分問題においては、連帯性の原理を「補償の原理」の解釈で正当化すると共に、「責任の原理」を**効用強度に対する独立性(Independence of utility intensity)**公理として定式化する事が可能である (Yoshihara (2003, 2006))。以下では Yoshihara (2003, 2006)に依拠しつつ、簡単な生産経済のモデル上で、上記の点について論じる事にしたい。

ここで考える経済環境は以下の様なものである。生産技術を全員で共有し、各個人が労働を提供する事で協同である財を産出する生産経済を考える。この社会で共有される生産技術は生産関数

$$f: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+ \text{ 但し、} \forall x \in \mathbf{R}_+, f(x) = y$$

で表され、この f は連続かつ単調増加な凹関数であるとする。ここで x は総労働供給量を表している。この社会における個人の全体集合は N である。各個人の共通の消費空間は $Z \equiv [0, \bar{x}] \times \mathbf{R}_+$ であり、各個人 $i \in N$ の消費ベクトルは一般に $z_i = (x_i, y_i)$ で表される。ここで x_i は i の労働供給時間を表し、 y_i は彼の産出財の消費量を表す。 \bar{x} は全ての個人に共通な労働時間の上限を表す。この消費空間上で定義される効用関数 $u_i: Z \rightarrow \mathbf{R}_+$ は前節と同様に、連続・単調 (x_i に関して単調非増加、 y_i に関して単調非減少)な凹関数であり、かつ $u_i(0,0) = u_i(0,\bar{x}) = 0$ である。そのような効用関数のクラスを $\mathbf{U}^{(2)}$ で表す。また、この生産

経済における一つの労働スキルのプロファイルを $\mathbf{s} \equiv (s_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_+^n$ で記述する事にする。こ

ここで、個人 i の労働スキル s_i は、効率単位で測った彼の単位時間当たり労働量を意味する。かくして、一つの経済環境は $e \equiv \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle$ として定義され、その許容なクラスを \mathbf{E} で表す事にする。また、前節の議論と同様に、経済環境 $e \in \mathbf{E}$ に対応して効用可能性集合 $S(e)$ を導く事が出来る。各集合 $S(e)$ は非空で、原点 $\mathbf{0} \in \mathbf{R}_+^n$ を含む、凸かつ包括的なコンパクト集合となる。以下では、許容な環境のクラス \mathbf{E} に属する全ての生産経済 e において、その対応する効用可能性集合 $S(e)$ は**強包括的**(strictly comprehensive)となるようなものに制約されている、と仮定する。ここで、 $S(e)$ が強包括的になるとは、その上境界集合 $\partial S(e)$ が**効率的効用配分の集合**と一致する事を意味する。

ある経済環境 $e \equiv \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle \in \mathbf{E}$ の下での実行可能配分は消費ベクトルの組み合わせ $\mathbf{z} \equiv (z_i)_{i \in N} = (x_i, y_i)_{i \in N} \in Z^n$ であって、 $\sum_{i \in N} y_i \leq f \left(\sum_{i \in N} s_i x_i \right)$ を満たすものである。環境 e の下での実行可能配分の集合を $A(e)$ で記す事にする。また、**資源配分ルール**(allocation rule)は対応 $\varphi: \mathbf{E} \rightarrow Z^n$ であって、これは各経済環境 $e \in \mathbf{E}$ に対して、実行可能配分の非空部分集合 $\varphi(e) \subseteq A(e)$ を割り当てるものである。以下で考察する配分ルールは次のような性質を持つものとしよう:

本質的一価性 (Essential single-valuedness): 任意の $e \in \mathbf{E}$ において、もし $\mathbf{z}, \mathbf{z}' \in \varphi(e)$ であるならば、 $u_i(z_i) = u_i(z'_i) \quad (\forall i \in N)$.

全対応 (Full correspondence): 任意の $e \in \mathbf{E}$ 及び任意の $\mathbf{z}, \mathbf{z}' \in A(e)$ において、もし $\mathbf{z} \in \varphi(e)$ かつ $u_i(z_i) = u_i(z'_i) \quad (\forall i \in N)$ であるならば、 $\mathbf{z}' \in \varphi(e)$.

厚生主義 (Welfarism): 任意の $e, e' \in \mathbf{E}$ において、もし $S(e) = S(e')$ ならば、そのとき $\mu_\varphi(e) = \mu_\varphi(e')$, 但し $\mu_\varphi(e) \equiv (u_i(\varphi(e)))_{i \in N}$.

以上の 3 つの条件を満たすような配分ルール φ を**交渉的配分ルール**(bargaining allocation rule)と呼ぶ事にする。

任意の交渉的配分ルール φ に対して、ある適当な交渉解 $F: \Sigma_{co} \rightarrow \mathbf{R}_+^n$ が存在して、任意の $e \in \mathbf{E}$ に関して、 $\mu_\varphi(e) = F(S(e))$ となる時、**交渉的配分ルール** φ は**交渉解** F を生成するという。**ナッシュ交渉解**を生成する交渉的配分ルールを φ^{NA} で表し、**ナッシュ配分ルール**(Nash allocation rule)と呼ぶ。同様に、**カライ=スモロディンスキー交渉解**を生成する交渉的配分ルールを φ^{KS} で表し、**カライ=スモロディンスキー配分ルール**(Kalai-Smorodinsky allocation rule)と、また、**平等主義交渉解**を生成する交渉的配分

ルールを φ^E で表し、**平等主義的配分ルール(Egalitarian allocation rule)**と呼ぶ。以下ではこれらの交渉的配分ルールの公理的特徴について考察する。

交渉的配分ルールの公理体系として、以下のものを考察する：

パレート効率性 (Pareto Efficiency) (PE): 任意の $e \in \mathbf{E}$ において、 $\varphi(e) \subseteq P(e)$.

等しい者の等しい取り扱い(Equal Treatment of Equals) (ETE): 任意の

$e = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle \in \mathbf{E}$ において、もし $u_i = u_j$ かつ $s_i = s_j$ ($\forall i, j \in N$) ならば、そのとき

$$u_i(\varphi(e)) = u_j(\varphi(e)) \quad (\forall i, j \in N).$$

スキル単調性 (Skill Monotonicity) (SM): 任意の $e = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle, e' = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}'; f \rangle \in \mathbf{E}$ に関して、もし $\mathbf{s} \leq \mathbf{s}'$ であるならば、 $\mu_\varphi(e) \leq \mu_\varphi(e')$ である。

α -弱スキル単調性 (α -Weak Skill Monotonicity) (α -WSM): 任意の $e = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle, e' = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}'; f \rangle \in \mathbf{E}$ に関して、もし $\mathbf{s} \leq \mathbf{s}'$ でありかつ、任意の $\mathbf{z}' \in \varphi(e')$ に関して $\mathbf{z}' \in P(e)$ であるならば、 $\mu_\varphi(e) \leq \mu_\varphi(e')$ である。

β -弱スキル単調性 (β -Weak Skill Monotonicity) (β -WSM): 任意の $e = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle, e' = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}'; f \rangle \in \mathbf{E}$ に関して、もし $\mathbf{s} \leq \mathbf{s}'$ でありかつ、 $\mathbf{m}(S(e)) = \mathbf{m}(S(e'))$ であるならば、 $\mu_\varphi(e) \leq \mu_\varphi(e')$ である。

以上の公理のうち、明らかに**スキル単調性**、 **α -弱スキル単調性**、及び **β -弱スキル単調性**の3公理が**連帯性原理**を表すものである。なぜならば、2節で論じた**連帯性**の公理系はこれらの3つの公理を満たす事を確認できるからである。同時に、この3つはドゥウオーキン流の「資源の平等」論における「補償の原理」の精神を反映する公理である。なぜならば、ドゥウオーキン流の「資源の平等」論において、人々の労働スキルの相違は内的資源の格差を意味し、こうした格差に関して個々人の責任性を問う事は出来ないと判断されるのである。したがって、各個人の労働スキル賦存量が増加もしくは不変という方向で変化した場合、その変化によって仮に市場的競争の結果において損をする人々が出てきたとしても、最終的には何らかの社会的補償によって、全員の効用が以

前に比べて悪化する事のないような状況にまで再分配が為されるべき事を要請するのが、スキル単調性の公理系である。

次に、効用強度に対する独立性基準を定式化する。任意の効用関数 $u \in \mathbf{U}^{(2)}$ に対して、ある消費空間上の非空部分集合 $B(u) \subseteq Z$ であって、任意の $z, z' \in B(u)$ に関して $u(z) = u(z') = b^u$ となるようなものが必ず一つ存在している。この $B(u)$ を効用関数 u の

基底消費集合 (base consumption set for u) と呼ぶ。また、効用関数 u の基底消費集合上の消費ベクトルによって与えられる効用水準 b^u を効用関数 u に対応する**効用単位 (utility unit)**である。すなわち、実数値 b^u でもって、効用水準 1 を意味する。このような効用単位がどのようにして定まるかについては、ここでは特定化の議論を行う必要がないが、とにかく各個人の効用水準を測定する為の何らかの効用単位が存在するはずであり、それは同時に対応する効用関数の基底消費集合を特定化する事を意味する。一般に、一つの選好順序を表現する効用関数が増えると、それと共に効用単位もまた変更されるかもしれないが、そのときには基底消費集合自体は不変である事が予想される。すなわち、同一の選好順序を表現する任意の二つの効用関数 $u, u' \in \mathbf{U}^{(2)}$ に関して、

$B(u) = B(u')$ であり、かつ $b^u \neq b^{u'}$ であれば、一つの選好順序の効用関数による表現が u

から u' に変化するに応じて、効用単位も b^u から $b^{u'}$ に変化したと言明する事ができる。他方、 $B(u) \neq B(u')$ である場合には一般に、そのような解釈は出来ないだろう。

ここで特に、ある正の実数 $\lambda > 0$ に関して $u' = \lambda u$ という関係が成立するとしよう。このとき $B(u) = B(u')$ であるにも拘らず、 $b^u \neq b^{u'}$ であるならば、これは一つの選好順序の効用関数による表現が、単に効用単位の変更によって、 u から u' に変化した状況を意味する。この場合には実際の経済環境上には何らかの変化は生じていないと言える。

他方、 $B(u) \cap B(u') = \emptyset$ であるにも拘らず、 $b^u = b^{u'}$ である場合は、何を意味するのであるか？この場合は、 $b^u = b^{u'}$ である故に効用単位は変更していない。にも拘らず $B(u) \cap B(u') = \emptyset$ であるという事は、1 単位の効用水準を獲得するのに必要な消費財ベクトルが変わったと言う事であり、今、 u も u' も同じ選好順序を表現しているのであるから、この事態は 1 単位の効用水準を獲得するのにより多くの消費財が必要になったかもしくはより少ない消費財で十分になったのかのいずれかを意味する。つまりこの場合の u から u' に変化した状況は、序数的な選好順序は不変であるが、効用の強度が変化した事態を意味しているのである。

以上の議論より、以下の公理を導入する事が出来る：

効用強度に対する独立性 (Independence of utility intensity): 任意の $e = \langle N; Z; \mathbf{u}; \mathbf{s}; f \rangle$,

$e' = \langle N; Z; u'; s; f \rangle \in E$ に関して、 $\mathbf{b}^u = \mathbf{b}^{u'}$ でありかつ、もしある n 次元正実数値ベクトル

$\mathbf{a} = (a_i)_{i \in N} \in \mathbf{R}_{++}^n$ が存在して $\mathbf{a} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}'$ となるならば、 $\varphi(e) = \varphi(e')$ 。

明らかに、二節で論じた効用単位変換に関する不変性はこの公理を論理的に含意する。しかし効用単位変換に関する不変性は何らかの規範的基準を表す公理とは解釈されなかったが、効用強度に対する独立性は明らかに、ドゥウォーキン流の「資源の平等」論における「責任の原理」の精神を反映する公理として解釈可能である。効用強度の変化というのは、例えば個人が高価な嗜好(**expensive taste**) (Dworkin (1981)) を発展させた場合の現象であり、そうした事態に対して、社会は介入的に補償的再分配を実行する必要がないと「責任の原理」は考えるのであるが、 $\varphi(e) = \varphi(e')$ という要請はまさにそうした精神を表すものであると言えよう。

以上の公理体系を用いて得られた交渉的配分ルールの特徴づけの結果は以下の定理によって表される:

定理 8 [Yoshihara (2003)]: 平等主義配分ルール φ^E はパレート効率性, 等しいものへの等しい取り扱い, 効用単位変換に関する不変性, 及びスキル単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉的配分ルールである。

定理 9 [Yoshihara (2006)]: ナッシュ配分ルール φ^{NA} はパレート最適性, 等しいものへの等しい取り扱い, 効用単位変換に関する不変性, 及び α -弱スキル単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉的配分ルールである。

定理 10 [Yoshihara (2006)]: カライ=スモロディンスキー配分ルール φ^{KS} はパレート最適性, 等しいものへの等しい取り扱い, 効用単位変換に関する不変性, 及び β -弱スキル単調性の全てを同時に満たす唯一の交渉的配分ルールである。

上記の公理的特徴づけの結果は、標準的な交渉問題のフレームワークの下での考察では見えて来なかった交渉解についての新たな知見を与えてくれる。すなわち、ドゥウォーキン流の「資源の平等」論における「責任の原理」と「補償の原理」の観点からの 3 つの交渉解の比較考証である。前節までの標準的な交渉問題のフレームワークの下では、我々は連帯性原理の観点から 3 つの交渉解を比較考証してきたのであり、その場合には**平等主義解**が基本的に最も優れた性能を持つと理解する事が可能であった。しかし、経済環境における配分ルールとして交渉解を明示的に再定式して、「責任の原理」と「補償の原理」の観点からの 3 つの交渉的配分ルールの比較考証をするや、**平等主義配分ルール**はむしろ「補償の

原理」に偏り過ぎていて、「責任の原理」の精神を反映していないと言う意味で、必ずしも最善の解とは言えない。他方、ナッシュ配分ルールは「責任の原理」を満たしつつ、弱められた要請とはいえ十分に説得的な「補償の原理」に基づく公理をも満たすと言う意味で、ドゥウォーキン流の「資源の平等」論の観点からは最も望ましい解として理解され得るかもしれないのである。

6. 結びに代えて

以上、標準的な交渉ゲームの協力解として著名な3つの交渉解(ナッシュ解、クライ=スモロディンスキー解、平等主義解)に焦点を絞って、これらの3つの解の性能を、分配的正義の観点からの公理体系によって、比較考証してきた。分配的正義の観点として、本稿では、いわゆる最小限の衡平性原理としての対称性基準(等しき者の等しき取り扱い)と、連帯性原理の基準を表す様々な公理を取り上げてきた。また、経済環境における明示的な資源配分ルールとして交渉解を解釈した場合、いわゆるドゥウォーキン流の「責任の原理」と「補償の原理」を定式化した公理体系に基づいて、3つの解の比較考証を行った。興味深い点は、3つの交渉解の主要な性能の違いを特徴付ける公理間の代替的關係は、考察する交渉問題のクラスに依存して変わりうるという点である。また、伝統的な厚生主義的交渉問題の枠組みの中で、分配的正義の基準を対称性原理と連帯性原理の二つの観点から考える限り、平等主義解が最も望ましいと言えるかもしれないが、経済環境の下での資源配分ルールとして明示的に考えて、対称性原理と「責任の原理」及び「補償の原理」の3つの観点で分配的正義を考察するならば、平等主義解は「責任の原理」を満たしていないという点で必ずしもベストではなく、むしろナッシュ解がもっとも望ましいと言えるように思われる。

以上で考察してきた公理的分析は、しかしながら依然として、解の良し悪しの判断を、それが人々にもたらす主観的効用の配分の良し悪しの評価に基づいて行うという点で、広い意味での厚生主義的帰結主義の立場に基づいている。他方、交渉問題の解決の結果をそれがもたらす個々人の効用水準を情報的基礎として評価するのではなく、むしろそれが人々にどれだけの人生選択のための豊富な機会を保証するののかという観点から評価する事も十分に理に適っているだろう。そうしたアプローチは、非厚生主義的帰結主義の立場に基づく交渉解の評価として位置づける事が可能である。そのような研究として、本稿では紙数の都合上、詳細な紹介は捨象するが、Xu and Yoshihara (2006a)が存在する。

参考文献

Conley, J. and S. Wilkie (1996): "An extension of the Nash bargaining solution to nonconvex problems," *Games and Economic Behavior* **13**, 26-38.

Dworkin, R. (1981): "What is Equality? Part 1: Equality of Welfare," *Philosophy &*

Public Affairs **10**, pp. 185-246.

Dworkin, R. (1981a): "What is Equality? Part 2: Equality of Resources," *Philosophy & Public Affairs* **10**, pp. 283-345.

Dworkin, R. (2000): *Sovereign Virtue*, Harvard University Press: Cambridge.

Fleurbaey, M. and Maniquet, F. (1999): "Fair Allocation with Unequal Production Skills: the Solidarity Approach to Compensation," *Social Choice and Welfare* **16**, 569-584.

Herrero, M. J. (1989): "The Nash program: non-convex bargaining problems," *Journal of Economic Theory* **49**, 266-277.

Kalai, E. (1977): "Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons," *Econometrica* **45**, 1623-1630.

Kalai, E., and M. Smorodinsky (1975): "Other Solutions to Nash's Bargaining Problem," *Econometrica* **43**, 513-518.

Kaneko, M. (1980): "An extension of the Nash bargaining problem and the Nash social welfare function," *Theory and Decision* **12**, 135-148.

Nash, J. F. (1950): "The bargaining problem," *Econometrica* **18**, 155-162.

Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1986): "Equality of Resource Implies Equality of Welfare," *Quarterly Journal of Economics* **101**, 751-784.

Roemer, J. E. (1994): *Egalitarian Perspectives: Essays in Philosophical Economics*. Cambridge Univ. Press: Cambridge.

Roemer, J. E. (1996): *Theories of Distributive Justice*. Harvard Univ. Press: Cambridge.

Thomson, W. (1980): "Two Characterizations of the Raiffa Solution," *Economics Letters*

6, 225-231.

Thomson, W. (1994): "Cooperative Models of Bargaining," in *Handbook of Game Theory with Economic Application*, Aumann, R. J. and S. Hart (eds.), Elsevier.

Xu, Y., and N. Yoshihara (2006): "Alternative Characterizations of Three Bargaining Solutions for Nonconvex Problems," *Games and Economic Behavior* **57**, 86-92.

Xu, Y., and N. Yoshihara (2006a): "Axiomatic Bargaining Theory on Opportunity Assignments," IER Discussion Paper No. 473, The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Xu, Y., and N. Yoshihara (2007): "The Behavior of Solutions to Bargaining Problems on the Basis of Solidarity," IER Discussion Paper No. 474, The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, forthcoming in *Japanese Economic Review*.

Yoshihara, N. (2003): "Characterizations of Bargaining Solutions in Production Economies with Unequal Skills," *Journal of Economic Theory* **108**, 256-285.

Yoshihara, N. (2006): "Solidarity and Cooperative Bargaining Solutions," in A. Wieczorek, M. Malawski, and A. Wiszniewska-Matyszek, eds., *Game Theory and Mathematical Economics*, Banach Center Publications **70**, Warszawa, 317-330.

$$\bar{u} \in F(S)$$

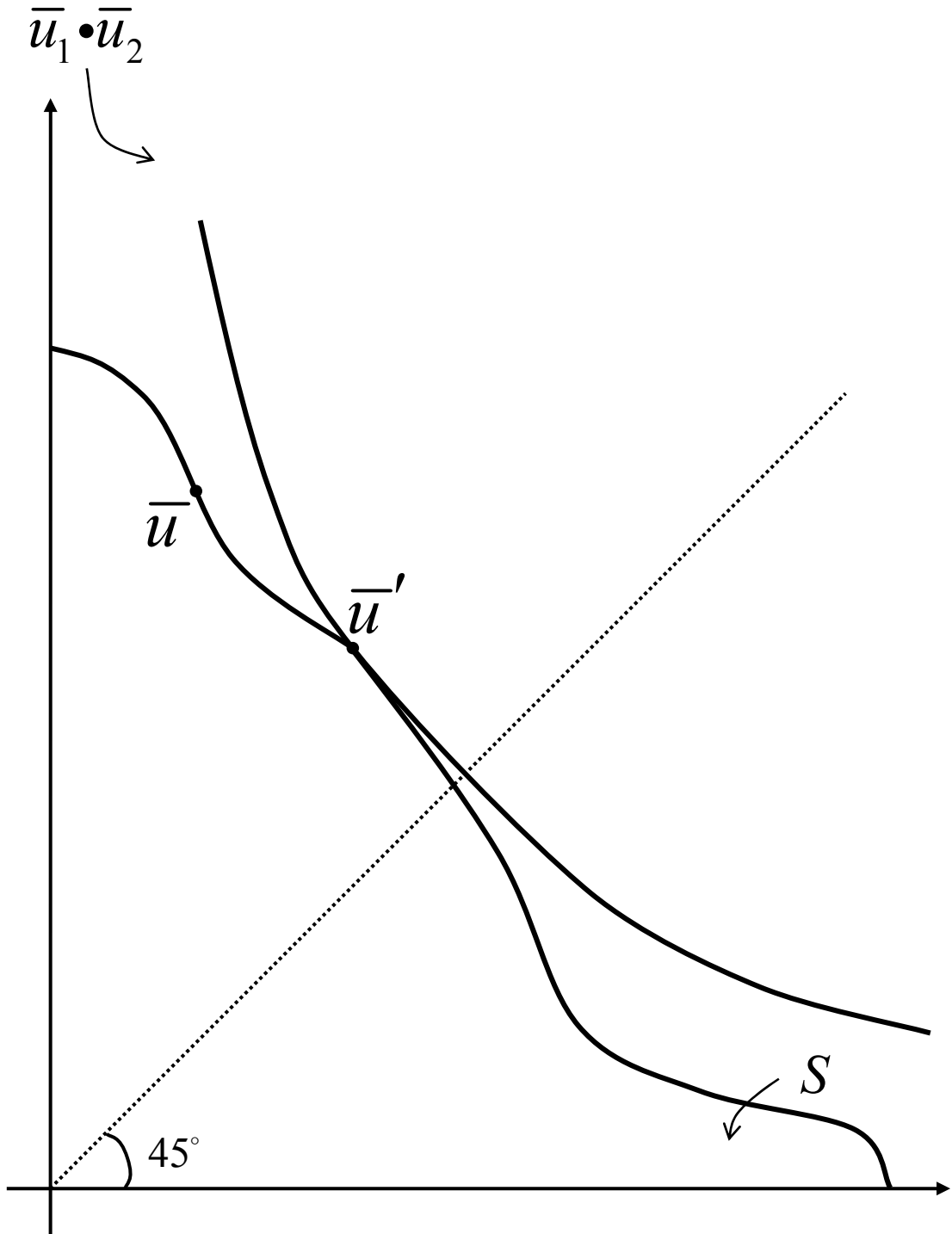


图 5

$\bar{u} \in F(S) \cap F(S')$ by CI

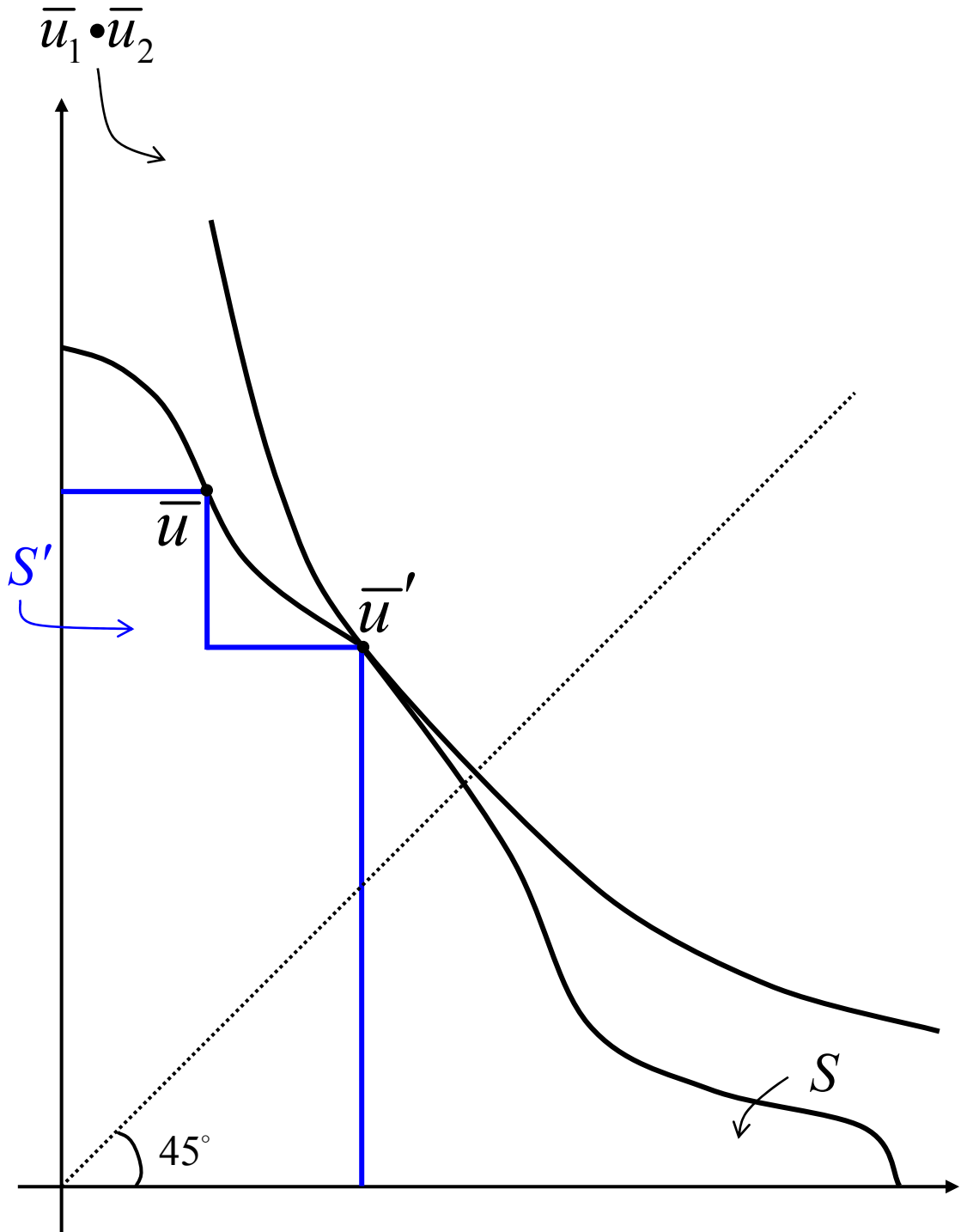


图 6

$\bar{u} \in F(S) \cap F(S')$ by CI

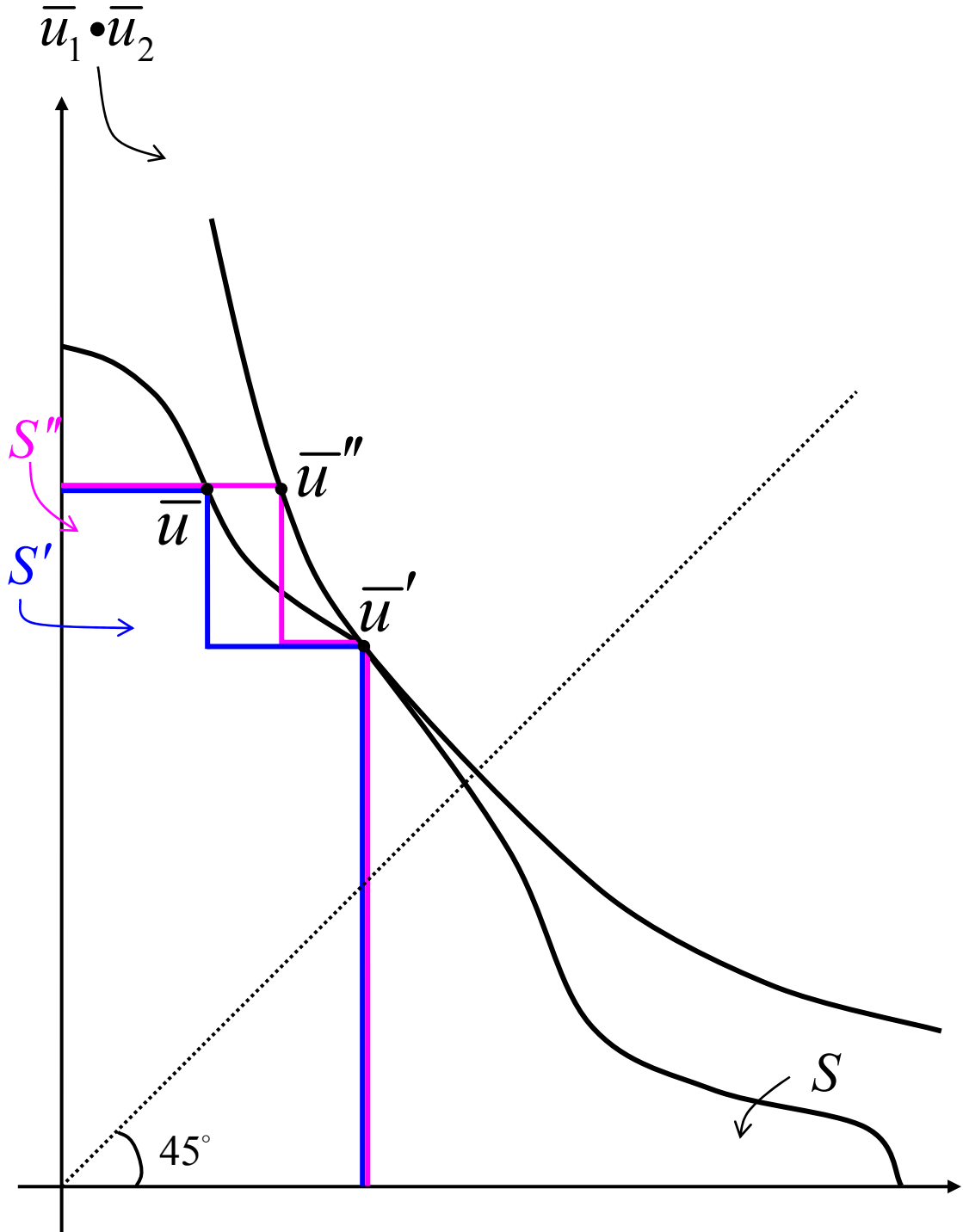


图 7

$\bar{u} \in F(S) \cap F(S')$ by CI

$\{a \cdot \bar{u}'', a \cdot \bar{u}'\} = F(S^*)$ by Sy, PO
and S.INV

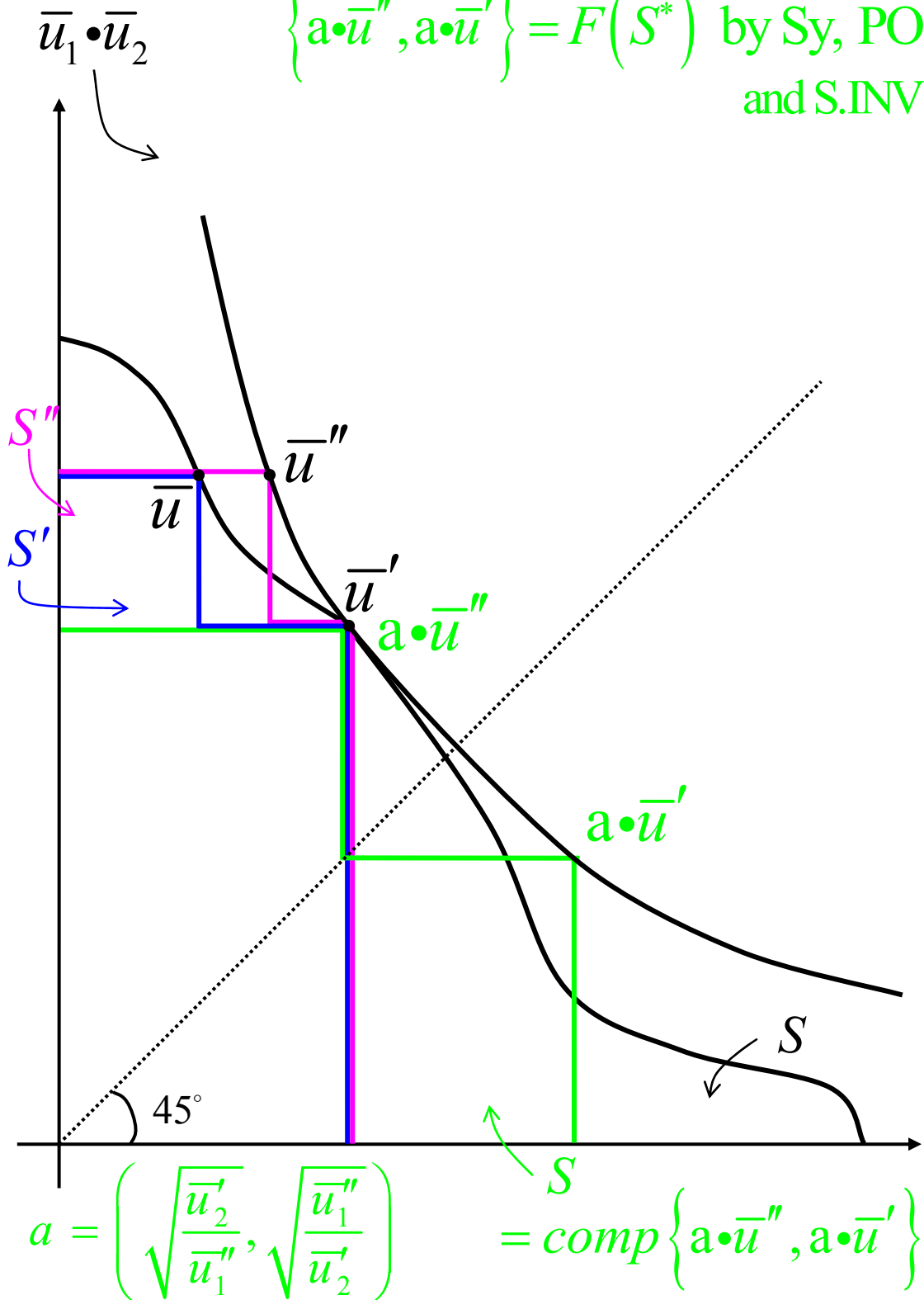


图 8

$\bar{u} \in F(S) \cap F(S')$ by CI

$\{a \cdot \bar{u}'' , a \cdot \bar{u}'\} = F(S^*)$ by Sy, PO
and S.INV

$\{\bar{u}'' , \bar{u}'\} = F(S'')$ by S.INV

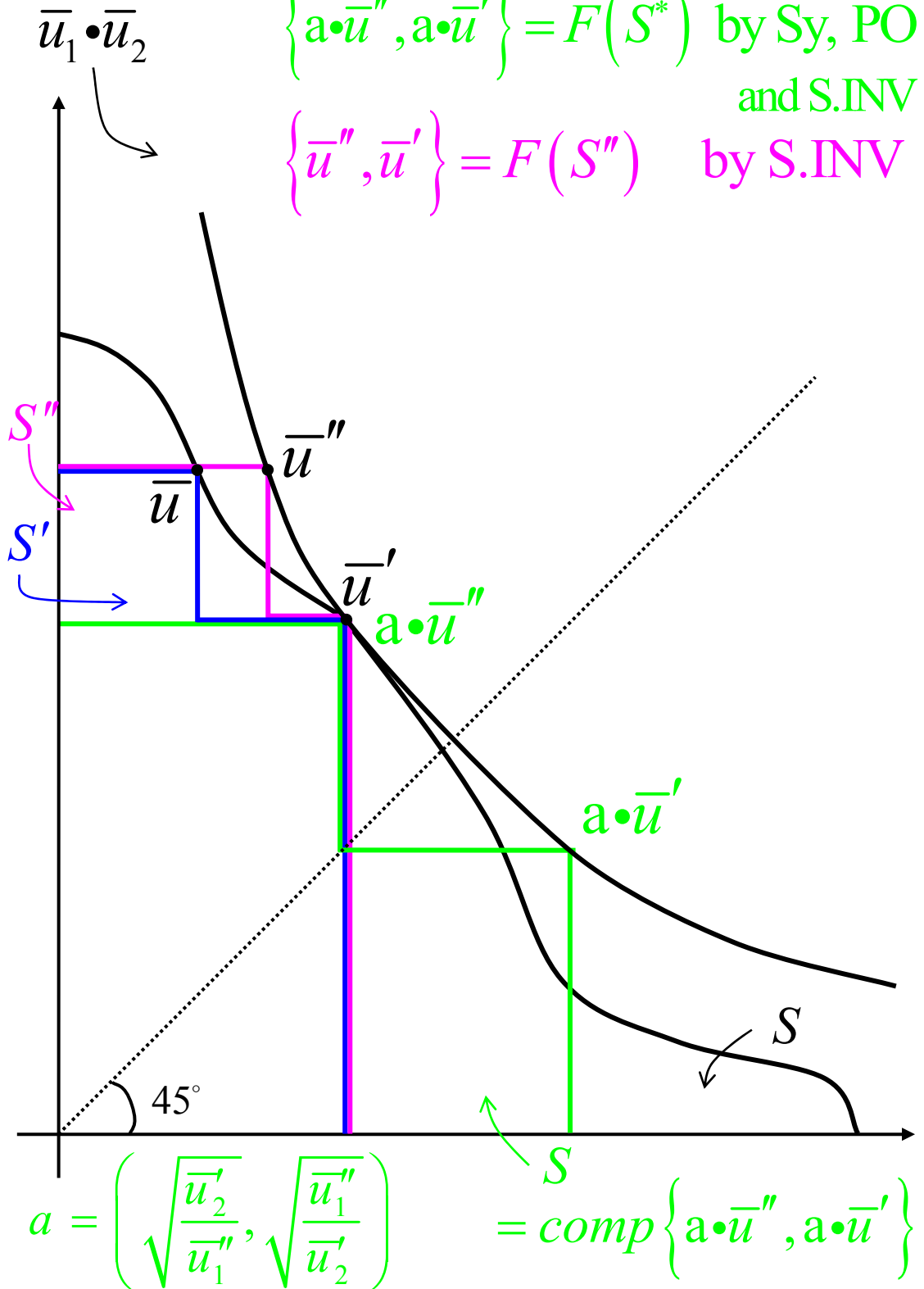


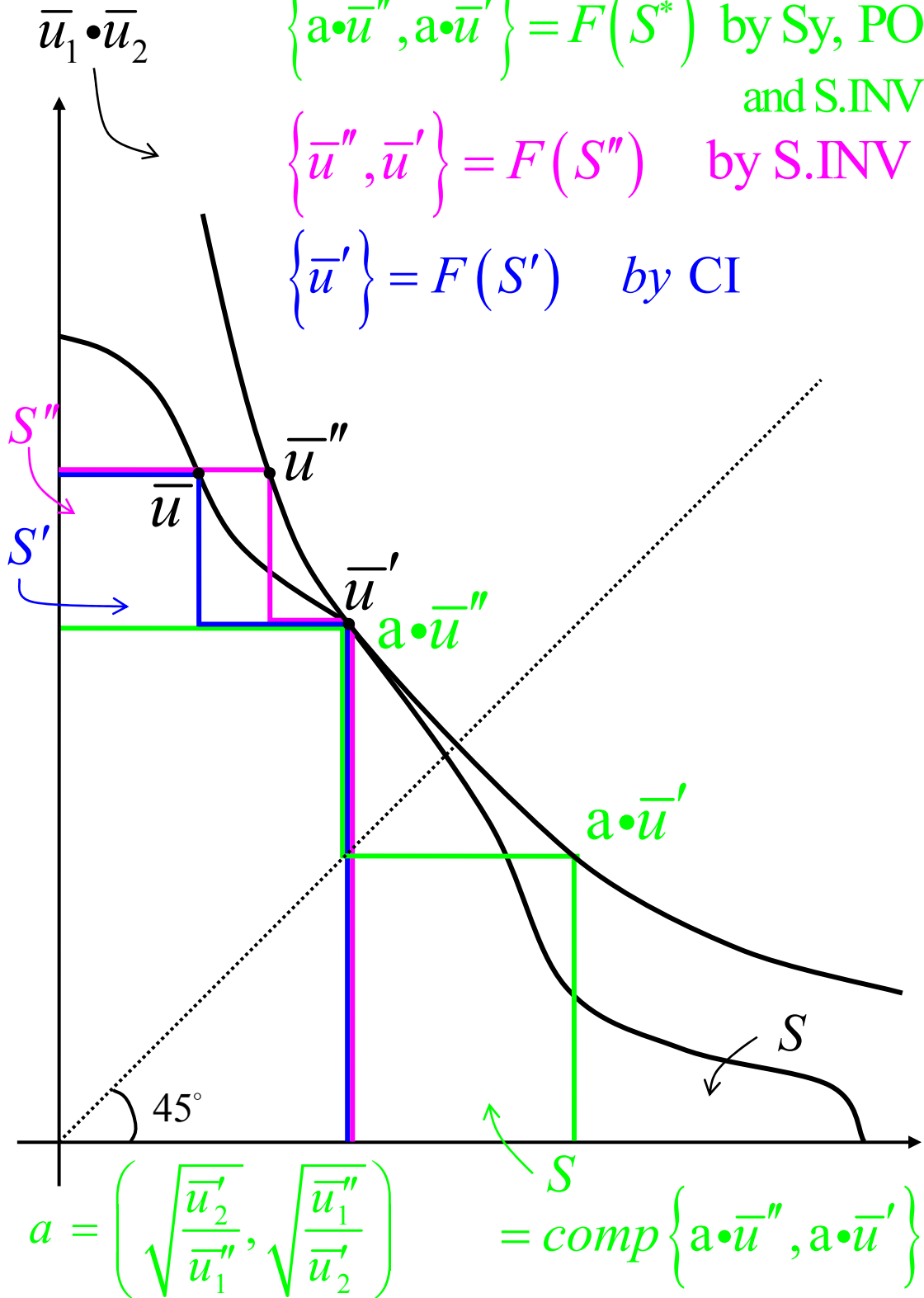
图 9

$\bar{u} \in F(S) \cap F(S')$ by CI

$\{a \cdot \bar{u}'', a \cdot \bar{u}'\} = F(S^*)$ by Sy, PO
and S.INV

$\{\bar{u}'', \bar{u}'\} = F(S'')$ by S.INV

$\{\bar{u}'\} = F(S')$ by CI



英文タイトル: Distributive Justice in Bargaining Problems

要旨(400 字日本語):

協力的交渉ゲームの解として知られるナッシュ交渉解、カライ=スモロディンスキー交渉解、平等主義解の性能比較を、分配的正義の基準を体現する公理体系を用いて、分析する。交渉問題のクラスとして、(1) 凸問題のクラス; (2) 非凸問題のクラス; (3) 生産経済の下での資源配分問題のクラス、以上 3 つを考える。分配的正義の基準として、ここでは(1) 最小限の衡平性原理としての対称性基準; (2) 連帯性原理の基準; (3) 「責任と補償の原理」の基準、以上 3 つの分類を考え、それぞれの精神を体現する公理体系を提示した。その上で、交渉問題のクラス(1)と(2)においては、対称性原理と連帯性原理の観点から、3 つの解の中で最も優れた性能を有するのは、平等主義解であると評価可能である。他方、交渉問題のクラス(3)においては、「責任と補償の原理」の観点から、3 つの解の中で最も優れた性能を有するのは、ナッシュ交渉解であると評価可能である。

要旨(100 語英語):

We provide a survey on recent studies in axiomatic bargaining theories. As a class of bargaining problems, we consider the following three types: (1) a class of convex problems; (2) a class of non-convex problems; and (3) a class of economic environments in which resource allocation problems are defined. We also propose three categories of normative principles: (1) principle of equal treatment; (2) principle of solidarity; and (3) principle of responsibility and compensation. Based on these categories, we classify the recent axiomatic studies of the three bargaining solutions (the Nash, the Kalai-Smorodinsky, and the egalitarian solutions) by Xu and Yoshihara (2006, 2007) as well as Yoshihara (2003, 2006).