古典派及びマルクスの経済理論：一般均衡理論的アプローチ

吉原直毅
一橋大学経済研究所

2010 年 4 月 24 日

1. はじめに

1.1. 古典派及びマルクスにおける投下労働価値説と労働搾取理論

アダム・スミスやデイビット・リカード等の古典派経済学やカール・マルクスの経済学説では、**投下労働価値説(labor theory of value)**はその理論体系上の重要な役割を果たしている。資本主義経済は産業的生産に基づいており、そこでは機械制大工業の普遍化に伴って、労働の平準化とより弾力的な労働供給を可能とする普遍的労働市場の成立、生産過程における労働以外の生産要素として、再生産可能な財としての特性を持つ物的資本財の役割の重要化という特性を見出すことが出来る。これらの特性は、一方で個々の生産者の生産性の平準化という傾向を齎した。農業が主要な経済活動であった前近代社会においては、再生産不可能な本源的生産要素の 1 つである土地の肥沃度の違いが農業生産者間の生産性の相違の解消を困難にさせていた。また労働もギルドの制約の下、個々の熟練度の違いが、近代産業社会に比してより固定化される傾向があった。近代産業社会においては、主要な経済活動は産業にシフトしており、そこでは同じ性能を持った再生産可能な資本財が不可欠な生産要素として普及するに伴い、そしてその資本財を用いた生産工程(＝機械制大工業)の性質それ自体がもたらす労働の平準化が伴う事によって、さらにギルド制から解放された自由な労働市場の成立によって、労働がより弾力的に供給可能になる事によって、産業では社会的に生産性が平準化する傾向を有する。

この生産性の平準化という傾向は、資本主義的競争を媒介に齎されるものである。競争市場の下では、各生産者たちは他の生産者たちに比して生産費の低減を実現すれば超過利潤(surplus profit)あるいは準地代(quasi-rent)を獲得するなり、あるいは市場価格よりも低廉な価格設定をする事で市場での自分の商品の販売シェアを拡大する事が出来る。従って、他の生産者に先駆けて、生産費用低減化を実現可能にするより革新された技術が体化された資本財への投資を積極的に行う動機を持つ。他方で、こうしたプロセスを媒介に、より進んだ技術を体現する資本財の生産過程への導入と社会的普及に伴って、社会全体の生産費低下が見られるならば、それに対応しえない劣等生産者は市場から駆逐されてしまう。このように、各生産者が資本主義的競争市場を生き抜く事を強制されるという制度的環境によって、生産性の平準化は齎される。競争市場という点では、農業も同様の制度化にあるが、農業の場合は産業に比して、その生産性の決定において、同質の再生産可能な物的資本財よりもむしろ再生産不可能な、したがって、資源の稀少性問題が本質的な意味

をもつ土地への依存度がより大きい。

デイヴィッド・リカードが投下労働価値説を擁護したのは、資本主義社会のこうした産業経済的特性への着目に起因している。リカードは、「稀少性のみによってその価値が決定される商品がいくらか存在する」と言及しつつも、「これらの商品は、市場で日々取引される商品の極めて小さな部分をなすに過ぎない」と述べ、「欲求の対象となる商品の圧倒的大部分は労働によって生産され、1 国だけでなく多くの国をとった場合、我々がそれらを獲得するのに必要な労働を投入する用意さえあれば、いくらでも増加させることができるのであって、それには殆どどのような限界も示せない」[1]と主張している。このように生産条件なり生産力が平準化する産業の生産物に関しては、いわゆる新古典派ミクロ経済学で言うところの長期平均費用曲線は水平となり、価格は供給サイドの生産費によって専ら規定され、需要は専ら、生産量を規定するのみとなる。水平な長期平均費用曲線の成立の背景には、長期的には労働のみならず、資本財もその再生産可能性により、弾力的に供給可能であるという特性がある。このような産業社会に固有の特性を背景に、生産費なり投下労働量をもって自然価格が規定されるという古典派の主張があった。産業生産物の生産に投入される主要な生産要素は労働のみならず資本財も存在するが、資本財それ自体、労働が投下されて生産した産業生産物である事を鑑みれば、商品の自然価格は歴史を遡って全ての過去の労働投入の総量によって近似できる、と言うこの主張自体は労働価値の定義を論じた本章 3 節の⑵式からも明らかな様に、今日的観点で見ても、一定の条件の下で、正しい。

しかしリカードは一方で、投下労働価値説は、価格決定の原理としては限界がある事を承知していた。すなわち、各財の投下労働量比と、自然価格ないしは長期正常価格の相対価格比とが一致するのは、それぞれの財を生産する各産業の資本-労働比率が全て等しいという極めて厳しい条件が満たされるとき、そのときのみである。リカードはこの問題を、資本の耐久期間の差異の為に、賃金と利潤の分配の変化が相対価格に影響する問題として、認識していた。賃金と利潤の分配の変化によって、相対価格が変化するとすれば、分配されるべき分配分の大きさが変化する可能性があり、それは付加価値の賃金と利潤への分配における両者の対抗関係というリカードの命題に影響を及ぼし得る。かくして、リカードは分配の影響を受けないという意味での不変の価値尺度の追求に取り組んだが果たせなかった。

カール・マルクスもまた、商品の価値はその生産に直接及び間接に投入された労働量によって定まるという、投下労働価値概念を踏襲している。また、リカードは労働の自然価格、すなわち労働者階級の賃金率決定に関して、労働の再生産費すなわち、生存費水準モデルを唱えたが、マルクスもまた、労働力の価値はその再生産に必要な諸商品の労働価値の集計値であるとする説を取る事によって、一種の生存賃金水準モデルを採用していた。このようなモデルの背景には、自由な普遍的労働市場の確立と労働の平準化による、

[1] Ricardo (1951), pp.12-13.

大量の産業予備軍の存在という特性があり、そこから導かれた理論であるという点で、両者は共通している。また、投下労働量比率と生産価格比との一致は資本-労働比率が全ての産業部門で一致しない限り、起こり得ない事を主張していた点で、マルクスもリカードと見解を一致させている。但し、マルクスの場合、リカードの様に不変の価値尺度を探求するという方向性は取らず、投下労働価値説で一貫していたが、それは労働価値説を単なる価格決定の原理として位置づけていただけでなく、その固有の存在意義を別に見出していたからであろう。

投下労働価値説の固有の存在意義として、マルクスは、その原理に依拠する事で資本主義経済システムにおける**労働搾取**の問題を明らかにする事ができる、という理論的立場を展開していた。いわゆる前近代社会においては、例えば、中世の荘園制度では、農奴は週の 3 日間、領主の土地で無償労働させられるという形態であり、領主－農奴の搾取関係のメカニズムは明瞭である。江戸時代においても、領主と農民の搾取関係は、身分制度による支配関係を背景に、四公六民や五公五民という形で公然と制度化されていた。これは身分制度に基づく、領主－農民の政治的権力関係によって裏付けられた搾取のメカニズムであった。他方、「自由・平等・所有・ベンサム」によって特徴付けられた近代市民社会では、身分制度は原則として存在せず、全ての市民は平等に自由な権利を有するという建前の下、資本家と労働者の間であっても、そこに政治的な権力関係は存在しない。両者の雇用契約関係は互いに対等で自由な市民として自発的に締結されたものであり、それを強制関係として位置づけるのは難しい。マルクスの課題は、そのような自由で対等な諸市民の自発的取引によって導かれている資本主義経済における資源配分メカニズムの背景に、資本家階級と労働者階級の搾取関係を発見し、それを不可視化してしまう資本主義システム固有のメカニズムを炙り出す事にあった。

この課題を解く上でのマルクスの独自性は、労働力商品という概念の導入であり、労働者が資本家との対等な雇用契約において販売するのは、彼の労働力であって、労働ではない、と主張した事である。労働力とは、そこから労働を抽出できる「力」である。労働市場の取引とは、労働者の労働力をある一定の時間、自由に処分する権利の売買である。労働力を購入した資本家は、契約に基づく賃金支払いとの交換によって、労働者の労働力を資本家の意思に基づいて利用し、生産要素としての労働を自由に抽出する事ができる。この権利に関して、資本家と労働者は対等な契約関係の下、売買を成立させていると考える事ができる。ここで見る限りは、資本家と労働者はあくまで対等で自由な市民である。しかし、他方、人々が「搾取」という言葉を口にするときのその直観的な意味は、概ね、働いた時間や強度、すなわち提供した労働量に比して、報酬が見合っていないというものである。つまり労働搾取とは、基本的には投下した労働の量に関る問題なのである。ここに、労働力の取引という意味ではあくまで対等な契約関係であっても、それが労働搾取を生成させる関係になり得る根拠がある。すなわち、ある一定の時間、ないしは期間、労働者の労働力を自由に使用する権限を一定の賃金と引き換えに売買する取引自体には互いの合意

の下での等価交換の成立しか読み取れないとしても、「搾取」という観点で問題になるのはむしろ、その一定の賃金と引き換えに、資本家が労働者の労働力からどれだけ多くの労働を抽出したかというその抽出労働量と賃金との比較という事になる。その比較において、抽出された労働量と賃金との「交換」に関して不公正性が見出されるときに、それは労働搾取と呼ばれる事になろう。

ここで、労働者が受け取る賃金を彼が資本家の権利行使の結果、抽出させられた労働量と比較可能にする為に、マルクスによって使われたのが投下労働価値概念である。賃金とは労働力商品の価格であり、交換価値量を表している。労働者は労働力商品の対価としてそれを受け取っているのであるから、従って、もしその価格が労働価値に一致して取引しているとの仮定の下では、労働力商品の労働価値が明らかになれば、労働者の抽出させられた労働量と、それは同じ労働 1 単位を尺度として共通の尺度で比較する事ができる。上記のように労働力商品の労働価値とは、労働力商品の再生産の為に不可欠な諸商品——労働者が生存し、労働者として次期の生産期間において役立てるように再生する為に不可欠な生存消費財の束であり、彼の賃金収入によってちょうど購入され得る消費財の束である——の労働価値の総和として定義される。このようにして導出される労働力商品の労働価値よりもこの労働者が抽出させられた労働量(＝労働時間)の方が大きいとき、それは労働の不均等交換という意味で労働搾取と定義される。これがマルクス以来の労働搾取の定義である。

この労働搾取概念の導入によって、マルクスは『資本論』(Marx (1967)) において資本主義経済における利潤の源泉を明らかにしようとした。また、今期において生成された利潤は次期において投資され、資本蓄積されるという関係から、資本主義経済における資本蓄積運動を労働搾取の蓄積運動として説明しようとした。それはマルクスによる、

「均等利潤率＝搾取率×資本の有機的構成比率の逆数」 (1)

という関係式の提示によっても明らかである。但し、その際にクリアしなければならないのは、リカードが直面していた価格体系と労働価値体系の一般的不一致関係という問題である。利潤は市場価格の次元で定義されるものであり、その数値は貨幣単位で表された数値であるのに対して、搾取率も資本の有機的構成比率も、いずれもマルクスの剰余価値、可変資本、不変資本などの概念を使って定義されたものであり、それらはいずれも労働価値の次元で定義される労働時間を単位とした数値である。従って、本来は労働価値比率と生産価格比とが一致しなければ、上記のマルクスの等式は定義し得ない。以上の事から、労働価値と生産価格との何らかの対応性を示せるか否かが、搾取概念を用いて資本蓄積のメカニズムを説こうとするマルクスの労働搾取理論の妥当性を維持する上で決定的となる。労働価値比率と生産価格比とが一致するのは資本-労働比率が全ての産業部門で一致するとき、そのときのみである事は、上述のようにマルクスも直ちに気付いたわけで、いわゆる「総計一致 2 命題」によって、労働価値体系と生産価格体系の間に何らかの対応関係を説明する事によって、価格決定における労働価値の規定性を何らかの程度で保証しようと試みてい

た、と言えよう。[2]

1.2. マルクス以後のマルクス経済学：「マルクスの基本定理」

マルクス以降の、マルクス経済学において、労働価値と生産価格との対応関係を説明する「価値の価格への転化論」が、「総計一致 2 命題」の論証問題も含めて、大きな論争問題として議論されてきたのには、この課題のそうした重要性があるからである。反マルクス派からすれば、マルクスの労働搾取理論を否定するには、この「転化問題」に焦点を当てて批判するのが一番有効である、という事も見えていただけに、多くの反マルクス派の経済学者がこの転化論争に関ってきた[3]のである。

この論争問題の論脈において、画期的な役割を果たしたと言われているのが、Okishio(1963)の**「マルクスの基本定理」(FMT)**である。この定理は、レオンチェフ型投入-産出行列を用いて定義された一般均衡モデルの下で、資本主義経済において正の利潤の伴う経済的資源配分が行われるならば、そのような資源配分は必ず労働搾取が伴ったものになる事を論証した。換言すれば、正の利潤率の成立の必要十分条件が正の労働搾取率の成立である事を示したのである。この定理の画期性は、上述の転化問題の解を得られずとも、マルクスのもともとの目的——資本主義経済における資本蓄積を労働搾取の蓄積として説明する事——を達成可能にした事にある、と位置づけられている。資本主義経済における資本蓄積を可能にする為には、資本家たちは資本蓄積の為の新投資を利潤収入から融資しなければならないが、彼等が正の利潤を獲得するような資源配分では、必ず正の労働搾取が存在するし、また正の労働搾取の伴わない資源配分では正の利潤を実現できない事が、この定理によって明らかにされたからである。その論証の為に、マルクス自身は労働力商品の価格がその労働価値に等しいという設定をせざるを得なかったので、転化問題の解決が不可避とされたわけであるが、FMT によれば、労働力商品がその労働価値に等しい価格で取引されるか否かに関りなく、利潤及び資本蓄積の背景に労働搾取の存在を議論する事ができる。

もっとも、上記(1)式それ自体も、Morishima and Seton (1961)によって、やはりレオンチェフ型投入-産出行列を用いて定義された一般均衡モデルの下で論証された。(1)式のレオンチェフ生産経済モデルの下での定式を今日では**「森嶋＝シートンの方程式」**と呼ぶ。森嶋=シートンの方程式も、その式自体が FMT の成立を意味している。もっとも、この式による FMT の証明は、市場価格が生産価格として成立し、対応する資源配分がフォン・ノイマン的均斉成長経路上にあるような、新古典派流に言う長期定常均衡が成立している場合でのものに限られる。すなわち、各財の労働価値及び生産価格に関してはその値は一致しないものの、(1)式それ自体はその左辺と右辺は、各資本財及び労働を総資本価格、総可変資本、総不変資本などに集計して定義されるものである。この集計の際の各産業部門間

[2] この論点に関しては、吉原(2008; 第 3 章)を参照の事。
[3] 最も有名な反マルクス派の転化問題への言及は、ヴェーム・バヴェルクのそれであろう。

のウェイト比率をフォン・ノイマン的均斉成長経路における各産業部門間の生産活動水準の比率によって定める事で、総計一致 2 命題の成立を確認できる。総計一致 2 命題が保証されれば、集計値に関する条件である(1)式も導かれる。それが森嶋=シートンの方程式である。対して置塩による FMT の証明は、如何なる価格体系の下であれ、適用可能なものとなっており、従って、レオンチェフ生産経済モデルを想定する限り、FMT それ自体は経済の資源配分が市場均衡状態にあるか否かに関りなく成立する事を主張できるものである。他方、森嶋=シートン方程式は転化問題の解決という観点でも意義付ける事ができる。マルクスが論じた「剰余価値の利潤への転化」論の証明としての位置づけが出来るからである。[4]

しかし FMT には 2 つの大きな問題が存在する。第 1 の問題は、FMT の意義付けに関る問題であって、これはマルクス自身が剰余価値、すなわち労働搾取の存在が、資本主義経済における正の利潤の唯一の源泉であると主張していた事に関る。この主張を論証する為に、マルクス自身は、古典派経済学における投下労働価値説を超えて労働に固有の意義を付与する労働価値論を展開した。すなわち、労働力商品に固有な使用価値として、「価値生成機能（＝価値増殖機能）」があると論ずる「唯一の価値生成的生産要素としての労働」論の展開である。これは、価値生成機能を有する生産要素は唯一、主体的生産要素である労働だけであり、客体的生産要素である資本財等は、主体的生産要素である労働によって、その「死んだ価値」を単に新らたな生産成果物に移転され保存されるだけに過ぎない、と論ずるものである。価値生成機能を有する生産要素が唯一、労働だけであるという理論を組み立てる事によって、労働者たちに帰属しない剰余生産物を彼らの無償労働の成果と見なし、その資本家による取得を「掠め取り」と特徴付ける結論を導き出すロジックを展開しているのであり、この議論の延長上に「労働搾取＝利潤の唯一の源泉」論が帰結する事を読み取るのは容易であろう。

マルクス経済学においては、この「労働搾取＝利潤の唯一の源泉」論を論証する定理として、FMT は自然に受け止められてきた。しかしながら、この点に関しては、後の Bowles and Gintis (1981)や Samuelson (1982)等の**「一般化された商品搾取定理」(GCET)**の証明によって、有効な反論が提示されてしまったと言えよう。GCET は、正の利潤の生成の為の必要十分条件は、労働搾取の存在のみならず、あらゆる任意の商品に関する「搾取」の存在でもある事を論証するものであった。この定理の結果、利潤の源泉としては労働搾取のみならずそれ以外の物的資本財の「搾取」もあるかもしれないという事になり、FMT によっては「労働搾取＝利潤の唯一の源泉」論は論証されない事が明らかにされた。実際に、FMT が厳密に論証しているのは、正の利潤を生成する資本主義的資源配分の背景に労働搾取が存在しているという主張であり、この主張自体は資本財による「価値生成機能」を前提しているとも言える新古典派経済学の**限界生産力説**とも全く両立可能なものである。他方、「労働搾取＝利潤の唯一の源泉」論は限界生産力説とは互いに相容れない議論になっている。

FMT の第 2 の大きな問題とは、その定理自身の頑健性に関る。置塩や森嶋＝シー

[4] 以上の論点のより詳細な解説に関しては、吉原(2008)の第 3 章を参照の事。

トンの証明は、レオンチェフ生産体系の経済モデルに単純化した下でのものであった。しかしそのモデルでは、資本主義経済において普遍的に見られる固定資本財の存在や多数の代替的選択可能な生産技術の存在や、あるいは結合生産の可能性などの諸項目を全て捨象する事を意味する。しかしこれらの諸項目の存在が、正の利潤と労働搾取の存在の同値関係の成立にいかなる影響を及ぼしうるかはそれほど自明な問題ではない。実際、単純なレオンチェフ生産経済モデルの制約を越えて、固定資本財、代替的生産技術、結合生産などの存在可能性を許容したより一般的な生産経済モデルで考察するや否や、Petri (1980)やRoemer (1980)等によってFMTへの反例が提示されてきた。[5] この反例に基づけば、置塩や森嶋の定式に基づいて労働搾取を定義し議論する限り、資本主義的資本蓄積過程のメカニズムを労働搾取の存在を媒介に説明するマルクスの経済理論が理論的妥当性を有するのは、想定する経済が単純なレオンチェフ生産経済モデルの世界のみであり、固定資本財、代替的生産技術、結合生産などが存在するより普遍的に見られる世界では、もはや理論的妥当性を有さない、という結論にならざるを得ない。

また、置塩や森嶋のモデルでは労働者たちの消費活動は 1 つの生存消費財の束に固定化されていて、労働者たちに消費者としての市場での自由な活動の余地が許容されていない。これは実質賃金率が生存水準である場合には相当する仮定であろうが、実質賃金率が生存水準を超えている場合にはむしろ、個々の労働者間での主観的消費選好の違いが存在し、それに基づく消費選択の多様性がある程度は存在する事を許容するような議論の枠組みである方がもっともらしい。リカードやマルクス自身は、確かに彼等の直面した当時の資本主義社会の「様式化された事実」を反映させて、大量の産業予備軍の存在とそれに起因する労働者階級の実質賃金率の生存消費水準への固定化というモデルを想定していた。しかしマルクスの労働搾取理論が、マルクスの直面した時代の資本主義社会に関して通用する理論であるのみならず、より普遍的に資本主義社会一般に通用する資本主義経済システムの原理に関する理論であるか否かが問われるとすれば、むしろ大量の産業予備軍の存在による賃金低減効果が必ずしも強くなく、従って、労働者階級の実質賃金率が生存消費活動の水準を超え、その結果、労働者個々人での消費の多様性が可能となるようなより現代的な資本主義社会においても通用するようなモデル設定の下で、果たしてFMTが頑健であり得るか否かは重要となろう。しかしながら、吉原(2005)及びYoshihara (2006)が示した様に、そのような想定の下では、個々の労働者たちの主観的な消費選択の違いのみに起因して、正の利潤が生成している下で、搾取率が正となる労働者がいるのみならず、搾取率が負になる労働者がいるというパラドックスが生じる。

このパラドックスに関しては、マルクスの議論ではマクロ的に集計された搾取のみが問われていて、労働者階級全体として資本家階級に搾取されている事が解れば良いのであって、個別労働者が搾取されているか否かは問われていない、という反論があるかもしれない。しかしながらこのパラドックスは、個々の労働者間での違いは、その主観的消

[5] この論点の詳細については、吉原(2008)の第 4 章を参照の事。

費選択のみであるような状況で生じている。すなわち、全ての労働者は同一の労働スキルを有し、同一の賃金率の下で同一の労働時間を提供しているという状況を想定している。すなわち全ての労働者たちは全く同一の労働条件の下にありながら、労働条件に関する搾取問題に関して、被搾取者となるかそうでないかという違った位置づけが出てくる。しかもそれは労働条件の問題とは無関係な主観的消費選択の違いによって齎されている、それがパラドックスなのである。搾取が労働条件に関する問題である以上は、同じ労働条件にある労働者たちの間でこのような違いが出る筈はないからである。[6]

1.3. 現代の数理的マルクス経済学における展開：労働搾取理論の再検証

以上に言及した FMT の頑健性問題は、マルクスの労働搾取理論の検証の為に、レオンチェフ的生産技術と労働者の消費活動が生存水準に固定化された単純経済モデルの制約を越えて、より一般的な経済モデル及び経済均衡の解に基づいて考察すべき事を、第 1 に意味しよう。第 2 に、置塩や森嶋らが定式化した労働搾取の定義それ自体の妥当性についての再検討の可能性を意味しよう。もし置塩や森嶋の定式がマルクス自身の労働搾取の定義に忠実であるのであれば、それはマルクス自身の搾取概念の再検討の必要性をも意味しよう。問題は投下労働価値説の取り扱いに関る。投下労働価値説では、労働価値体系が価格体系に論理的に先行して確定される。換言すれば、労働価値体系は価格体系とは独立に確定される。同様にして、労働搾取率も労働価値体系の情報に基づいて確定されるので、それはまた、価格体系とは独立に確定される。この視点をマルクスの労働搾取理論において不可欠な要素と見なすか否かが、1 つの論点となろう。また、結合生産や代替的生産技術が存在し、労働者個々人での主観的消費選択に違いが有るようなケースにおいて、労働力の労働価値をいかに確定するかというのがもう 1 つの重要な論点となろう。

後者の論点に関しては色々な代替案が数理的マルクス経済学において、一時期は次々と提起されてきた。それらは例えば、Morishima (1973, 1974), Roemer (1982; Chapter 5), Dum'enil (1980), Foley (1982, 1986), Flaschel (1983)等である。しかしいずれの定式が望ましいかについての論争の後、一定の合意に到るという事無く、今日に到っている。しかしながら、吉原(2008)の第 7 章で論じたように、現在、**労働搾取の公理的アプローチ**の研究によって、議論の整理がかなり進んできている。例えば、吉原(2008;第 7 章;定理 7.1)、及び Veneziani and Yoshihara (2010a)に拠れば、労働搾取の定式として妥当性を有する為の最小必要条件を規定した定義域公理(これを「**FMT における労働搾取の公理**」と呼ぶ)を満たす範囲内で見る限り、結合生産や代替的生産技術が存在し、また、労働者個々人での主観的消費選択に違いが有るようなケースにおいても FMT が頑健であり続けるような労働搾取の定式は、価格体系依存的な定式のみである事が明らかにされている。例えば、これまでレオンチェフ経済モデルでの適用可能性を超えた一般的な労働搾取の定式として最も有名であった Morishima (1974)の定式は価格体系独立的であるので、FMT の頑健性を維持

[6] この論点に関しては、吉原(2008)の第 4 章を参照の事。

できない。他方、価格依存的であれば大丈夫というわけではなく、例えば「価値を決定するのは１つのものの生産に要した時間ではなく、この物が生産されうる時間の最小限で有り、この最小限は競争によって確定される」というマルクス自身の『哲学の貧困』(Marx (1963))における労働価値の確定の議論に最も整合的であると思われる Roemer (1982; Chapter 2)の定式もまた、価格依存的な定義であるものの、FMT を維持する事が出来ない事が解っている。他方、Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの拡張版定式の下では、FMT は頑健に成立する。

Yoshihara and Veneziani (2009)はまた、労働搾取の妥当な定式であるならば満たすべき 4 つの必要条件を公理として提唱し、これら 4 つの公理を全て満たすような定式は、Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの拡張版定式のみである事を明らかにしている。これは、社会で生産された純産出が利潤と賃金への所得分配を構成する事に着目し、賃金所得に相当する部分の生産に要する労働時間を、社会の純産出生産に際して実際に実行した生産工程の下で評価した値で以って、労働力の労働価値を確定する方法である。従って、このタイプの定式では、実際に実行された生産工程の情報と市場価格の情報の前提の下に、労働力の労働価値が確定されるのであり、典型的な価格体系依存的な定式である。のみならず、この定式は、Morishima (1974)や Roemer (1982; Chapter 5)の定式のような最適価値アプローチでもない。最適価値アプローチとは、労働力の再生産に必要な諸消費財の束を、実際に当該社会において実行されている生産工程であるか否か、あるいは当該社会において実行可能な生産工程であるか否かに関りなく、労働節約的という意味で最も技術的効率性の高い生産工程を仮に用いて純生産する場合に、どれだけの労働時間が投下されなければならないかを仮想的に考察した上で、その最適値として労働力の労働価値を確定するタイプの議論の事を言う。この場合、最も労働節約的という意味で技術的に効率的な工程を用いて仮に生産した場合に要したであろう必要労働時間に比して、労働者たちが現実にはより多くの労働時間を提供している限り、搾取は存在するという事になろう。概念的には、剰余生産物の生産が為されない状況であっても、人々の実際に行使した生産工程が最も労働節約的という意味で技術的に効率的な工程ではないならば、搾取が生ずるという話になろう。このような性質を孕む最適価値アプローチが、妥当な労働搾取の定式に関する公理的分析の結果として却下され、Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの定式のみが全ての必要条件の基準をパスしたというこの結論は、妥当な労働搾取の定式が表す搾取概念とは労働時間の配分に関する公正性に関るものであって、労働時間の生産要素としての利用の技術的効率性に関するものではない事を意味しよう。

搾取概念が労働時間の配分に関する公正性に関るものであるという観点で、FMT よりもより重要な意義を持ってくるのが、Roemer (1982)の論証した「**階級-搾取対応原理**」(CECP)である。この議論では労働搾取概念が、マルクス自身の定義及び FMT の議論での定義よりも一般的に定義される。すなわち、私的所有制度下での完全競争市場において、諸個人は各々の物的資本財の初期賦存の違いによって特徴付けられる状況を想定する。そ

のような経済環境の下での完全競争均衡的な資源配分において、各個人はそれぞれの資本保有量の大きさに応じて、相異なる所得を享受する。その所得によって購入可能な消費財の束を当該社会で生産するのに必要な労働投入量、すなわち当該個人の所得に対応する社会的必要労働量が、労働搾取の定式に応じて確定する。その上で、各個人の所得に対応する社会的必要労働量よりも少ない労働量を供給する個人は**搾取者**、多い労働量を供給する個人は**被搾取者**として、定義されるのである。以上の定義に基づき、CECP は、資本主義経済の下での経済的資源配分の帰結は、富の豊かな資本家階級と富の貧しい労働者階級という階級分化の生成・再生産を意味すると同時に、前者に属する諸個人が搾取者となり、後者に属する諸個人が被搾取者となるという社会関係の生成としても特徴付けられる事を論証するものである。その議論を要約すれば、全ての個人がその所得と余暇に関する選好においても労働能力においても同一の特性をもった私的所有制度の下での完全競争市場において、個々人の市場における最適化行動の結果として、階級分化という事態が生じ、その際に、労働者階級に属する個人は被搾取者となり、資本家階級に属する個人は搾取者となる事が示される。つまり、搾取関係と階級関係の対応性が市場均衡の一つの特徴として内生的に説明される事を論じている。さらに、この対応関係が導出される為の必要十分条件が、人々のあるもっともらしい消費選好を前提にする限り、物的資本財の不均等な私的所有状態である事を明らかにしている。

ところで、社会的必要労働量よりもより少ない労働量を供給する搾取者ほど、所得 1 単位取得のために供給する労働時間は少ないので、反対に自由時間はより多くなる。それは所得を用いて自分の自由な発展のための活動に費やす時間がそれだけ多いので、それらの所得と時間という資源を利用してその個人が実現できる生き方の種類もその達成水準もより開かれたものとなる。したがって、私的所有制度の下での完全競争市場を媒介する経済的資源配分の帰結は、人々の階級的な社会関係を搾取関係として特徴づけるが、そのことは同時に、富の豊かな階級に属する諸個人と貧しい階級に属する諸個人との間での、個々人に開かれた人生選択の実質的機会の不平等を意味する。かくして、主流派経済学者のおそらく大多数が、いわゆる「厚生経済学の第一定理」の観点に基づいて、パレート改善であるという意味で、完全競争均衡における雇用・被雇用関係の成立を基本的に望ましい状況として専ら理解するのに対して、労働搾取という概念を導入することによって、完全競争均衡における雇用・被雇用関係の成立は同時にまた、各経済主体の本人の責任を問えない富の私的所有の格差に起因して、個々人に開かれた人生選択の実質的機会の不平等――例えば、子弟の将来選択の格差やら、成人においても新しい自分の可能性の開花を享受できる自由に関する格差――を生み出すのだという、市場経済の孕む別の意味での原理的特性を明らかにすることができる。

以上のような厚生的含意を持つ CECP であるが、この定理の頑健性もまた労働搾取の定式に依存する事が確認されている。ではいかなる条件を満たす労働搾取の定式の下では CECP の頑健性は保証されるであろうか？吉原(2008;第 7 章;定理 7.2)、及び Yoshihara

(2010)に拠れば、労働搾取の定式として妥当性を有する最小必要条件を規定した定義域公理(これを「**労働搾取の公理**」と呼ぶ)を満たす範囲内において、CECP の頑健性が保たれるような労働搾取の定式は、**所得依存的な定式**のみである事が明らかにされている。例えば、結合生産や代替的生産技術の存在するより一般的な凸錘生産経済モデルを想定する場合、Morishima (1974)や Roemer (1982; Chapter 5)のような最適価値アプローチに基づく労働搾取の定式では CECP が成立しなくなる事が確認されている。[7] しかしながら Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの拡張的定式の場合、CECP の頑健性に問題は生じない。

1.4. 一般均衡理論アプローチと労働搾取理論

置塩や森嶋のマルクス経済学への数理的アプローチは、労働者の消費活動が生存消費水準に固定されたレオンチェフ的生産経済モデルながら、一般均衡分析に基づくものである。その様なモデルは、確かにリカードやマルクスが彼等の時代において直面していたであろう資本主義経済の「様式化された事実」を反映したものとして正当化可能であろう。しかし労働搾取理論がリカードやマルクスの時代の資本主義経済の本質的特徴であるのみならず、時代を超えてより普遍的に資本主義経済の一般原理としての特徴を説明するものであるか否かを論証する為には、むしろ新古典派におけるワルラシアン完全競争均衡の分析において開発されてきた一般均衡論モデルを用いる方が適切であると思われる。置塩や森嶋の開発したレオンチェフ的生産技術体系と固定的生存消費水準を伴うマルクシアン一般均衡モデルは、新古典派の一般均衡論的モデルの特殊ケースとして位置づけられるからである。

しかしながら、新古典派経済学の開発した経済モデルを有効に利用するとしても、なぜ完全競争市場モデルなのかという疑問が生じ得る。実際、現代の数理的なマルクス経済学派の中でも、Bowles and Gintis (1990)の様に、森嶋や Roemer のような一般均衡論的アプローチに反対し、むしろ情報の経済学などのような「市場の失敗」や「不完全競争」の生ずる経済モデルの方がより現実的な資本主義経済のモデルと考えられると、主張する議論は少なくない。資本主義経済のある種の現実的側面をより詳細に理解する上で、情報の経済学や不完全競争理論等の方がより現実的にもっともらしいモデルを提供するという見解に対しては、特に異存はない。また、生産技術の収穫逓増の普遍的存在なり、信用市場における貧しい経済主体に対する貸借取引制約の存在なりの「市場の失敗」要因や不完全競争市場の要因によって、現代の資本主義経済システムにおける貧富の格差拡大の生成を理論的に説明できるとする近年の新古典派経済学における重要な研究成果も存在する。[8]

にも拘らず、搾取理論の展開において完全競争市場の一般均衡モデルの想定から議論を始めるべきであると思われる。少なくとも、労働搾取理論が資本主義経済に関する

---

[7] 吉原(2008)の第 5 章を参照の事。

[8] 収穫逓増によって世界経済の「中核－周辺」構造の生成を説明する研究として Krugman (1982)が、そして国際金融市場における資金借入制約の存在によって、南北間の GDP の意味での貧富の格差生成を説明する研究として Matsuyama (2004)が存在する。

普遍的一般原理としての特徴を説明するものであるか否かを検証する上ではそうである。なぜならば、そのようなアプローチは資本主義社会における労働搾取の問題が、特定の構造を有した「市場の失敗」問題や不完全競争市場の要因とは無関係に生じ得るものであるか否かを、まずは明らかにしてくれるからである。少なくとも、マルクスは資本主義社会における労働搾取の問題を資本主義の普遍的原理に関する問題として理解しようとしていたのであり、それ故に Bowles and Gintis (1990)が強調する様な労資間の「情報の非対称性」に関する固有の構造を本質的契機とするようなモデルを想定する事なしに、基本的には古典派と同様に長期均衡の論脈で搾取について論じていた。それを現代の経済理論の観点からすれば、完全競争市場の想定の下で、搾取の生成について論じるという方法論として理解できるだろう。

完全競争市場という想定の下では、新古典派経済学において「厚生経済学の基本定理」が成立するわけであり、ある意味で資本主義のイデオローグ達にとって最も好都合な理想的経済状態の想定を意味する。換言すれば、マルクス的経済理論の一般均衡理論アプローチとは、完全競争市場という資本主義のイデオローグ達にとって最も好都合な理想的経済状態を想定したとしても尚、搾取関係の存在を見出す事によって、労働搾取という問題が資本主義経済システムにとっていかに本質的な特性であるかを明らかにする事にまずは関心を払っている、と解釈する事ができる。それに追加して、市場の不完全性の世界においては Matsuyama (2004)や Krugman (1982)が示すように、GDP 水準での貧富の格差が拡大し得るという点で、事態はより一層深刻であると解釈できよう。すなわち、完全競争的な世界に比べて、搾取率はより高くなる事が予想され、例えば、豊かな先進諸国への貧しい途上国の経済的従属性はより強くなる事が予想されるだろう。この様にして、一般均衡理論的アプローチによって、搾取関係の生成は、市場の不完全性や市場の失敗という現実の世界経済において普遍的に見出される条件の介在を本質的要因とするものではないが、それらの条件の介在によって問題はより深刻化され得る、と理解可能となる。

以上により、以降第 2 節では、新古典派の一般均衡理論の成果を踏まえ、現代における最も一般的なマルクス派資本主義経済モデルを、動学的一般均衡理論の枠組みを発展させる形で提示する。その上で、第 3 節においては FMT について、第 4 節は GCET について、そして第 5 節については CECP についての数理的分析を、この分野の非専門家であっても出来る限り理解可能にすべく、可能な限り幾何的説明を加える形で紹介する。最後に 6 節において結論とする。

2. 資本主義経済に関する最も一般的なマルクス派一般均衡モデル

今、市場を通じた取引が普遍化している経済社会にはn種類の財が存在している。この経済社会における生産技術を一般に、生産可能性集合$P \subseteq \mathbf{R}_{-} \times \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$で表す。集合$P$の一般的要素は$2n+1$次元ベクトル$\boldsymbol{\alpha} \equiv \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$であって、$\alpha_0 \in \mathbf{R}_{+}$は生産計画$\boldsymbol{\alpha}$の下での直接労働投入量、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$はその計画下での非負の財の投入ベクトル、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$はその結

果としての財の産出ベクトルを表す。また、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}^n$ で、生産計画 $\boldsymbol{\alpha}$ の遂行によって得られる純産出ベクトルを表す。生産可能性集合 P は一般に、$\mathbf{R}_- \times \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n$ における**閉凸錘(closed convex-cone)集合**であり、$\mathbf{0} \in P$ である。さらに以下の追加的仮定を課す:[9]

A1. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$, $[\overline{\boldsymbol{\alpha}} > \mathbf{0} \Rightarrow \alpha_0 > 0]$;

A2. $\forall \mathbf{c} \in \mathbf{R}_+^n$, $\exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$ $s.t.$ $\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{c}$;

A3. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$, $\forall \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n$, $\left[\left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \leq \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \Rightarrow \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in P\right]$.

上記の追加的仮定のうち、A1.は、**生産活動における労働投入の不可欠性**を意味する。他方、A2. は、いわゆる**純生産可能性条件**の一般的記述である。A3. は、いわゆる自由可処分性(free disposal)の仮定を意味する。

社会の人口は集合 N からなり、この人口の任意の構成員 $\nu \in N$ は一般に、非負の財初期賦存ベクトル $\boldsymbol{\omega}^\nu \in \mathbf{R}_+^n$ と 1 労働日に 1 単位の労働を提供する能力(**労働力**)を有している。個々人の間で労働能力と消費選好に関する差異は存在しないものの、財初期賦存の私的所有に関しては、一般に個人間で格差が存在する可能性があり、ある個人たちは財の初期賦存が $\mathbf{0} \in \mathbf{R}_+^n$ である可能性も排除していない。また、第 k 世代における各経済主体は T 期間の長さを生存し、その後、$k+1$ 世代の各経済主体に入れ替わる。世代間重複は存在しないと仮定する。全ての個人は等しく当該社会の生産技術 P に直面しているが、彼らの所有する資本財初期賦存の貨幣価値額の違いに応じて、第 t 期における、任意の個人 $\nu \in N$ は、以下のような 3 つの形態で経済活動に参加する可能性を持っている。一つは、彼の所有する資本ストックを使って自ら働いて生産するという活動である。そのような形での、各 t 期における生産活動水準を

$$\boldsymbol{\alpha}_t^\nu = \left(-\alpha_{0t}^\nu, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu, \overline{\boldsymbol{\alpha}}_t^\nu\right) \in P$$

で表す。第二に、彼は自分の所有する資本ストックを使って、他人の労働を雇用して生産活動に関与するという可能性がある。そのような形での各 t 期における生産活動水準を

$$\boldsymbol{\beta}_t^\nu = \left(-\beta_{0t}^\nu, -\underline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu, \overline{\boldsymbol{\beta}}_t^\nu\right) \in P$$

で表す。最後に、彼は他人に雇われて、他人の資本ストックの下で労働する形で生産活動

---

[9] 以下では、全てのベクトル $\mathbf{x} = \left(x_1, \ldots, x_p\right)$ 及び $\mathbf{y} = \left(y_1, \ldots, y_p\right) \in \mathbf{R}^p$ に関して、

$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i \geq y_i \quad \left(\forall i = 1, \ldots, p\right)$; $\mathbf{x} > \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ & $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$; $\mathbf{x} \gg \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i > y_i \quad \left(\forall i = 1, \ldots, p\right)$.

また、$\neg(\cdot)$ で、$(\cdot)$ の記述の否定を表すものとする。例えば、$\neg\left(\mathbf{x} \geq \mathbf{y}\right)$ ならば、$\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ ではない事を意味する。すなわち、[$\exists i = 1, \ldots, p : x_i < y_i$]を意味するものとする。

に関与する可能性がある。各t期において、彼が他人に雇われている下での労働量を$\gamma_{0t}^{\nu} \in [0,1]$で表す。また、第$t$期における、$\nu$の労働投入量は$l_t^{\nu} \equiv \alpha_{0t}^{\nu} + \gamma_{0t}^{\nu}$、消費活動は$\mathbf{c}_t^{\nu} \in \mathbf{R}_+^n$、で表す事にする。この家計の$kT$世代の個人$\nu$が誕生時において遺産として保有する資本賦存ベクトルを$\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu} \in \mathbf{R}_+^n$で表し、また、第$t$期における$\nu$の資本の貨幣価値は市場価格体系が$(\mathbf{p}_t, w_t) \in \mathbf{R}_+^{n+1}$である下で、$W_t^{\nu} \equiv \mathbf{p}_t \boldsymbol{\omega}_t^{\nu}$で表される。但し、ここで、$w_t$は賃金率を表す。個人$\nu$の厚生水準は効用関数$u(\mathbf{c}_t^{\nu}, l_t^{\nu})$で表される。この効用関数に関しては、以下の仮定を満たすものとする：

A4. $u(\mathbf{c}_t^{\nu}, l_t^{\nu}) = v(\mathbf{c}_t^{\nu}) + 1 - \phi(l_t^{\nu})$, *但し、$v$は2階連続微分可能、強準凹、かつ1次同次な単調強増加関数であり、他方、$-\phi$は2階連続微分可能、強凹、かつ強単調減少である。*

最後に、$0 < \rho \leq 1$は時間選好率を表す。以上より、kT世代がその誕生時に直面する**異時点間経済環境**は$\left\langle N; P; u; (\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu})_{\nu \in N} \right\rangle$で与えられる。

任意のkT世代を取り上げる。この世代に生存する任意の主体νの生涯消費計画は$\mathbf{c}^{\nu} = \{\mathbf{c}_t^{\nu}\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$で表され、同様の意味で$\boldsymbol{\alpha}^{\nu}$, $\boldsymbol{\beta}^{\nu}$, γ^{ν}, $\mathbf{s}^{\nu}$, l^{ν}, $\boldsymbol{\omega}^{\nu}$等の記号を用いる。但し、$\mathbf{s}^{\nu} = \{\mathbf{s}_t^{\nu}\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$、$\mathbf{s}_t^{\nu} \in \mathbf{R}^n$は来期への資本財投資に関する生涯計画を表している。各期の投資計画$\mathbf{s}_t^{\nu}$は必ずしも非負のベクトルである必要はない。かくして、主体νの生涯経済計画は$\boldsymbol{\xi}^{\nu} \equiv (\boldsymbol{\alpha}^{\nu}, \boldsymbol{\beta}^{\nu}, \gamma^{\nu}, \mathbf{c}^{\nu}, \mathbf{s}^{\nu})$で記述される。また、世代$kT$の生涯期間における価格体系の経路は、$(\mathbf{p}, w) \equiv \{(\mathbf{p}_t, w_t)\}_{t=kT}^{(k+1)T-1}$で表す。さて、各世代$kT$の各主体$\nu \in N$は、もし価格体系の経路が$(\mathbf{p}, w)$として与えられるならば、その誕生時において以下の様な動学的意思決定問題を解くものと想定しよう：

$$\max_{\boldsymbol{\xi}^{\nu}} \sum_{t=kT}^{(k+1)T-1} \rho^t u(\mathbf{c}_t^{\nu}, l_t^{\nu}) \tag{P1}$$

$$\text{s. t. } \mathbf{p}_t(\overline{\boldsymbol{\alpha}}_t^{\nu} - \underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^{\nu}) + \left[\mathbf{p}_t(\overline{\boldsymbol{\beta}}_t^{\nu} - \underline{\boldsymbol{\beta}}_t^{\nu}) - w_t \beta_{0t}^{\nu}\right] + w_t \gamma_{0t}^{\nu} = \mathbf{p}_t \mathbf{c}_t^{\nu} + \mathbf{p}_t \mathbf{s}_t^{\nu},\ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T-1,$$

$$\mathbf{p}_t \underline{\boldsymbol{\alpha}}_t^{\nu} + \mathbf{p}_t \underline{\boldsymbol{\beta}}_t^{\nu} = \mathbf{p}_t \boldsymbol{\omega}_t^{\nu} \equiv W_t^{\nu},\ \boldsymbol{\alpha}_t^{\nu} \in P,\ \boldsymbol{\beta}_t^{\nu} \in P,\ l_t^{\nu} \leq 1,\ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T-1,$$

$$\boldsymbol{\omega}_{t+1}^{\nu} = \boldsymbol{\omega}_t^{\nu} + \mathbf{s}_t^{\nu},\ \forall t = kT, \ldots, (k+1)T-1,$$

$$\boldsymbol{\omega}^{\nu}_{(k+1)T} \geq \boldsymbol{\omega}^{\nu}_{kT}.$$

すなわち、各世代における各主体は、(1)３つのカテゴリーの生産活動による収入の範囲内で今期の消費と貯蓄の配分を行う；(2)自分の所有する金融資本価値額の範囲内で、それを自営業的生産活動の為の資本財購入に用いるか、他者を雇用しての生産活動の為の資本財購入に用いるかの配分を行う；(3)来期にこの主体の保有する資本ストックは今期に賦存する資本ストックと今期の資本財の新投資の総和である；(4)少なくとも自分が誕生時に遺産として受け継いだ資本蓄積水準は、次世代の期間に移動する際に次世代の主体への遺産として、確保しておかなければならない、以上の制約条件の下での自己の生涯効用の現在割引価値の最大化問題を解く。この問題の最適解の集合を $\mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p}, w)$ で記す事にしよう。

以下、$\boldsymbol{\alpha}_t \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\alpha}^{\nu}_t$ 、$\boldsymbol{\beta}_t \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\beta}^{\nu}_t$ 、$\gamma_t \equiv \sum_{\nu \in N} \gamma^{\nu}_t$ 、$\mathbf{c}_t \equiv \sum_{\nu \in N} \mathbf{c}^{\nu}_t$ 、$\mathbf{s}_t \equiv \sum_{\nu \in N} \mathbf{s}^{\nu}_t$ 、及び、$\boldsymbol{\omega}_t \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\omega}^{\nu}_t$ とする。各世代の各主体が解く問題(P1)の解が、世代内的にも世代間的にも相互に整合的であるような価格体系と資源配分の時系列のプロフィールによって、均衡解概念を以下の様に定義する:

定義 1. [Veneziani and Yoshihara (2010)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N; P; u; \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}_{kT}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して、プロフィール* $\left(\left(\mathbf{p}, w\right), \left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$ *が 1 つの* ***異時点間再生産可能解 (an intertemporal reproducible solution) (IRS)*** *であるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\forall \nu \in N$, $\boldsymbol{\xi}^{\nu} \in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p}, w)$, (生涯効用最大化条件)；

(b) $\forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,\ \ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_t + \hat{\boldsymbol{\beta}}_t \geq \mathbf{c}_t + \mathbf{s}_t$, (各期再生産可能条件)；

(c) $\forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,\ \ \beta_{0t} \leq \gamma_{0t}$ (各期労働市場均衡条件)；

(d) $\forall t = kT, \ldots, (k+1)T - 1,\ \ \underline{\boldsymbol{\alpha}}_t + \underline{\boldsymbol{\beta}}_t \leq \boldsymbol{\omega}_t$ (各期社会的実行可能性条件); &

(e) $\boldsymbol{\omega}_{(k+1)T} \geq \boldsymbol{\omega}_{kT}$ (世代間資本蓄積条件).

定義 1.の 5 つの条件のうち、(a)は異時点間再生産可能解での市場価格体系の下で、各世代の各個人は、T 期間生存する自己の生涯効用最大化計画を遂行している事を意味する。条件(e)は、各世代は、社会総体として、自分達が前の世代から継承した資本蓄積水準は少なくとも維持する様に、後世世代への資本ストックを遺産として残さなければならない事を意味する。条件(d)は、各期において社会総体として賦存する総資本財賦存量 $\boldsymbol{\omega}$ の範囲内で生産活動を行っている事を意味する。これはこの経済モデルに暗黙裡に時間的構造を導入

している事を意味している。[10] ここでは基本的に賃金後払い制度に対応した総資本制約条件を基本としている。条件(c)は各期における労働市場の均衡条件を表している。最後に条件(b)は、各期における消費財と投資財の需給条件を表している。すなわち、各期の総消費財需要と総投資財需要は、この期の総純産出から供給されなければならない事を意味している。条件(b)のもう一つの説得力ある解釈としては、総投資財需要が非負ベクトルである事から、今生産期間の期首に社会に賦存した資本財ストック量$\boldsymbol{\omega}$を今生産期間の期末において再現可能である為の条件を表しており、来期の生産においても再び最低限$\boldsymbol{\omega}$の量だけの総資本財ストックを投下して生産可能である(少なくともいわゆる単純再生産可能である)事を要請するものである。[11]

以上の均衡概念は、いわば、新古典派における動学的完全競争均衡解に相当するものである[12]が、そのような均衡配分の動学経路が長期定常均衡になる場合について、特に定めるのが、以下の解概念である：

定義 2. [Veneziani and Yoshihara (2010)]: *任意の異時点間経済環境*$\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$*に対して、プロフィール*$\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\xi}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right)$*が 1 つの**定常的異時点間再生産可能解 (a stationary intertemporal reproducible solution) (SIRS)**であるのは、そのプロフィールが、各期間の各主体に関して、問題(P2)の解において*$\mathbf{s}_t^{\nu}=\mathbf{0}$*となっており、かつある価格体系*$\left(\mathbf{p}^*,r^*\right)\in\mathbf{R}_+^{n+1}$*が存在して、以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(1) $\forall t$, $\left(\mathbf{p}_t,r_t\right)=\left(\mathbf{p}^*,r^*\right)$; (2) $\forall t$, $\left(\boldsymbol{\alpha}_t,\boldsymbol{\beta}_t,z_t\right)=\left(\boldsymbol{\alpha}_{t+1},\boldsymbol{\beta}_{t+1},z_{t+1}\right)$; (3) $\forall t$, $\mathbf{c}_t=\mathbf{c}_{t+1}$.

すなわち、定常的異時点間再生産可能解とは全ての期に跨って、同じ価格体系と同じ総生産点、及び同じ総消費ベクトルが、各個人の問題(P1)の解の総計値として、繰り返されるような定常的な均衡経路である。さらにここでは、その任意の期において資本蓄積率はゼロとなっており、従って、資本ストック水準が一定のままで推移する、そのような異時点間資源配分の意思決定が各経済主体にとっての最適解となるような均衡経路という性格を有している。これは言わば、新古典派マクロの最適成長理論における定常成長解での 1 人当たり資本蓄積水準に、社会の 1 人当たり総資本ストックが達している状況に相当する。

定常的異時点間再生産可能解(SIRS)の存在は、Veneziani and Yoshihara (2010)において証明されている。以下では、資本主義的経済の動学的資源配分経路が SIRS の下にあ

---

[10] この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。
[11] この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。
[12] 定義 1 の条件(e)は、新古典派の標準的な動学的完全競争均衡の条件ではないが、生存期間 Tを無限に大きく取れば、横断条件の成立によって、事実上条件(e)はネグリジブルになると見なしてよいだろう。

る状況を想定し、とりわけ、多くのケースで、$T=1$を想定して考える事にしたい。そのケースは、一時的完全競争均衡の1つに還元され、それはRoemer (1981, 1982)が**再生産可能解**(reproducible solution) (RS)と称したケースの1つになる。以下では、$T=1$のケースにおけるSIRSを考察する際には、それを特に、再生産可能解(RS)と称する事にしたい。

3. マルクスの基本定理

本節では、マルクスの基本定理について議論する。その為に、前節の最も一般的なマルクス派一般均衡モデルの特殊ケースとして、本節では、社会は2つの人々のグループK及びOから構成されると仮定する。グループKは資本家階級に属する人々からなる集合であって、任意の資本家$\nu \in K$は、財の初期賦存ベクトル$\boldsymbol{\omega}^{\nu} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$を**私的所有**している。グループ$K$に属する人々は、労働市場に参入する事無く、資本利潤収入のみが所得を構成する人々であると、ここでは仮定する。他方、グループOは労働者階級に属する人々からなる集合であって、Oに属する全ての労働者のn種類の財の初期賦存は$\mathbf{0} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$であって、無所有である。このグループの個人たちは、資本が無所有である事から、利潤収入を期待する事は不可能であり、専ら、労働を供給して賃金収入を得るしかない――さもなくば、国家からの何らかの最低福祉支給でもって生きていくしかない――ものである。彼らは単に1労働日に1単位の労働を提供する能力(**労働力**)を有しているだけであり、その能力の格差は存在しない。また、彼らの提供する労働は同質である。また、労働者の**生存消費ベクトル**(subsistent consumption vector)を導入する。全ての労働者は1労働日に1単位の労働を提供する事の対価として、少なくとも$\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$の消費財ベクトルを購入可能なだけの賃金収入を必要とする。$\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$の消費財ベクトルを購入不可能な水準の賃金収入の場合、労働者達は翌日行使する為の労働力を再生産する事が出来なくなる故、労働市場から撤退すると考えられる――すなわち、$\mathbf{b}$は国家の最低福祉支給水準に相当する――。また、余暇への選好は存在しないものとする。以上より、**1つの資本主義経済**(a capitalist economy)をリスト$\left\langle K, O; (P, \mathbf{b}); (\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu \in K} \right\rangle$で表す。尚、$P(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{ \boldsymbol{\alpha} \in P \middle| \boldsymbol{\alpha} = (-1, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}) \right\}$という記号を以下、適時、使用する。また、**労働投入量1単位の下で純生産可能な財ベクトル集合**を、

$$\hat{P}(\alpha_0 = 1) \equiv \left\{ \hat{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}^n \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} = (-1, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}) \in P : \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \geq \hat{\boldsymbol{\alpha}} \right\}$$

とする。また、任意の集合Xに関して、$\partial X \equiv \left\{ \mathbf{x} \in X \middle| \neg (\exists \mathbf{x}' \in X) : \mathbf{x}' \gg \mathbf{x} \right\}$と表す。例えば、$\partial P$は集合$P$の境界(boundary)集合である。

また、以下では、$T=1$のケースのSIRSを想定する。その場合、SIRSは特に以下の条件に還元される状況を考える：

定義 3. [Roemer (1981)]: *任意の資本主義経済* $\left\langle K,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in K}\right\rangle$ *に対して、あるペア* $((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha})\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}\times P$ *が一つの* ***再生産可能解 (a reproducible solution) (RS)*** *と呼ばれるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである:*

(a*) $\forall\nu\in K$, $\boldsymbol{\alpha}^{\nu}=\arg\max_{\boldsymbol{\alpha}^{\nu}=(-\alpha_0^{\nu},-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu})\in P}\ \mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}-\left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+w\alpha_0^{\nu}\right)$ s.t. $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\leq\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$

但し $\boldsymbol{\alpha}\equiv\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}^{\nu}$ (利潤最大化条件);

(b*) $\hat{\boldsymbol{\alpha}}\geq\alpha_0\mathbf{b}$, 但し $\boldsymbol{\alpha}=(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\in P$ & $\hat{\boldsymbol{\alpha}}=\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}$ (再生産可能条件);

(c*) $w=\mathbf{pb}$ (生存賃金均衡条件);

(d*) $\underline{\boldsymbol{\alpha}}\leq\boldsymbol{\omega}$ (社会的実行可能性条件).

条件(a*)は、均衡において各資本家$\nu\in K$は所有資本制約の下での利潤最大化生産活動を実行している事を意味する。彼等は労働供給は一切しないので、利潤最大化を実現する為の労働需要は専ら労働者を雇用する事によって満たされる。条件(b*)は、定義 1 の条件(b)に関して、資本主義経済$\left\langle K,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in K}\right\rangle$においては、消費財を需要するのが集合$O$に属する労働者たちのみであり、かつ彼らの消費活動は、生存消費ベクトルを供給労働時間分だけ消費するのみという特殊なケースに対応する。また、条件(c*)は資本主義経済$\left\langle K,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in K}\right\rangle$における労働市場均衡条件を表している。$w=\mathbf{pb}$とは、この再生産可能解においては、労働者の賃金率は、1 単位の 1 日労働力の行使に際して必要な生存消費ベクトル$\mathbf{b}$の購入に要する最少額として、決まる事を意味する。これは、当該資本主義社会において、いわゆる**マルクスの相対的過剰人口**が存在する事を前提している。[13]

我々はさらに、生産可能性集合Pについて、以下の様な単純なケース、すなわち、**レオンチェフ生産技術体系**(A,I,L)を考える。ここで**投入行列**Aは$n\times n$型非負正方行列であり、その各成分$a_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準に必要な財iの投入量を意味する。また、Iは$n\times n$型単位行列であって、これは**産出行列**を意味する。その各成分$b_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準で可能な財iの産出量を意味するものであって、特に$i=j$の場合には$b_{ij}=1$であって、かつ、$i\neq j$の場合には$b_{ij}=0$となるような行列である。他方、**直接労働投入ベクトル**であるLは$1\times n$型非負行ベクトルであって、その各成分$L_j\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準当たりに必要な直接労働投入量を意味する。この(A,I,L)に対応する生産可能性集合は

[13] つまり、定義 1 の条件(c)は、厳密な不等号で成立している事を前提している。この意味についての詳細な説明は、吉原(2008)の 2 章 2.1 節を参照の事。

$$P_{(A,I,L)} \equiv \left\{ \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in \mathbf{R}_- \times \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n \middle| \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^n : \left(-L\mathbf{x}, -A\mathbf{x}, \mathbf{x}\right) \geq \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \right\}$$

で与えられる。この $P_{(A,I,L)}$ は $\mathbf{R}_- \times \mathbf{R}_-^n \times \mathbf{R}_+^n$ における閉凸錘集合であり、$\mathbf{0} \in P_{(A,I,L)}$ である。

このレオンチェフ生産体系 (A, I, L) においては、一般的な閉凸錘の生産可能性集合に関する仮定 A1 と A2 が以下の様に、簡単化される:

A1'. $L \gg \mathbf{0}$;

A2'. $\forall \mathbf{c} \in \mathbf{R}_+^n$, $\exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^n$ s.t. $\mathbf{x} - A\mathbf{x} \geq \mathbf{c}$.

但し $\mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^n$ は $n \times 1$ 型列ベクトルであって、その各成分 $x_i \geq 0$ は財 i の粗生産活動水準を表す。

森嶋型の労働価値を定義しよう。

定義 4. [Morishima (1974)]: *任意の非負財ベクトル* $\mathbf{c} \in \mathbf{R}_+^n$ *の労働価値(labor value of* $\mathbf{c}$*)* は以下のように与えられる:

$$l.v.(\mathbf{c}) \equiv \min \left\{ \alpha_0 \middle| \exists \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P : \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{c} \right\}.$$

この定義は、一般的な凸錘生産可能性集合の想定の下で与えられているが、生産可能性集合が特殊なレオンチェフ体系 $P_{(A,I,L)}$ であっても、この定義はそのまま踏襲される。のみならず、レオンチェフ体系の場合、労働価値は各財 1 単位ごとの値として定義したものが加法性を有する事が知られている。[14] その場合、仮定 A1'と A2'の下で、各財 1 単位ごとの労働価値量を規定する正の労働価値ベクトル $\boldsymbol{\Lambda} \equiv L[I - A]^{-1} \gg \mathbf{0}$ を定義する事ができる。ここで $[I - A]^{-1}$ の数学的性質より、労働価値ベクトルは

$$\boldsymbol{\Lambda} = L + L\left[\sum_{t=1}^{\infty} A^t\right] \tag{2}$$

と表せる。この(2)式の右辺第 1 項は各財の 1 単位生産に要する直接投入労働量を意味し、第 2 項は間接投入労働量の総計を意味する。この第 2 項は、資本財を構成する財はそれぞれ再生産可能な財であり、各財 1 単位生産の間接投入労働量とは、歴史を遡って全ての過去の労働投入の総量によって近似され得る事を意味している。これは、商品の自然価格は投下労働量によって近似できるとするリカードの立場を支持するものである。

同様にして、今、労働者の実質賃金ベクトル $\mathbf{b}$ の労働価値を $l.v.(\mathbf{b})$ によって定義できる。これは、労働力の再生産の為に最低限必要な財ベクトル $\mathbf{b}$ の生産の為の社会的必要労働量であり、労働者の 1 日 1 単位労働の中の**必要労働時間**に相当する。従って、労働搾取

[14] Morishima and Catephores (1978; Section 2.2)を参照の事。

率は、剰余労働時間を必要労働時間で除した値として、以下の様に定義される:

定義 5. [Morishima (1974)]: 所与の*実質賃金ベクトル* $\mathbf{b}$ *における労働の搾取率(the rate of labor exploitation)*は以下のように与えられる:

$$e(\mathbf{b}) \equiv \frac{1-l.v.(\mathbf{b})}{l.v.(\mathbf{b})}.$$

このとき、以下の定理が成立する:

定理 1. [Okishio (1963)] (Fundamental Marxian Theorem; FMT): *任意の資本主義経済* $\left\langle K,O;\left(P_{(A,I,L)},\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in K}\right\rangle$ *において、任意の再生産可能解* $\left(\left(\mathbf{p}^*,w^*\right),\boldsymbol{\alpha}^*\right)$ *が**正の利潤**を伴う為の必要十分条件は* $e(\mathbf{b})>0$ *である。*

この定理の証明は、従来、線形代数の技法を用いてなされてきた。しかし、その場合、定理の成立する資源配分状態に関する直観が掴みづらいという問題がある。それを踏まえて、吉原(2008; 2010)は、$n=2$ と仮定し、投入行列 A は分解不可能と仮定した下での、幾何的手法を用いた FMT の証明を提示した。以下では、その幾何的証明を見る事にしたい。

準備段階として、$n=2$、及び、投入行列 A の分解不可能の仮定より、純生産可能性条件 A2'は、2×2 型投入行列の想定の下、以下のように図示される:[15]

【図 1 挿入】

上記の図 1 では、財 1 の 1 単位粗産出のために、$a_{11}\geq 0$ の財 1 と $a_{21}>0$ の財 2 の投入が必要である事、そして、財 1 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_1=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix}1-a_{11}\\-a_{21}\end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する事を表している。同様に、財 2 の 1 単位粗産出のために、$a_{12}>0$ の財 1 と $a_{22}\geq 0$ の財 2 の投入が必要である。そして、財 2 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_2=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix}-a_{12}\\1-a_{22}\end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する。さらに、図 1 は、産出活動 $\mathbf{e}_1$ と産出活動 $\mathbf{e}_2$ の適切な 1 次結合によって得られる産出活動 $\mathbf{x}=t\mathbf{e}_1+(1-t)\mathbf{e}_2$ (但し $0\leq t\leq 1$)の適当なスカラー倍 $q\mathbf{x}$ (但し、$q>0$)によって、$\mathbf{R}^2_+$ 上の任意の点をカバーできる事を示している。例えば図 1 の点 $\mathbf{b}\in\mathbf{R}^2_{++}$ の任意のスカラー倍 $q\mathbf{b}\in\mathbf{R}^2_{++}$ に対して、それを純産出可能とするような産出活動 $q'\mathbf{x}\in\mathbf{R}^2_{++}$ が存在する事を確認できる。

以下では、市場均衡として再生産可能解 $\left(\left(\mathbf{p}^*,1\right),\boldsymbol{\alpha}^*\right)$ を想定——賃金率を $w=1$ に基

[15] 2×2 非負行列 A が分解不可能となる為には、$a_{21}>0$, $a_{12}>0$ である事が必要十分である。

準化する——し、この財価格ベクトル$\mathbf{p}^*$を$\mathbf{p}^*\mathbf{b}=1$と基準化された正ベクトルとする。この価格ベクトルは、再生産可能解の性質より、2 部門間における均等利潤率によって特徴付けられる。[16] すなわち、ある正のスカラーπに関して、

$$\mathbf{p}^* = (1+\pi)\mathbf{p}^* A + L \tag{3}$$

が成り立つ。また、対応する総生産点$\boldsymbol{\alpha}^*$はレオンチェフ生産体系の下では、ある適当な操業水準ベクトル$\mathbf{x}' \in \mathbf{R}_+^2$を用いて、$\boldsymbol{\alpha}^* = (-L\mathbf{x}', -A\mathbf{x}', \mathbf{x}')$で表せる。ここで 2 つの部門それぞれの単位操業ベクトル$\mathbf{e}_1$，$\mathbf{e}_2$それぞれを、ある同一の売上収入量に対応する操業水準が 1 単位となるように、単位変換を行う。第 1 に、適当な 2 つの正のスカラー、$x_1 > 0$及び$x_2 > 0$を取る事によって、$\left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A\right] x_1 \mathbf{e}_1 = \left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A\right] x_2 \mathbf{e}_2$となるようにする。第 2 に、適当な$\lambda^* \in [0,1]$及び$\mu' > 0$を選ぶ事によって、再生産可能解の下での総操業水準ベクトル$\mathbf{x}'$は、

$$\mathbf{x}' = \mu' \left[\lambda^* x_1 \mathbf{e}_1 + (1-\lambda^*) x_2 \mathbf{e}_2 \right] \tag{4}$$

と表せる。さらに、$\mu^* \equiv \frac{\mu'}{L\mathbf{x}'}$と置いて

$$\mathbf{x}^* \equiv \mu^* \left[\lambda^* x_1 \mathbf{e}_1 + (1-\lambda^*) x_2 \mathbf{e}_2 \right] \tag{5}$$

と定義する。このベクトル$\mathbf{x}^*$は、再生産可能解の下での 1 労働日当たり操業ベクトルである。このx_1，x_2，及びμ^*を用いて、$\mathbf{e}_1' \equiv \mu^* x_1 \mathbf{e}_1$かつ、$\mathbf{e}_2' \equiv \mu^* x_2 \mathbf{e}_2$と、それぞれの部門の単位操業ベクトルの変換を行う。この新たな$\mathbf{e}_1'$，$\mathbf{e}_2'$の下では

$$\left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A\right] \mathbf{e}_1' = \left[\mathbf{p}^* - \mathbf{p}^* A\right] \mathbf{e}_2' \tag{6}$$

が従う。ここで、財 1 産業及び第 2 産業各々の新たな 1 単位粗産出活動に対応する 2 つの純産出ベクトル$[I-A]\mathbf{e}_1'$及び$[I-A]\mathbf{e}_2'$を結ぶ線分を、**単位純産出量曲線**

$$\partial \hat{P}(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2') \equiv \left\{ (I-A)\mathbf{x} \,\middle|\, \exists \lambda \in [0,1] : \mathbf{x} = \lambda \mathbf{e}_1' + (1-\lambda)\mathbf{e}_2' \right\}$$

と定義しよう。このとき、$(I-A)\mathbf{x}^* \in \partial \hat{P}(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2')$である。また、(6)式の成立は、価格ベクトル$\mathbf{p}^*$が単位純産出量曲線の法線ベクトルとなる事を意味する。すなわち$\partial \hat{P}(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2')$と$\mathbf{p}^*$は直交する。ところで、1 労働日あたり可能純産出集合を

$$\hat{P}(L\mathbf{x}=1) \equiv \left\{ (I-A)\mathbf{x} \,\middle|\, \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^2 : L\mathbf{x} \leq 1 \right\} \quad \& \quad \partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1) \equiv \left\{ (I-A)\mathbf{x} \,\middle|\, \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^2 : L\mathbf{x} = 1 \right\}$$

と置くと、$\mathbf{x}^*$に関する(4), (5)の定義より、及び定義 1-(b*)より、

$$(I-A)\mathbf{x}^* \in \partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1) \quad \& \quad (I-A)\mathbf{x}^* \geq \mathbf{b} \tag{7}$$

[16] そのような価格体系は、レオンチェフ生産体系に関する仮定 **A1'**と **A2'** と投入行列の分解不可能より、数学的にはペロン=フロベニウス定理によって保証される唯一の固有ベクトルとして特徴付けられる。

が成立する。すなわち、操業ベクトル$\mathbf{x}^*$の実行によって、1 労働日が投下される。このとき、価格ベクトル$\mathbf{p}^*$の下での利潤量は

$$\mathbf{p}^*\left[(I-A)\mathbf{x}^*-\mathbf{b}\right] \tag{8}$$

で表される。つまり売上収入$\mathbf{p}^*(I-A)\mathbf{x}^*$と賃金コスト$\mathbf{p}^*\mathbf{b}=1$の差で利潤の大きさが表される。この(8)式の値に等しい利潤量は、均等利潤率の条件(3)式より、$\mathbf{p}^*A\mathbf{x}=\mathbf{p}^*A\mathbf{x}^*$となる任意の非負操業ベクトル$\mathbf{x}$に関して実現可能である。しかし、そのようなベクトル$\mathbf{x}$に対応する労働投入量$L\mathbf{x}$は、部門 1 と部門 2 の資本-労働比率が等しくなる特殊なケースを除いて、一般に 1 に等しくはならない。[17] 部門 1 と部門 2 の資本-労働比率が異なる場合、集合$\partial\hat{P}(\mathbf{e}'_1,\mathbf{e}'_2)$と集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$とは唯一、$(I-A)\mathbf{x}^*$のみを共通の要素として持つ。すなわち:

$$\left\{(I-A)\mathbf{x}^*\right\}=\partial\hat{P}(\mathbf{e}'_1,\mathbf{e}'_2)\cap\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1). \tag{9}$$

再生産可能解の下での総操業水準ベクトルが$\mathbf{x}'$である事より、また、再生産可能解の定義 3-(a*)及び定義 3-(d*)と価格ベクトル$\mathbf{p}^*$が正である事より、総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の下で$A\mathbf{x}'=\boldsymbol{\omega}$が成立する。ここでもし$L\mathbf{x}'=1$であれば、$A\mathbf{x}^*=\boldsymbol{\omega}$となる。すなわち、$\boldsymbol{\alpha}^*=\left(-L\mathbf{x}^*,-A\mathbf{x}^*,\mathbf{x}^*\right)$としたときペア$\left((\mathbf{p}^*,1),\boldsymbol{\alpha}^*\right)$は、$A\mathbf{x}^*=\boldsymbol{\omega}$となるような総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の下で、再生産可能解となる。このような再生産可能解$\left((\mathbf{p}^*,1),\boldsymbol{\alpha}^*\right)$を図示したのが、図 2 である 。但し、図 2 において、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*\equiv\mathbf{x}^*-A\mathbf{x}^*$である。また、$\mathbf{a}_1\equiv A\mathbf{e}'_1$かつ$\mathbf{a}_2\equiv A\mathbf{e}'_2$である。

【図 2 挿入】

図 2 が示す様に、価格$\mathbf{p}^*$は単位純産出量曲線$\partial\hat{P}(\mathbf{e}'_1,\mathbf{e}'_2)$の法線ベクトルであり、(8)式より点$(I-A)\mathbf{x}^*$は単位純産出量曲線と平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$の交差上に位置する。また、1 労働日を供給する労働者の賃金収入はちょうどベクトル$\mathbf{b}$を購入するのに必要かつ十分な水準であるので、彼の予算曲線は点$\mathbf{b}$を通過し、法線ベクトルが$\mathbf{p}^*$となる$\mathbf{R}^2_+$上の線分である。また、図 2 上で「profit」と記載された単位純産出量曲線と労働者の予算曲線の b-切片間の差部分は(8)式における利潤量を表している。

以上の準備の下、定理 1 の証明を行う事ができる。

定理 1 の証明: この定理の証明を図 2 で描かれた再生産可能解を所与として、幾何的に与える。この再生産可能解における純産出水準$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*=\mathbf{x}^*-A\mathbf{x}^*$のときの直接労働投入量が

[17] その性質は、均等利潤率の条件(3)と(6)式の性質より、各部門の単位操業水準の下での労働投下量に関して$L\mathbf{e}'_1=L\mathbf{e}'_2=1$であるときには、必ず$\mathbf{p}^*A\mathbf{e}'_1=\mathbf{p}^*A\mathbf{e}'_2$となる事、従って両部門の資本 - 労働比率が等しくなる事より従う。

$L\mathbf{x}^*=1$であった。また、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*$以外にも、1 単位の直接労働投入によって純産出可能な財ベクトルの集合が$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$として定義されていた。換言すれば、この集合は、それを純産出する際に要する最小労働投入量が 1 となる財ベクトルの集合なので、定義 4 より、その労働価値量が 1 となる財ベクトルの集合である。この集合は、図 2 において、点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*$を通過する右下がりの直線として描く事ができる。点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*$を通過する事については、(9)式、及び$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*=\mathbf{x}^*-A\mathbf{x}^*$より、明らかである。右下がり直線の性質に関して：$A$の分解不可能性及びA2'より、純産出ベクトル$[I-A]\mathbf{e}_1'$及び$[I-A]\mathbf{e}_2'$のいずれとも$\mathbf{R}_+^2$には属さず、また両ベクトルの為す角が 90 度より大かつ 180 度未満となる。その場合、任意の$\mu_1>0$及び$\mu_2>0$に関して、ベクトル$\mu_1[I-A]\mathbf{e}_1'$とベクトル$\mu_2[I-A]\mathbf{e}_2'$を結ぶ線分は右下がりとなる。$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$はそのような線分の 1 特殊例に他ならないので、それは右下がりの直線として描かれる。

さて、$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$は労働価値量が 1 となる財ベクトルの集合であるので、この平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$の法線ベクトルは、その各成分が財 1 及び財 2 それぞれの **1 単位当たり労働価値**を表すものに他ならない。この法線ベクトルを$\boldsymbol{\Lambda}$で記す。右下がりの平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$に直交するベクトルである事から、必ず$\boldsymbol{\Lambda}\gg\mathbf{0}$となる。かくして、任意の$\mathbf{y}\in\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$に関して、$\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{y}=\boldsymbol{\Lambda}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*=1$となるので、集合$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$は点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*$と正の法線ベクトル$\boldsymbol{\Lambda}$によって定義される超平面$H(\boldsymbol{\Lambda},\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*)\equiv\left\{\mathbf{y}\in\mathbf{R}^2\,\middle|\,\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{y}=\boldsymbol{\Lambda}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*\right\}$の部分集合に他ならない。法線ベクトルが再生産可能解の価格ベクトル$\mathbf{p}^*$である単位純産出量曲線$\partial\hat{P}(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2')$と平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$とが点$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*$上で交差して、一般には一致しないのは、前者が同一売上収入当たりの純産出ベクトルの軌跡であり、後者が 1 労働日投下当たりの純産出ベクトルの軌跡である事と、第 1 部門と第 2 部門の資本-労働比率が一般には異なる性質に対応している。その事は、均等利潤率の下での価格ベクトル$\mathbf{p}^*$と労働価値ベクトル$\boldsymbol{\Lambda}$が一致しない事にも対応している。逆に$\partial\hat{P}(\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2')$と$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$が一致する状況とは、第 1 部門と第 2 部門の資本-労働比率が一致する状況に対応し、同時に$\mathbf{p}^*$と$\boldsymbol{\Lambda}$が一致する状況に対応している。

【図 3 挿入】

集合$\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$は、平面$\partial\hat{P}(L\mathbf{x}=1)$及びその下方領域として、幾何的に表される。

特に図 3 の射影領域は、点$\mathbf{b}$を通過し法線ベクトルが$\mathbf{\Lambda}$となる超平面$H(\mathbf{\Lambda},\mathbf{b})$の下方領域を$H_{-}(\mathbf{\Lambda},\mathbf{b}) \equiv \{\mathbf{y} \in \mathbf{R}^2 | \mathbf{\Lambda y} \leq \mathbf{\Lambda b}\}$と定義したときの、集合$\hat{P}(L\mathbf{x}=1) \cap H_{-}(\mathbf{\Lambda},\mathbf{b})$を表している。

ところで、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^* \in \partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1)$かつ$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^* \geq (\neq) \mathbf{b}$であり、平面$\partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1)$が右下がりの線分であるので、必ず$\mathbf{b} \in \hat{P}(L\mathbf{x}=1) \setminus \partial \hat{P}(L\mathbf{x}=1)$となる。これは超平面$H(\mathbf{\Lambda},\mathbf{b})$が超平面$H(\mathbf{\Lambda},\hat{\boldsymbol{\alpha}}^*)$の下部に位置する事を意味し、実質賃金ベクトル$\mathbf{b}$の純産出に要する最小労働量が 1 より小さい事、すなわち、$l.v.(\mathbf{b})<1$を意味する。よって、定義 5 より労働搾取率が正である。

逆に、もし再生産可能解$((\mathbf{p}^*,1),\boldsymbol{\alpha}^*)$が正の利潤を伴わない状況を考えてみよう。利潤最大化を目的とする資本家は、もし生産活動の結果が負の利潤しか生まなければ、生産計画$\mathbf{0} \in P$によって最適化できるから、再生産可能解で利潤が正でないとすれば、それは利潤ゼロのケースしか有り得ない。また、定義 3 の条件(b*)より、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^* \geq \mathbf{b}$でなければならないが、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^* > \mathbf{b}$であれば、再生産可能解を特徴付ける正ベクトル$\mathbf{p}^*$の下で、正の利潤が生じてしまうので、結局、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^* = \mathbf{b}$となるしかない。よってこれまでの議論から明らかなように、$l.v.(\mathbf{b})=1$となり、その結果、労働搾取は存在しない事が解る。以上によって、マルクスの基本定理がこの 2 財のレオンチェフ経済の下で証明された。 **Q.E.D.**

上記定理は、レオンチェフ経済モデルの下で、伝統的な置塩-森嶋型の労働搾取の定式と、全ての労働者の消費ベクトルを生存消費ベクトルであるような再生産可能解を前提にした FMT である。本稿 1.2 節及び 1.3 節でも言及した様に、レオンチェフ経済モデルをより一般的な閉凸錘経済モデルに拡張するなり、あるいは労働者の消費ベクトルの多様性を導入する場合には、置塩-森嶋型の労働搾取の定式の下ではもはや FMT は維持されない。しかしながら、レオンチェフ経済モデルを前提する限り、固定的生存消費ベクトルの存在は、伝統的な置塩-森嶋型の労働搾取の定式の下での FMT の成立にとって、不可欠な前提ではない。すなわち、レオンチェフ経済モデルの下で、個々の労働者の消費需要ベクトルが多様であったとしても、置塩-森嶋型の労働搾取の定式の前提の下で依然として FMT は成立するのである。この点について、本稿ではこれ以上の言及は行わないが、興味のある読者は吉原(2008)の第 3 章の定理 3.2 を参照されたい。

4. 一般化された商品搾取定理

本節では、「一般化された商品搾取定理」(GCET) [Bowles & Gintis (1981); Roemer (1982); Samuelson (1982)]に関する最新の研究成果について紹介する。GCET は、レオンチェフ経済モデルに関するいかなる前提条件の下で成立するであろうか？例えば、少なくとも拡大投入行列が分解不能である場合には、定理は成立する。その条件は、投入行列Aが

分解不可能であるか、もしくは仮定 **A1'**の下では、n種類の財の全てが労働者によって消費されるような経済であれば満たされる。つまり$\mathbf{b} \gg \mathbf{0}$である状況である。しかし投入行列$A$が分解可能であり、ベクトル$\mathbf{b}$が半正であり、さらに **A1'**も仮定しないより一般的な状況において、GCET は果たして頑健であるか否かが以下の問題である。

レオンチェフ生産体系(A, I, L)を想定し、その拡大投入行列を$M = A + \mathbf{b}L$で定める。任意の財$k \in \{1, \cdots, n\}$を選び、労働力商品も含めて各財の１単位の生産活動に要する、投入財ベクトルの生産に必要な財kの直接・間接投入量を表記した$1 \times (n+1)$型ベクトルを、$\mathbf{v}^{(k)}_{[n+1]} = \left(v_1^{(k)}, \cdots, v_k^{(k)}, \cdots, v_n^{(k)}, v_{n+1}^{(k)}\right)$で表す。また、$\mathbf{v}^{(k)} = \left(v_1^{(k)}, \cdots, v_n^{(k)}\right)$とする。ここで$n+1$は労働力商品の index である。$\mathbf{v}^{(k)}_{[n+1]}$を投下$k$-価値ベクトルといい、

$$v_j^{(k)} = a_{kj} + \sum_{i \neq k, n+1} v_i^{(k)} a_{ij} + v_{n+1}^{(k)} L_j \quad \forall j \in \{1, \cdots, n\} \tag{10}$$

$$v_{n+1}^{(k)} = b_k + \sum_{i \neq k, n+1} v_i^{(k)} b_i \tag{11}$$

で定義される。(10)と(11)を整理すれば、

$$\mathbf{v}^{(k)} = \mathbf{v}^{(k)} M + \left(1 - v_k^{(k)}\right) M_k \tag{12}$$

となる。但し、M_kはMの第k行ベクトルである。また、財kの正の搾取の条件式は、

$$1 - v_k^{(k)} > 0 \tag{13}$$

と表現される。

以下では、レオンチェフ生産体系(A, I, L)において、**A1'**も **A2'**も仮定せず、また、拡大投入行列Mが分解可能であり得るような最も一般的な状況を設定し、それでも尚、弱い意味での一般化された商品搾取定理、及び、マルクスの基本定理が成立する事を示す。準備段階として、まず任意の$n \times 1$型ベクトル$\mathbf{z}$及び$1 \times n$型ベクトル$\mathbf{y}$に関して、$\mathbf{z}_{-\{m+1,n\}}$及び$\mathbf{y}_{-\{m+1,n\}}$を、それぞれ$\mathbf{z}$及び$\mathbf{y}$からその任意の財$i = m+1, \ldots, n$を控除して得られた$m \times 1$型及び$1 \times m$型ベクトルであるとしよう。ここで$m \leq n$であるので、特に$m = n$の場合は、$\mathbf{z}_{-\{m+1,n\}} = \mathbf{z}$及び$\mathbf{y}_{-\{m+1,n\}} = \mathbf{y}$となる。また、任意の$n \times 1$型ベクトル$\mathbf{z}$及び$1 \times n$型ベクトル$\mathbf{y}$に関して、$\mathbf{z}_{\{m+1,n\}}$及び$\mathbf{y}_{\{m+1,n\}}$を、それぞれ$\mathbf{z}$及び$\mathbf{y}$からその任意の財$i = 1, \ldots, m$を控除して得られた$(n-m) \times 1$型及び$1 \times (n-m)$型ベクトルであるとしよう。

定理 2 [Veneziani and Yoshihara (2009)] (Weak GCET): *任意の資本主義経済*

$\left\langle K,O;\left(P_{(A,I,L)},\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in K}\right\rangle$ において、拡大投入行列は一般に $M=\begin{bmatrix} M^{(m)} & M^{(m,n-m)} \\ \mathbf{0} & M^{(n-m)} \end{bmatrix}$ と表せる。但し、$M^{(m)}$ は $m\times m$ 分解不能行列であり、$M^{(m,n-m)}$ は $m\times(n-m)$ 行列、$M^{(n-m)}$ は $(n-m)\times(n-m)$ 行列であり、$m\leq n$ である。ここで、M 自体が分解不能の場合は、$m=n$、従って $M=M^{(m)}$ としよう。また、ある財 $k'\in\{1,\ldots,m\}$ に関して $M_{k'}\gg\mathbf{0}$ であり、またある財 $k''\in\{1,\ldots,m\}$ が存在して、$b_{k''}L_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ である。このとき、任意の財 $k\in\{1,\ldots,m\}$ に関して、以下が同値である:

(a) 任意の正の価格ベクトル $\mathbf{p}\gg\mathbf{0}$ に関して、$\mathbf{p}[I-M]\leq\mathbf{0}$ とは成らない;

(b) ある労働価値ベクトル $\boldsymbol{\Lambda}$ に関して、$\boldsymbol{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ かつ $\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{b}<1$ である;

(c) ある投下 k -価値ベクトル $\mathbf{v}^{(k)}$ に関して、$\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ かつ $v^{(k)}_k<1$ である。

証明: 第 1 に、ある財 $k'\in\{1,\ldots,m\}$ に関して $M_{k'}\gg\mathbf{0}$ である事から、$M^{(m,n-m)}\neq\mathbf{0}$ である。また、分解不可能行列 $M^{(m)}$ は必ず、$M_{k'}\gg\mathbf{0}$ となるような財 $k'\in\{1,\ldots,m\}$ を少なくとも 1 つは含む。第 2 に、$b_{k''}L_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ となるような $k''\in\{1,\ldots,m\}$ が存在する事から、$b_{k''}>0$ かつ $L_{-\{m+1,n\}}\neq\mathbf{0}$ である。任意の財 $k\in\{1,\ldots,m\}$ を選ぶ。$M^{(m)}$ の分解不可能性より、$M^{(m)}_k\neq\mathbf{0}$ である。この財に関して、定理の 3 条件の同値性を証明する。

1). (a)$\Rightarrow$(b)に関して。二階堂(1960; 系 30.2)より、条件(a)は、ある半正のベクトル $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ に関して、$[I-M]\mathbf{x}>\mathbf{0}$ である事と同値である。すなわち、行列 M が半生産的である事と同値である。さらに $M^{(m)}$ の分解不可能性であるので、二階堂(1960; 定理 20.2)より、$M^{(m)}$ が生産的である事が従う。行ベクトル $\boldsymbol{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}$ は行列 $M^{(m)}$ のみに依存して解く事ができるので、$\boldsymbol{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}=\boldsymbol{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}M^{(m)}+(1-\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{b})L_{-\{m+1,n\}}$ となる。$M^{(m)}$ が分解不可能かつ生産的であるので、二階堂(1960; 定理 20.2)より、$\left[I-M^{(m)}\right]^{-1}\gg\mathbf{0}$ となる。かくして、

$$\boldsymbol{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}=(1-\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{b})L_{-\{m+1,n\}}\left[I-M^{(m)}\right]^{-1}$$

である。従って、もし $(1-\mathbf{\Lambda b})\leq 0$ ならば $\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}\leq\mathbf{0}$ となる。ここで $M^{(n-m,m)}=\mathbf{0}$ かつ $L_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ である事から、$\mathbf{b}_{\{m+1,n\}}=\mathbf{0}$ が従う。これは同時に、$1-\mathbf{\Lambda b}=1-\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}\mathbf{b}_{-\{m+1,n\}}$ である事を意味する。よって、$(1-\mathbf{\Lambda b})\leq 0$ ならば $\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ でなければ成らず、これは矛盾である。よって、$1-\mathbf{\Lambda b}>0$ が従い、このとき $\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}=(1-\mathbf{\Lambda b})L_{-\{m+1,n\}}\left[I-M^{(m)}\right]^{-1}\gg\mathbf{0}$ が成立する。

2). (a)$\Rightarrow$(c)に関して。1)における議論と同様にして、$\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}=\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}M^{(m)}+\left(1-v^{(k)}_{k}\right)M^{(m)}_{k}$ となり、$M^{(m)}$ が分解不可能かつ生産的であるので、二階堂(1960; 定理 20.2)より、$\left[I-M^{(m)}\right]^{-1}\gg\mathbf{0}$ となる。ここで $M^{(m)}_{k}\neq\mathbf{0}$ である事から、もし $\left(1-v^{(k)}_{k}\right)\leq 0$ であるならば、$\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}=\left(1-v^{(k)}_{k}\right)M^{(m)}_{k}\left[I-M^{(m)}\right]^{-1}\leq\mathbf{0}$ となる。しかし、$\left(1-v^{(k)}_{k}\right)\leq 0$ と $\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}\leq\mathbf{0}$ との両立は有り得ないので、結局、$\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ かつ $\mathbf{v}^{(k)}<1$ となる。

3). (c)$\Rightarrow$(a)に関して。条件(c)が成立するとき、$M^{(n-m,m)}=\mathbf{0}$ である事から、ある正のベクトル $\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ が存在して、$\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}=\mathbf{v}^{(k)}_{-\{m+1,n\}}M^{(m)}+\left(1-v^{(k)}_{k}\right)M^{(m)}_{k}$ となる。このとき、$M^{(m)}$ が分解不可能かつ二階堂(1960; 定理 20.2)より、$M^{(m)}$ が生産的である事が従う。そのとき、$\mathbf{x}_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ かつ $\mathbf{x}_{\{m+1,n\}}=\mathbf{0}$ となるような半正のベクトル $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ に関して、$[I-M]\mathbf{x}>\mathbf{0}$ であり、そのとき $([I-M]\mathbf{x})_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ となるように出来る。かくして、二階堂(1960; 系 30.2)より、条件(a)が成立する。

4). (b)$\Rightarrow$(a)に関して。条件(b)が成立するとき、$M^{(n-m,m)}=\mathbf{0}$ である事から、ある正のベクトル $\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ が存在して、$\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}=\mathbf{\Lambda}_{-\{m+1,n\}}M^{(m)}+(1-\mathbf{\Lambda b})L_{-\{m+1,n\}}$ となる。このとき、$M^{(m)}$ が分解不可能かつ二階堂(1960; 定理 20.2)より、$M^{(m)}$ が生産的である事が従う。そのとき、$\mathbf{x}_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$ かつ $\mathbf{x}_{\{m+1,n\}}=\mathbf{0}$ となるような半正のベクトル $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ に関して、$[I-M]\mathbf{x}>\mathbf{0}$ であり、そのとき $([I-M]\mathbf{x})_{-\{m+1,n\}}\gg\mathbf{0}$ となるように出来る。かくして、二階堂(1960; 系 30.2)より、条件(a)が成立する。 **Q.E.D.**

定理 2 における行列 $M^{(m)}$ を構成する m 個の生産部門それぞれは、全ての財の生産において直接・間接に投入される財を生産しており、それを**基礎部門** [置塩(1978; p.80)]と呼び、そのような部門で産出される財を**基礎部門財**と呼ぶ。厳密に言えば、**財 i が財 j の生産において直接・間接に投入される**とは、ある財の流列 $\{k_0, k_1, \ldots, k_r\}$ が存在し、$k_0 = i$，$k_r = j$ かつ各財 $k_l \in \{k_0, k_1, \ldots, k_{r-1}\}$ に関して $m_{k_l k_{l+1}} > 0$ となる事を言う。但し、$m_{k_l k_{l+1}}$ は行列 M 内のある成分を表している。**財 i が基礎部門財である**のは、その財が全ての財の生産において直接・間接に投入されるとき、そのときのみである。行列 $M^{(m)}$ を構成する m 個の財が基礎部門財になるのは、第一に、$\{1, \ldots, m\}$ に属する各財は、$\{1, \ldots, m\}$ に属する任意の財の生産において直接・間接に投入される事は、行列 $M^{(m)}$ の分解不可能性より従う。次に、$M_{k'} \gg \mathbf{0}$ より、財 $k' \in \{1, \ldots, m\}$ は全ての財の生産において直接・間接に投入される事が従う。かくして、$\{1, \ldots, m\}$ に属する各財は、財 k' の生産において直接・間接に投入されるので、これらの財は全ての財の生産において直接・間接に投入される事が従う。このようにして、行列 $M^{(m)}$ を構成する m 個の財はいずれも基礎部門財である事が従う。

かくして、定理 2 は、A1'(労働投入の不可欠性)も A2'(純産出生産可能性)もいずれも前提しなくても、任意の基礎部門財に関して、弱い意味での一般化された商品搾取定理(Weak GCET)が成立する[18]事を意味する。他方、定理 2 の前提条件である、財 k が基礎部門財である事は、定理 2 の成立にとって不可欠である。実際、以下の例が示すように、財 k が非基礎部門財である場合には、定理 2 の同値関係は必ずしも成立しない:

例：財の数が $n = 2$ であり、$a_{11} < 1$，$a_{12} = a_{21} = a_{22} = 0$，$b_1 = 0$，$b_2 L_1 > 0$，$b_2 L_2 > 1$ としよう。このとき、対応する拡大投入行列は

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ b_2 L_1 & b_2 L_2 \end{bmatrix}$$

となる。ここで $M_1 \geq \mathbf{0}$ となっている非基礎部門財 1 の 1-価値ベクトル $\boldsymbol{\upsilon}^{(1)} = \left(\upsilon_1^{(1)}, \upsilon_2^{(1)}\right)$ について考える。このとき、$\boldsymbol{\upsilon}^{(1)} \geq \mathbf{0}$ かつ $1 - \upsilon_1^{(1)} > 0$ の下で、負の利潤を伴う正の価格ベクトルが存在する事を示す。(12)式を $k = 1$ に関して適用すれば、

$$\frac{\boldsymbol{\upsilon}^{(1)}}{1 - \upsilon_1^{(1)}} = (a_{11}, 0)[I - M]^{-1} \tag{14}$$

となる。この行列 M に基づいて、$[I - M]^{-1}$ を求めると、

[18] 定理 2 と同じ前提条件で、通常の強い意味での GCET が成立する事も、比較的容易に確認できる。

$$\left[I-M\right]^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1-b_2L_2}{|I-M|} & 0\\ \frac{b_2L_1}{|I-M|} & \frac{1-a_{11}}{|I-M|}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1-b_2L_2}{(1-a_{11})(1-b_2L_2)} & 0\\ \frac{b_2L_1}{(1-a_{11})(1-b_2L_2)} & \frac{1-a_{11}}{(1-a_{11})(1-b_2L_2)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{(1-a_{11})} & 0\\ \frac{b_2L_1}{(1-a_{11})(1-b_2L_2)} & \frac{1}{(1-b_2L_2)}\end{bmatrix}.$$

これを(14)式に適用すると、$\frac{\mathbf{v}^{(1)}}{1-v_1^{(1)}}=\left(\frac{a_{11}}{(1-a_{11})},0\right)$となる。よって、$\mathbf{v}^{(1)}=\left(a_{11},0\right)$となり、$a_{11}<1$より、$1-v_1^{(1)}>0$であるので、定理 2 の条件(c)は成立している。他方、$b_2L_2>1$である事から、ここで第 1 財の価格 p_1 が十分に小さな正の値となるような正の価格ベクトル $\mathbf{p}=\left(p_1,p_2\right)\gg\mathbf{0}$ を適当に選ぶ事で、

$$\mathbf{p}\left[I-M\right]=\left[p_1\left(1-a_{11}\right)-p_2b_2L_1,p_2\left(1-b_2L_2\right)\right]\ll\mathbf{0}$$

となる。よって、定理 2 の条件(a)は成立しない。 **Q.E.D.**

以上より、行列Aが分解可能であり、かつベクトル$\mathbf{b}$及びベクトルLが半正となる一般的なケースでは、Weak GCET は任意の財一般に関しては、必ずしも成立しない。しかし任意の基礎部門財kに関しては依然として成立する。従って、正の利潤の生成の源泉として説明可能な生産要素の搾取が、労働力以外の財に関しても存在するので、依然として、労働の搾取が正の利潤生成の唯一の源泉という説明は成立しない。第 2 に、行列Mが分解可能な場合に Weak GCET が成立しない財が存在し得る事は、労働搾取の固有性についての何らかの含意を与えるとは解釈し難い。Mが分解可能でありかつ、A1'も A2' も満たされない場合であっても Weak FMT が成立するのは、「ある財$k''\in\{1,\ldots,m\}$に関して$b_{k''}L_{-\{m+1,n\}}>\mathbf{0}$である」という仮定によって、労働が基礎部門財の性質を持つ構造が維持されているからである。仮に全ての基礎部門において直接労働投入が全く要しない場合には、例 1 と同様の反例が労働搾取に関しても生じる。すなわち、ある生産要素に関する搾取と正の利潤の同値関係を成立させる要因は、その生産要素が労働力である故ではなく、むしろその生産要素が基礎部門財であるのか否かに関わる。例えば「重油」などにそうした性質があるとすれば、「重油」と労働力とを区別する理論的根拠は無い事になろう。

5. 階級-搾取対応原理

本節では、現代数理的マルクス経済学における、FMT の議論と共に重要な議論である階級-搾取対応原理(CECP)について論ずる。

5.1.1. 富-階級対応関係

以下では、2 節で論じたモデルに戻り、経済は定常的異時点間再生産可能解(SIRS)の下にあると想定する。この場合、各生産期間における諸個人の経済活動ベクトルは時間に跨って変わらないので、以下では時間の下付添え字tは全て省略して議論して構わない。

ここで階級とは、分業によって生じる各個人の SIRS 下での経済活動のタイプによって、定義される。特に労働力を買う立場か、売る立場か、自給自足であるか、という観点が関連する。すなわち、均衡状態において、他人労働の雇用で生産活動に関与する個人の集団を資本家階級、逆に、専ら自己労働の他人による雇用によって生産に関わる個人の集団を労働者階級、自営、すなわち、自分の労働と自分の所有資本だけで生産を行う個人の集団を小市民階層、等々と見做し、それを以下の様に形式化した。

定義 6. [Roemer (1982)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、正の利潤率の伴う定常的異時点間再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_{0}^{\nu},\mathbf{c}^{\nu},\mathbf{0}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にあるとしよう。このとき、この資本主義社会における階級構造は、集合* N *の直和分割として定義される以下の 4 つの部分集合* C^{H}, C^{PB}, C^{S}, C^{P} *によって与えられる：*

$$\nu\in C^{H}\Leftrightarrow(+,+,0)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w);$$

$$\nu\in C^{PB}\Leftrightarrow(+,0,0)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w)\setminus(+,+,0),(+,0,+);$$

$$\nu\in C^{S}\Leftrightarrow(+,0,+)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w);$$

$$\nu\in C^{P}\Leftrightarrow(0,0,+)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w).$$

但し、 $(+,+,0)$ *は* $\alpha_{0}^{\nu}>0$, $\beta_{0}^{\nu}>0$, $\gamma_{0}^{\nu}=0$ *と読む。他も同様。*

ここで、集合 C^{H} に属する諸個人は資本家階級に属する、と解釈するに相応しい。なぜならば、彼らは SIRS において、自分の所有する資本を生かして自分で働くのみならず、他人労働の雇用によって経済活動に関与しているからである。他方、集合 C^{PB} に属する諸個人は中産階級に属する。なぜならば、彼らは SIRS において自分の所有する資本を生かして専ら自分で働くという自営業として、経済活動に関与しているからである。また、集合 C^{S} に属する諸個人は兼業労働者階級に属する。なぜならば、彼らは SIRS において自己所有資本の下で自己労働する以外に、他者に雇用されてその指揮下で労働するという形態で経済活動に従事しているからである。最後に集合 C^{P} に属する諸個人は労働者階級に属する。なぜならば、彼らは SIRS において、専ら他者に雇用されてその指揮下で労働するという形態で経済活動に従事しているからである。

以下では、SIRS において、各個人の所有する貨幣資本 W^{ν} の大きさに応じて階級分解が生じる事を、幾何的に説明する。便宜上、消費ベクトル $\mathbf{c}$ はコーン 1 財のみからなる

スカラー$c>0$と考え、資本財ベクトルも 1 財のみからなるスカラー$\omega>0$であり、また全ての生産工程はこの資本財と労働の適当な比率でコーンを生産する**コーン-1 資本財モデル**を考える。資本財を今、**価格ニュメレール財**と想定しよう。すると、再生産可能解$\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu},\mathbf{c}^{\nu},\mathbf{0}\right)_{\nu\in N}\right)$における任意の個人の所得制約式(P1a)は、資本制約式(P1b)を代入する事によって

$$\pi(p,w)W^{\nu}+w\left(\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}\right)=pc^{\nu} \tag{15}$$

となる。但し、$\pi\left(p,w\right)$はこの均衡状態における利潤率を表す。この(15)式を個人$\nu\in N$に関して集計すると$\pi\left(p,w\right)W+w\left(\alpha_0+\gamma_0\right)=\sum_{\nu\in N}pc^{\nu}$であり、また、SIRS においては

$$\sum_{\nu\in N}\left(\underline{\alpha}^{\nu}+\underline{\beta}^{\nu}\right)=\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right)=\sum_{\nu\in N}\omega^{\nu}=W \quad \& \quad \beta_0=\gamma_0$$

である事から、結局、

$$\pi\left(p,w\right)\underline{\alpha}^{*}+wl^{*}=pc^{*} \tag{16}$$

$$\text{但し}\ \underline{\alpha}^{*}\equiv\tfrac{1}{N}\left(\underline{\alpha}+\underline{\beta}\right),\ l^{*}\equiv\tfrac{1}{N}\left(\alpha_0+\beta_0\right),\ \text{及び}\ pc^{*}\equiv\frac{\sum_{\nu\in N}pc^{\nu}}{N}$$

を得る。これは SIRS における、経済全体における要素費用曲線である。この(16)式は、均衡において、1 人あたりコーンc^{*}を純産出する為に経済全体で 1 人あたり資本財$\underline{\alpha}^{*}$と 1 人あたり労働量l^{*}が投入されている事を意味する。また(15)式と(16)式より明らかであるように、その資本所有が$\omega^{\nu}=\underline{\alpha}^{*}$であるような個人が直面する所得制約曲線と 1 人あたり要素費用曲線とは一致する。他方、一般に、消費財ベクトル$\mathbf{c}$の純生産の為に必要な生産要素の集合を

$$P\left(\mathbf{c}\right)\equiv\left\{\left(\alpha_0,\underline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in\mathbf{R}_{+}\times\mathbf{R}_{+}^{n}\,\middle|\,\exists\overline{\boldsymbol{\alpha}}\in\mathbf{R}_{+}^{n}:\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in P\,\&\,\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}\geq\mathbf{c}\right\}$$

で定義できる。コーンc^{*}の純生産の為に必要な生産要素集合も同様に$P\left(c^{*}\right)$で定義できる。均衡における要素費用の値pc^{*}とは、生産要素集合$P\left(c^{*}\right)$内での(16)式の最小値として定まる。また、集合$P\left(c^{*}\right)$は凸である事から、そのフロンティアは原点に向って凸となる。以上より、均衡における生産要素投入ベクトル$\left(\underline{\alpha}^{*},l^{*}\right)$は、図 4 のように定まる。

【図 4 挿入】

次に均衡における各個人の最適解$\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu},\mathbf{c}^{\nu},\mathbf{0}\right)\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w)$についての特徴を明らかにしよう。SIRS において各個人は自己の所得制約の下での効用最大化問題の解を実行しているわけであるが、効用関数に関する準線形性の仮定 A4 より、各個人の労働供給は全て同一である事が従う。よってその値は全ての個人に関してl^*に一致している筈である。他方、各個人は消費財消費に関して単調増加な選好を有しているので、均衡においては利潤率が非負である事から、各個人は所有する貨幣資本全てを用いて、資本財を購入し、それを投入する事が最適となる。その結果、均衡における各個人の利潤収入は$\pi(p,w)W^{\nu}=\pi(p,w)\omega^{\nu}$となる。よって(15)式は以下の様に書き換えられる:

$$\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}=pc^{\nu}. \tag{17}$$

では、SIRS において各個人が問題(P1)を解く結果として、定義 6 の 4 つの階級のうちのいずれか 1 つに必ず所属する事を確認しよう。以下では、図 4 で描かれたように、集合$P\left(c^*\right)$のフロンティアは滑らかな曲線となり、従って、均衡における要素費用を最小化させる生産要素投入ベクトルは、図 4 のように、一意に決定される状況を想定しよう。

最初に、個人$\nu\in N$の貨幣資本の初期保有が

$$\underline{\alpha}^{*}<\omega^{\nu} \tag{18}$$

である場合を考えよう。このとき、この個人が利潤収入$\pi(p,w)\omega^{\nu}$を確保する為には、彼の保有資本ω^{ν}は完全稼動されなければならない。しかし、この個人にとっての効用最大の結果、彼はl^*の労働供給しか行わず、その労働投入によって稼動できる彼の資本水準は$\underline{\alpha}^*$でしかない。$\underline{\alpha}^*$を超える資本と労働投入l^*で生産活動を行う事は、価格(p,w)の下では非効率であり、利潤最大化生産活動を意味しない。従って、利潤最大化生産活動の下での最大達成可能な利潤収入$\pi(p,w)\omega^{\nu}$を確保する為には、彼は保有資本ω^{ν}を**価格(p,w)における効率的生産要素投入計画**上で行わなければならない。図 4 における点c^*(すなわち、ベクトル$\left(l^*,\underline{\alpha}^*\right)$に対応する座標点)は集合$P\left(c^*\right)$内での唯一の価格$(p,w)$における効率的生産要素投入計画を表す。ここで生産可能性集合Pが凸錘の性質を持つ事から、価格(p,w)における効率的生産要素投入計画の集合は点c^*を通過する原点からの半直線として描かれる。その事に留意すると、彼の自己労働の投入によっては稼動できない資本水準$\omega^{\nu}-\underline{\alpha}^*$を、価格$(p,w)$における効率的生産要素投入計画の集合上で稼動する為には、β_0^{ν}だけの追加労働投入を他者の雇用によって賄うしかない。すなわち、

$$\beta_0^{\nu}=\frac{l^*}{\underline{\alpha}^*}\omega^{\nu}-\alpha_0^{\nu}\quad \text{但し}\ \alpha_0^{\nu}=l^* \tag{19}$$

の労働需要を他者の雇用によって賄わなければならない。結局、これは個人νが資本家階級C^Hに属している事を意味する。

【図 5 挿入】

第 2 に、個人$\nu\in N$の資本財の初期保有量がちょうど$\omega^{\nu}=\underline{\alpha}^{*}$である場合、彼の所得制約式(17)は、要素費用式(16)に一致する。したがって、$\omega^{\nu}=\underline{\alpha}^{*}$を完全稼動する為の労働需要は$l^{*}$となるが、これは彼自身の労働供給でもある。すなわち、彼は自分の資本を自己労働だけで完全稼動する事で所得最大化並びに効用最大化を実現している。これは彼の最適解を自営業的な経済活動によって実現している事を意味し、従って、彼は中産階級C^{PB}に属している事を意味する。

【図 6 挿入】

第 3 に、個人$\nu\in N$の貨幣資本の初期保有が

$$0<\omega^{\nu}<\underline{\alpha}^{*} \tag{20}$$

である場合を考えよう。この個人が利潤収入$\pi(p,w)\omega^{\nu}$を確保する為に必要な労働需要は

$$\alpha_{0}^{\nu}=\frac{l^{*}}{\underline{\alpha}^{*}}\omega^{\nu} \tag{21}$$

に基づいて定まる。他方、彼の労働供給はl^{*}であって、(20)式と(21)式より、$l^{*}>\alpha_{0}^{\nu}$であるので、最適解を達成する為には$l^{*}-\alpha_{0}^{\nu}$だけの過剰な労働供給を、他者に雇用される事で実現するしかない。彼の資本ω^{ν}の稼動によって実現できる労働供給はα_{0}^{ν}でしかないからである。したがって、$\gamma_{0}^{\nu}=l^{*}-\alpha_{0}^{\nu}>0$となり、これはこの個人が兼業労働者階級$C^{S}$に属する事を意味する。

【図 7 挿入】

最後に、個人$\nu\in N$の資本財の初期保有量がゼロである場合、資本財を生産活動に投下する事で得られる利潤所得を全く期待できないし、彼の労働供給l^{*}は専ら他者によって雇用される事で実現するしかない。すなわち、$\gamma_{0}^{\nu}=l^{*}$であり、対応する彼の所得制約式は$wl^{*}=pc^{\nu}$となる。この個人は労働者階級C^{P}に属している。

【図 8 挿入】

以上の分析は、市場経済における経済活動の結果として、社会Nの 4 つの階級への分割が生じる事を意味する。さらに、図 9 において明らかなように、個々人の階級分化は彼らの保有する貨幣資本の大きさに規定される事も意味している。

【図 9 挿入】

5.1.2. 階級-搾取対応原理(CECP)

前小節でその内生的生成が議論された階級構造と、労働搾取関係との関係性について見てみよう。しかしながら本稿 1.3 節でも言及した様に、階級構造と労働搾取関係とがどのような関係性として特徴付けられるのかは、労働搾取をどのように定義するかに依存してくる。すなわち階級-搾取対応原理(CECP)が成立するか否かは、本節で前提するような一般的な凸錘生産経済モデルでは、労働搾取の定式に応じて違ってくる。例えば、Yoshihara (2010)が証明した様に、伝統的な森嶋型労働搾取の定式(Morishima (1974))や Roemer の定式(Roemer (1982; Chapter 5))を前提する場合、CECP は成立しなくなる。

他方、本稿 1.3 節でも言及した様に、一般的な凸錘生産経済モデルにおいて提唱されてきたいかなる労働搾取の定式が妥当と呼べ得るかという課題に関して、Yoshihara and Veneziani (2009)は、労働搾取の妥当な定式であるならば満たすべき 4 つの必要条件を公理として提唱した。また、これら 4 つの公理を全て満たすような定式は、森嶋型労働搾取の定式でも Roemer の定式でもなく、Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの定式の拡張版のみである事を明らかにしている。労働搾取の妥当な定式に関するこの公理的分析結果を踏まえれば、我々が本稿の残りにおいて関心を持つべき事は、Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの労働搾取の定式を前提する場合に、CECP が成立するか否かという問題である。それゆえ、以下では Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの労働搾取の定式を導入し、その下で CECP が成り立つか否かを、引き続き簡単なコーン経済モデルを用いて、幾何的に議論する事としたい。

まずは Dum'enil-Foley-Flaschel タイプの定式の拡張版を導入しよう：

定義 7. [Veneziani and Yoshihara (2010)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、正の利潤率の伴う定常的異時点間再生産可能解* $\left((\mathbf{p},w),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_0^{\nu},\mathbf{c}^{\nu},\mathbf{0}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にある。このとき、任意の個人* $\nu\in N$ *について*:

$$\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}>\tfrac{\mathbf{pc}^{\nu}}{\mathbf{p}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}(\alpha_0+\beta_0)\Leftrightarrow \nu \text{ は被搾取者である;}$$

$$\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}<\tfrac{\mathbf{pc}^{\nu}}{\mathbf{p}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}(\alpha_0+\beta_0)\Leftrightarrow \nu \text{ は搾取者である.}$$

この定義はレオンチェフ経済モデルで定式化された、所謂"New Interpretation"学派の労働搾取の定義[Duménil (1980); Foley (1982)]の一般的な閉凸錘生産経済モデルへの拡張になっている。この定式では、各個人νが均衡において享受する所得水準$\mathbf{pc}^{\nu}$を社会的に実現する為に、当該資源配分の下での総労働投入$(\alpha_0+\beta_0)$のうちどれだけの割合の労働が投下されなければならないかという観点で、彼の所得の労働価値を確定する。総労働投入$(\alpha_0+\beta_0)$によって国民総所得$\mathbf{p}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$を実現しているので、そのうち彼の所得$\mathbf{pc}^{\nu}$の実現に社会的に必要とする労働時間は$\tfrac{\mathbf{pc}^{\nu}}{\mathbf{p}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}(\alpha_0+\beta_0)$という事になる。彼が自分の所得$\mathbf{pc}^{\nu}$の実現の為に個人的に要した労働時間$\alpha_0^{\nu}+\gamma_0^{\nu}$が、彼の**所得の社会的必要労働時間（＝所得の労働価値）**$\tfrac{\mathbf{pc}^{\nu}}{\mathbf{p}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}+\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}(\alpha_0+\beta_0)$よりも大きいとき、彼は被搾取者となる。逆に、小さいときは、彼は搾取者となる。明らかにこの定式の場合、均衡生産点と均衡価格に依存して搾取-被搾取の関係が

定まる構造になっている。

この定義の下では、CECP が一般的な閉凸錘生産経済においても成立する事を確認できる:

定理 3. [Veneziani and Yoshihara (2010)]: *任意の異時点間経済環境* $\left\langle N;P;u;\left(\boldsymbol{\omega}_{kT}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *が、正の利潤率の伴う定常的異時点間再生産可能解* $\left(\left(\mathbf{p},w\right),\left(\boldsymbol{\alpha}^{\nu},\boldsymbol{\beta}^{\nu},\gamma_{0}^{\nu},\mathbf{c}^{\nu},\mathbf{0}\right)_{\nu\in N}\right)$ *の下にある。このとき、任意の個人* $\nu\in N$ *について、以下が成立する*:

$\nu\in C^{S}\cup C^{P}\Rightarrow\nu$ は(定義 7 の意味で)被搾取者である;

$\nu\in C^{H}\Rightarrow\nu$ は(定義 7 の意味で)搾取者である.

この定理の一般的な証明については Veneziani and Yoshihara (2010)を参照せよ。

ここでは前小節に引き続きコーン-1 資本財モデルを想定して、CECP の成立を説明しよう。第 1 に、$\omega^{\nu}>\underline{\alpha}^{*}$であるような個人$\nu$は、定義 7 に基づくと、その所得の社会的必要労働時間(=所得の労働価値)は

$$\frac{\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}}{pc^{*}}l^{*} \tag{22}$$

で与えられる。ここで(16)式と$\omega^{\nu}>\underline{\alpha}^{*}$を考慮すれば$\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}>pc^{*}$なので、結局、

$$l^{*}<\frac{\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}}{pc^{*}}l^{*} \tag{23}$$

となる。これはこの個人が搾取者である事を意味する。

【図 10 挿入】

第 2 に、$\omega^{\nu}<\underline{\alpha}^{*}$であるような個人$\nu$を考える。彼の所得の社会的必要労働時間(所得の労働価値)は同様に(22)式で定義されるが、(16)式と$\omega^{\nu}<\underline{\alpha}^{*}$を考慮すれば$\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}<pc^{*}$なので、結局、

$$l^{*}>\frac{\pi(p,w)\omega^{\nu}+wl^{*}}{pc^{*}}l^{*} \tag{24}$$

となる。これはこの個人が被搾取者である事を意味する。

【図 11 挿入】

以上の分析より、$\omega^{\nu}>\underline{\alpha}^{*}$であるような任意の個人$\nu$は搾取者であり、$\omega^{\nu}<\underline{\alpha}^{*}$であるような任意の個人$\nu$は被搾取者である。ここで前小節の議論より、$\nu\in C^{H}$ならば$\omega^{\nu}>\underline{\alpha}^{*}$である事が解っているので、結局、$\nu\in C^{H}$ならば$\nu$は搾取者である。同様にして、$\nu\in C^{S}\cup C^{P}$ならば$\omega^{\nu}<\underline{\alpha}^{*}$である事が解っているので、結局、$\nu\in C^{S}\cup C^{P}$ならば$\nu$は被搾取者である。すなわち、定義 7 の前提の下で、CECP が成立するのである。

【図 12 挿入】

6. 結びに代えて

以上、本稿では古典派経済学及びマルクス経済学における投下労働価値説と労働搾取理論について、及びそれらの理論を一般均衡理論のフレームワークで再検討する数理的マルクス経済学の現代に到る主要な研究の流れについて、見てきた。もっとも、労働搾取理論に関する数理的マルクス経済学の理論研究は尚、現在進行中であり、本稿では触れなかった多くの興味深いトピックが残されている。そのような興味深い現在進行中の研究テーマとして、例えば**労働搾取概念の主観主義的アプローチと客観主義的アプローチ**の問題[19]、動学的な異時点間資源配分問題の論脈で生じる、一時点において生成した労働搾取的な階級関係が異時点間に跨って継起的に再生産されうるのかという、**階級-搾取対応原理の動学的継起性**を巡る問題、また、本稿では 1 節においてさわりだけを紹介したに留め、詳細については触れなかった**労働搾取の妥当な定式に関する公理的分析**の研究、また、**異質労働を導入した際の労働搾取理論**[20]の展開等々が存在する。本稿では紹介しきれなかったそれらのうちの一部について、関心をお持ちの読者は、例えば吉原(2009)をご覧戴けると幸いである。

現代資本主義社会においても、現実の社会問題として「労働搾取」問題が指摘されるという事態を鑑みれば、本稿で展開したような労働搾取理論の含意は、「市場への参加」に関する「パレート改善の可能性」という厚生主義的福祉評価の一面性なり希薄性を示していると言える。「市場への参加」という事態に関して伴う、多くの人々が漠然と感じている「負の側面」を、パレート原理はないものと見なすのに対して、労働搾取という非厚生主義的概念はそれらを言語化し、定式化することで、市場的資源配分問題に関するより多元的な評価の可能性を提供していると理解できるのである。

他方、投下労働価値説及び労働搾取理論を、古典派やカール・マルクス自身の議論の時代的制約を超えて、その現代的意義を理解する際には、注意すべき事も存在する。例えば、岩井(2009)は「労働価値説批判としての資本主義」の節で、「自分の労働が作ったものだから価値があり、その価値は本来自分のものである」という「労働価値説」に関する岩井自身の理解から労働搾取に関する持論を展開して、「主体が価値を決定するというイデオロギー」なり、「価値が自分一人で決められるということは、自分の仕事への批評は無視できるということ」、と論を展開し、最終的に「労働価値説を進めると、必然的にスターリニズムや毛イズムになってしまう」と結論付けている。このような議論展開はあまりにも稚拙で、論理の飛躍も甚だしいのであるが、ソ連・東欧体制崩壊後の現代を前提にするとき、こうした類の理解によって投下労働価値説及び労働搾取理論を、その現代的意義をまともに検討する事無く、容易に却下する動向がある事は無視し得ない。

投下労働価値説及び労働搾取理論に関するこのような通俗的な理解に対して簡単

19 これについては Veneziani and Yoshihara (2009a)を参照の事。
20 これについては Veneziani and Yoshihara (2010a)を参照の事。

に指摘すべき事は、そもそも岩井(2009)の様に、「自分の労働が作ったものだから価値があり、その価値は本来自分のものである」という意味での「労働価値論」と「主体自身が作り出す本来的な価値を主体の側に取り戻そう」という「疎外論」プログラムのライン上で労働搾取理論を理解することは、現代では必ずしも妥当性を持たないという事である。この種の理解は労働のみが生産的価値を形成できる生産要素であるという、本稿 1.2 節でも言及した「唯一の価値生成的生産要素としての労働」論を前提にしている。しかし、上節でも述べた様に、そうした理解は、GCET によって労働搾取のみが正の利潤の唯一の源泉であるという主張が成立しないと論証された事もあって、現代ではもはや説得性を持たない。他方で、本稿 1.3 節でも論じた様に、妥当な労働搾取の定式に基づく限り、FMT によって正の利潤の生成の背景に労働搾取が存在することも一般的に論証されている。その意味で、岩井が言う「産業資本主義時代に労働価値説が成立していたように見えたのは、今から見ると、それは農村に人がたくさん余っていたからに過ぎなかった」という理解は正しくない。妥当な労働搾取の定式に基づく限り、そうした歴史的特殊性抜きに、労働搾取の存在は一般的に論証されている、と言える。

以上の議論は、労働搾取理論がもはや妥当性を持たないという事ではなく、その意義づけを「主体自身が作り出す本来的な価値を主体の側に取り戻そう」という「疎外論」プログラムのライン上で捕らえるべきではない事を意味するに過ぎない。労働搾取を、主体自身が作り出す本来的な価値が主体から奪われている故に批判されるべき事態として考える事が、この概念の現代的意義を生かす事に繋がるのか否かは、必ずしも自明な問題ではない。しかしながら少なくとも本稿で論じたように、労働搾取の存在とは、自由時間と所得を通じてアクセス可能となる人生選択の実質的機会の不平等を意味するが故に、批判されるべき事態と考える事ができる。労働搾取理論を支持しない新古典派経済学の立場に立ったとしても、資本主義において貧富の格差や労働者階級の生活の不安定化という問題が現代の先進諸国においても焦眉の問題になっている事は否定しようがない。こうした諸問題を規範的に評価する際の説得的な理論的概念装置として、労働搾取理論は意義付けられるだろう。

参照文献

岩井克人(2009):「資本主義の『不都合な真実』」, 『季刊 at プラス』, 01 号, pp. 6-26.

置塩信雄（1978): 『資本制経済の基礎理論』(増訂版) 創文社.

二階堂副包(1960):『現代経済学の数学的方法―位相数学による分析入門―』 岩波書店.

吉原直毅（2005):「再論:マルクス派搾取理論再検証」, 『季刊経済理論』 42-3, pp. 63-75.

吉原直毅(2008): 『労働搾取の厚生理論序説』 岩波書店.

吉原直毅(2009):「21 世紀における労働搾取理論の新展開」,『経済研究』 **60-3**, pp. 205-227.

吉原直毅(2010):「『労働搾取の厚生理論序説』についての幾つかの補論」 forthcoming in『季刊経済理論』.

Bowles, S. and Gintis, H. (1981): "Structure and practice in the labor theory of value," *Review of Radical Political Economics*, **12**, pp.1-26.

Bowles, S. and Gintis, H. (1990): "Contested Exchange: New Microfoundation for the Political Economy of Capitalism," *Politics and Society* **18**, pp.165-222.

Dum'enil, G. (1980): *De la Valeur aux Prix de Production*, Economica, Paris.

Flaschel, P. (1983): "Actual Labor Values in a General Model of Production," *Econometrica* **51**, pp. 435-454.

Foley, D. K..(1982): "The Value of Money, the Value of Labor Power, and the Marxian Transformation Problem," *Review of Radical Political Economics* **14**, pp. 37-47.

Foley, D. K. (1986): *Understanding Capital: Marx's Economic Theory*, Cambridge, Harvard Univ. Press.

Krugman, P. (1981): "Trade, Accumulation, and Uneven Development," *Journal of Development Economics* **8**, pp. 149-161.

Marx, K. (1963): *Poverty of Philosophy,* International Publishers, New York.
マルクス『哲学の貧困』,『マルクス＝エンゲルス全集』第 4 巻, 大月書店, 1960 年.

Marx, K. (1967): *Das Kapital, Volume I, II, III* Diez Verlag, Berlin.
マルクス 『資本論』,『マルクス＝エンゲルス全集』第 23a,b, 24, 25a,b 巻, 大月書店, 1965-1967 年.

Matsuyama, K. (2004): "Financial Market Globalization, Symmetry-breaking and Endogenous Inequality of Nations," *Econometrica* **72**, pp. 853-884.

Morishima, M. (1973): *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
森嶋通夫『マルクスの経済学』高須賀義博訳，東洋経済新報社，1974 年.

Morishima, M. (1974): "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica* **42**, pp.611-32.

Morishima, M. and Seton, F. (1961): "Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value," *Econometrica* **29**, pp.203-20.

Morishima, M. and Catephores, G. (1978): *Value, Exploitation and Growth,* McGraw Hill. London.
森嶋通夫・G. カテフォレス『価値・搾取・成長：現代の経済理論からみたマルクス』高須賀義博・池尾和人訳，創文社，1981 年.

Okishio, N. (1963): "A Mathematical Note on Marxian Theorems," *Weltwirtschaftliches* Archiv **91**, pp.287-99.

Petri, F. (1980): "Positive Profits without Exploitation: A Note on the Generalized Fundamental Marxian Theorem," *Econometrica* **48**, pp. 531-533.

Ricardo, D. (1951), *The Works and Correspondence of David Ricardo, Vo. I, On the Principles of Political Economy and Taxation*, Cambridge University Press, Cambridge.
リカードゥ『経済学および課税の原理』(上・下), 羽鳥卓也・吉澤芳樹訳，岩波書店，1987 年.

Roemer, J. E. (1980): "A General Equilibrium Approach to Marxian Economics," *Econometrica* **48**, pp.505-30.

Roemer, J. E. (1981): *Analytical Foundation of Marxian Economic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982): *A General Theory of Exploitation and Class*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Samuelson, P. (1982): "The normative and positive inferiority of Marx's vales paradigm," *Southern Economic Journal* 49-1, pp.11-18.

Veneziani, R. and Yoshihara, N. (2009): "Exploitation and Productivity: The Generalised Commodity Exploitation Theorem Once Again," forthcoming in *Bulletin of Political Economy*.

Veneziani, R. and Yoshihara, N. (2009a): "A Strong Subjectivism in the Marxian Theory of Exploitation: A Critique," IER Discussion Paper Series A, No. 523, The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, forthcoming in *Metroeconomica*.

Veneziani, R. and N. Yoshihara (2010): "Globalisation and Exploitation," *mimeo*, Queen Mary, University of London, and The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Veneziani, R. and N. Yoshihara (2010a): "Exploitation and Profits: A General Axiomatic Approach in Convex Economies with Heterogeneous Agents," *mimeo*, Queen Mary, University of London, and The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2006): "Reexamination of the Marxian Exploitation Theory," IER Discussion Paper Series A, No. 481, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2010): "Class and Exploitation in General Convex Cone Economies," forthcoming in *Journal of Economic Behavior and Organization*.

Yoshihara, N. and Veneziani, R. (2009): "Exploitation as the Unequal Exchange of Labour: An Axiomatic Approach," IER Discussion Paper Series A. No. 524.

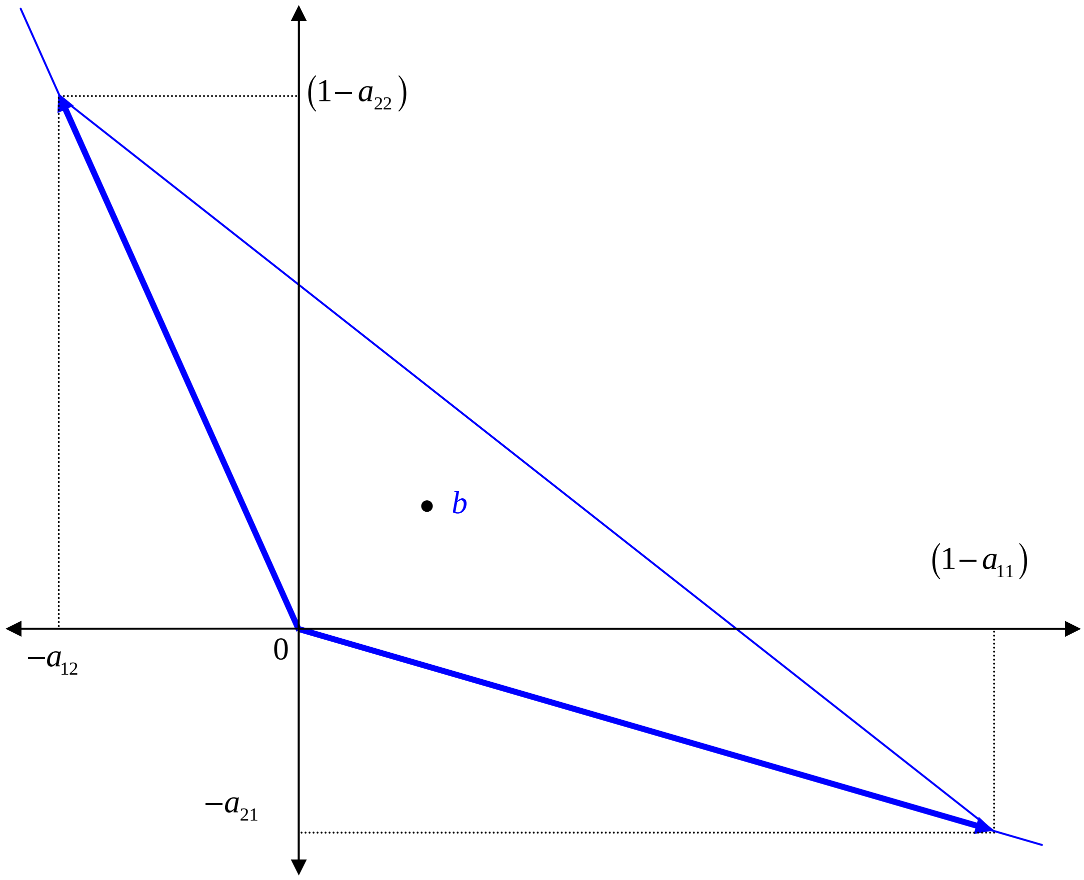


図 1: レオンチェフ生産体系の下での純生産可能性

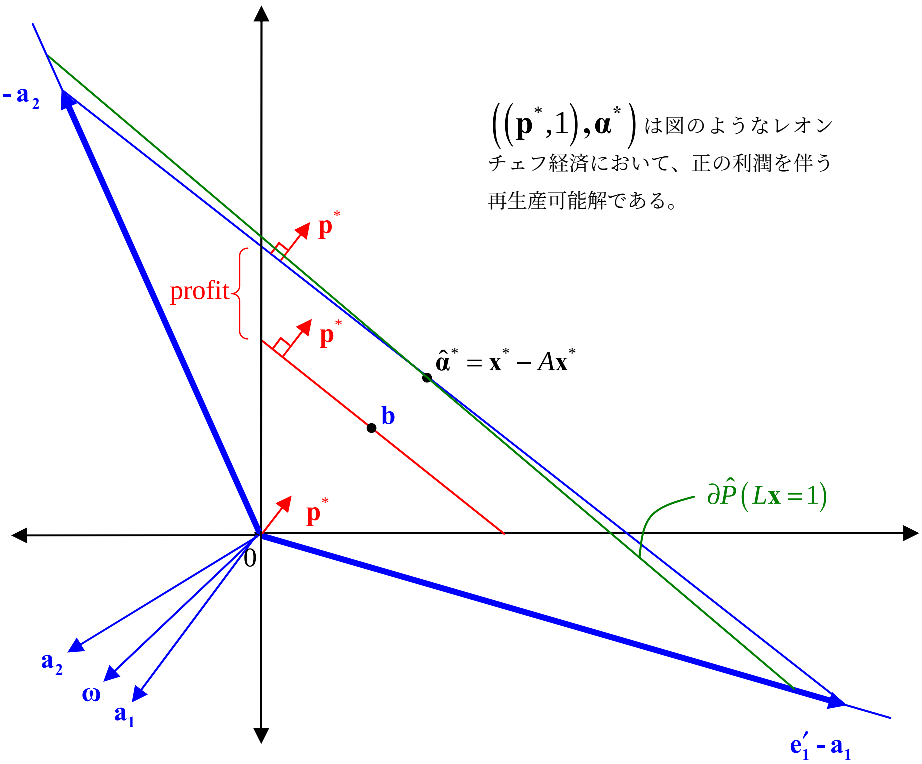


図 2: レオンチェフ生産体系における、正の利潤の伴う再生産可能解

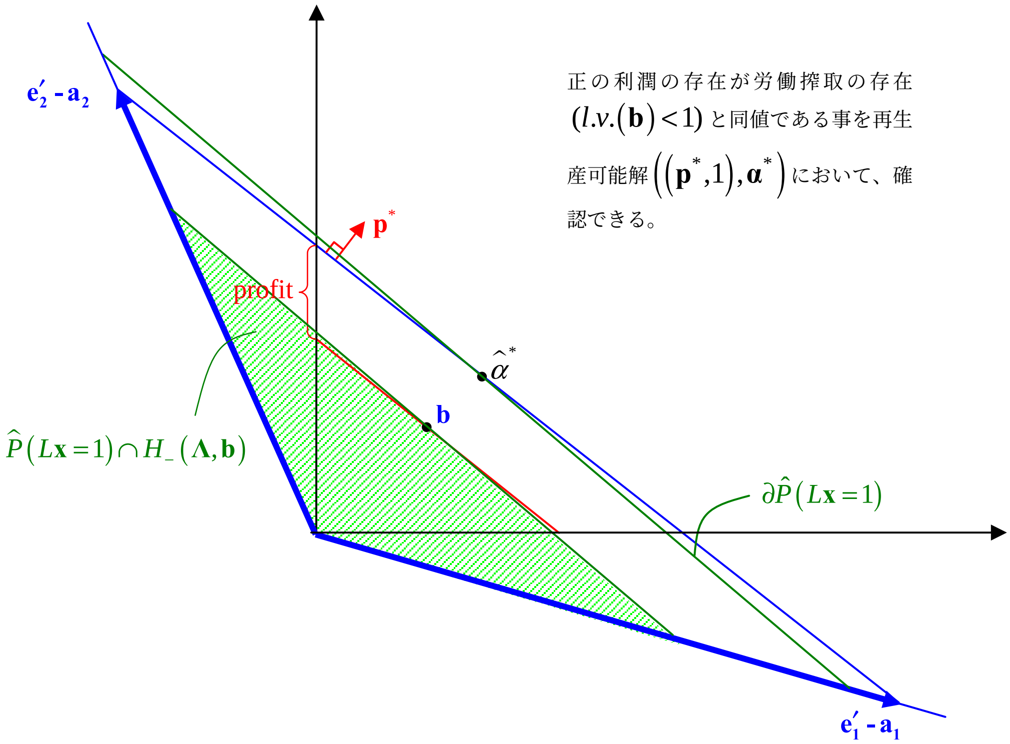


図 3: マルクスの基本定理の幾何的証明

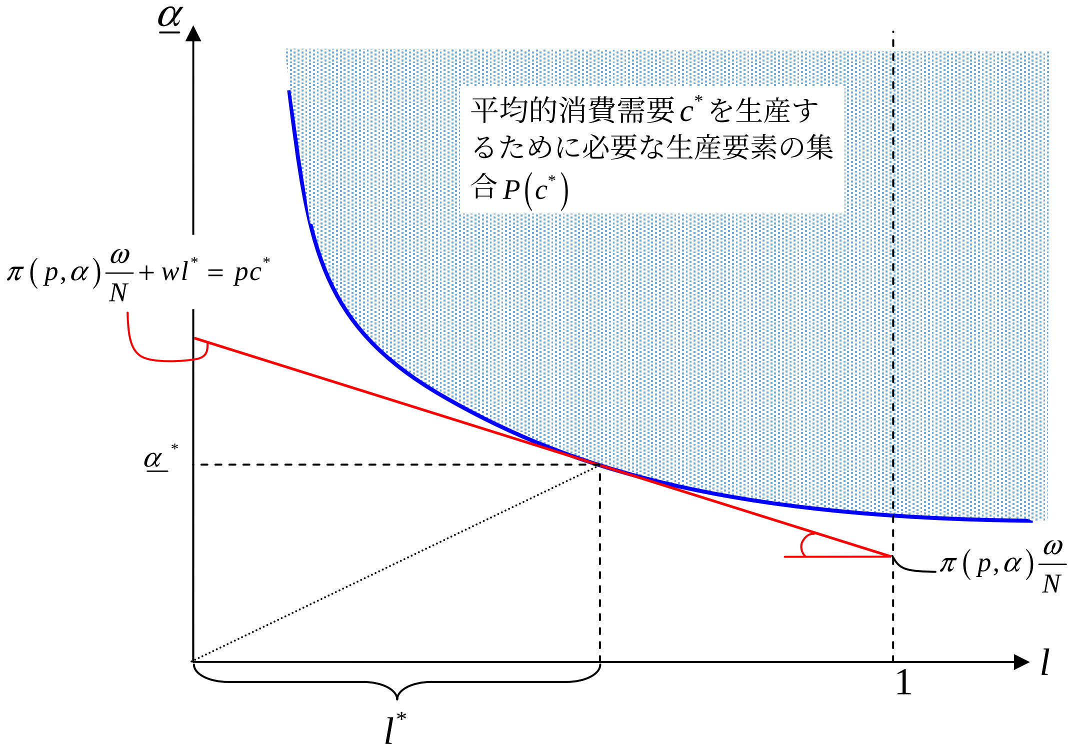
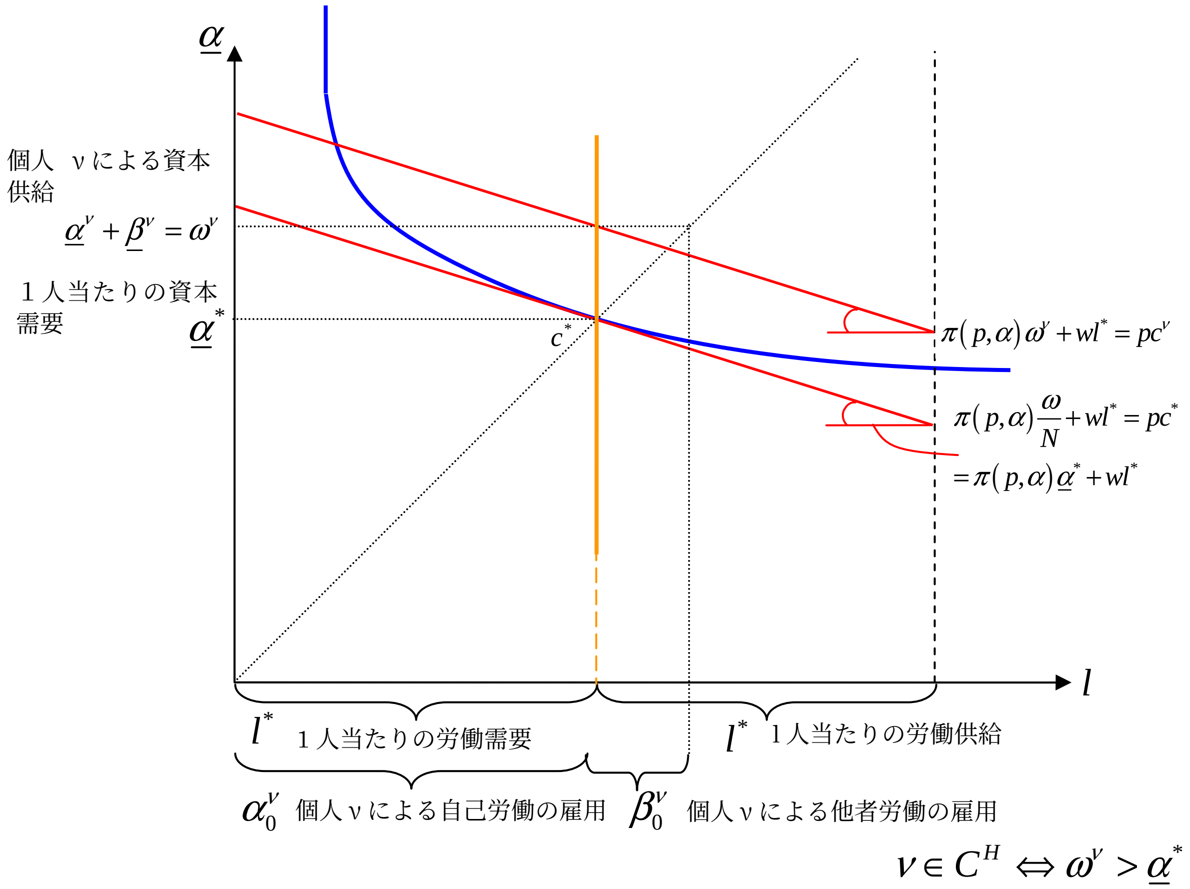

$\underline{\alpha}$
平均的消費需要c^*を生産するために必要な生産要素の集合$P(c^*)$
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N}+wl^*=pc^*$
$\underline{\alpha}^*$
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N}$
l
1
l^*

図 4：要素費用最小化



α
個人　νによる資本供給
$\underline{\alpha}^{\nu}+\underline{\beta}^{\nu}=\omega^{\nu}$
１人当たりの資本需要
$\underline{\alpha}^{*}$
c^{*}
$\pi(p,\alpha)\omega^{\nu}+wl^{*}=pc^{\nu}$
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N}+wl^{*}=pc^{*}$
$=\pi(p,\alpha)\underline{\alpha}^{*}+wl^{*}$
l
l^{*} １人当たりの労働需要
l^{*} １人当たりの労働供給
α_0^{ν} 個人νによる自己労働の雇用
β_0^{ν} 個人νによる他者労働の雇用
$\nu\in C^{H}\Leftrightarrow\omega^{\nu}>\underline{\alpha}^{*}$

図 5:　資本家階級の生成

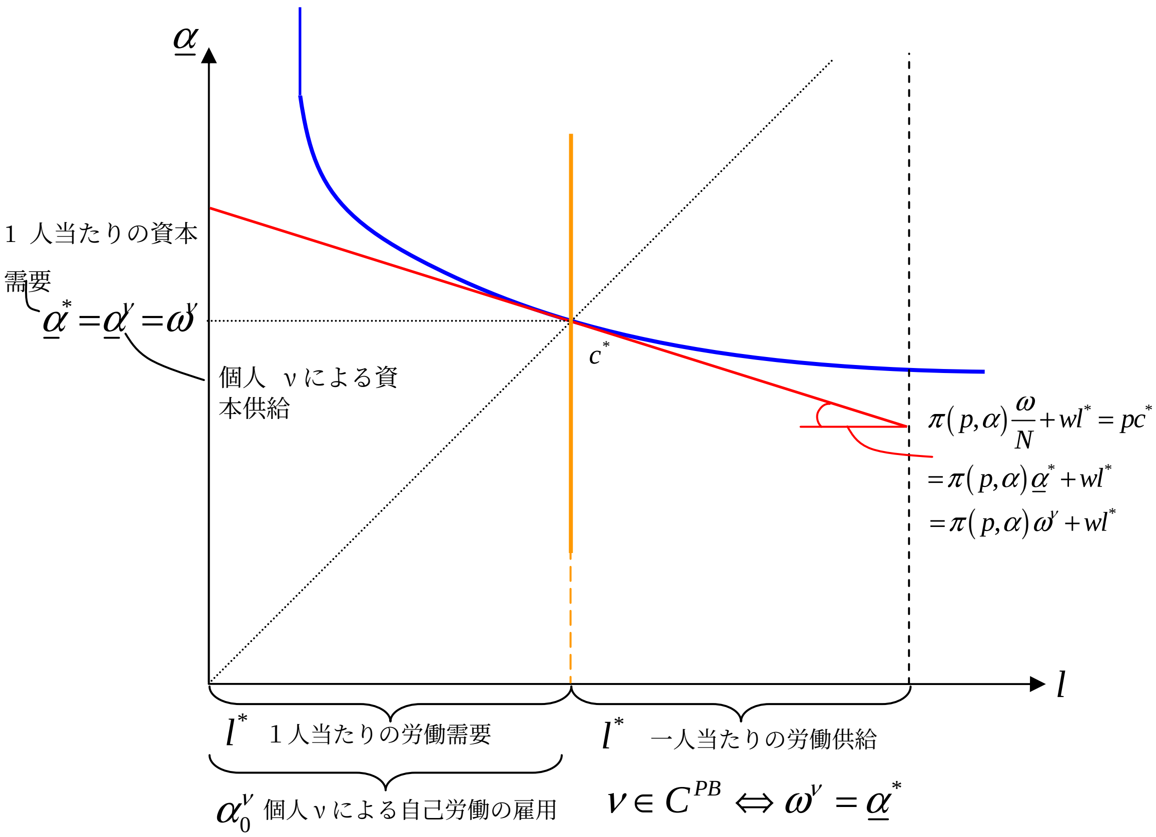

$\underline{\alpha}$
1 人当たりの資本
需要
$\underline{\alpha}^* = \underline{\alpha}^\nu = \omega^\nu$
個人 νによる資
本供給
c^*
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N} + wl^* = pc^*$
$= \pi(p,\alpha)\underline{\alpha}^* + wl^*$
$= \pi(p,\alpha)\omega^\nu + wl^*$
l
l^* 1人当たりの労働需要
l^* 一人当たりの労働供給
α_0^ν 個人νによる自己労働の雇用
$\nu \in C^{PB} \Leftrightarrow \omega^\nu = \underline{\alpha}^*$

図 6：中産階級の生成

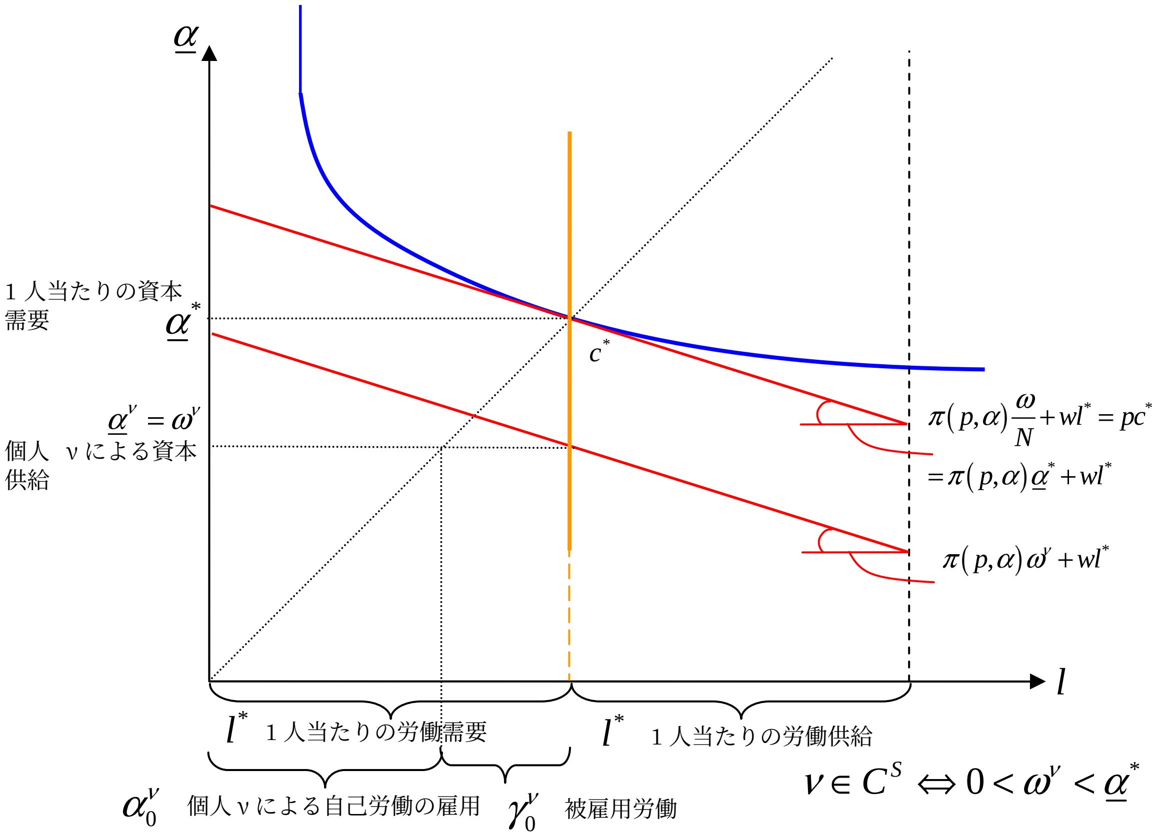
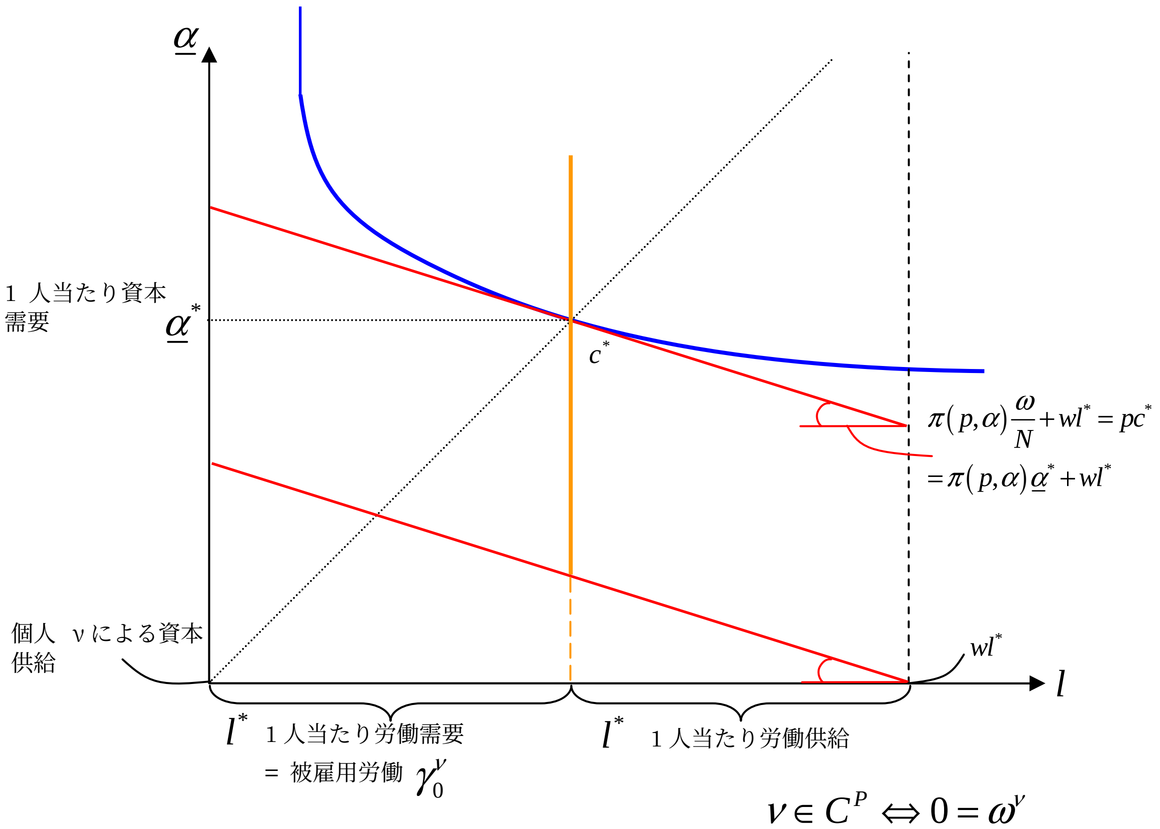


図 7：兼業労働者階級の生成



$\underline{\alpha}$
1 人当たり資本
需要
$\underline{\alpha}^*$
c^*
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N}+wl^*=pc^*$
$=\pi(p,\alpha)\underline{\alpha}^*+wl^*$
個人 νによる資本
供給
wl^*
l
l^* 1 人当たり労働需要
= 被雇用労働 γ_0^ν
l^* 1 人当たり労働供給
$\nu \in C^P \Leftrightarrow 0=\omega^\nu$

図 8：労働者階級の生成

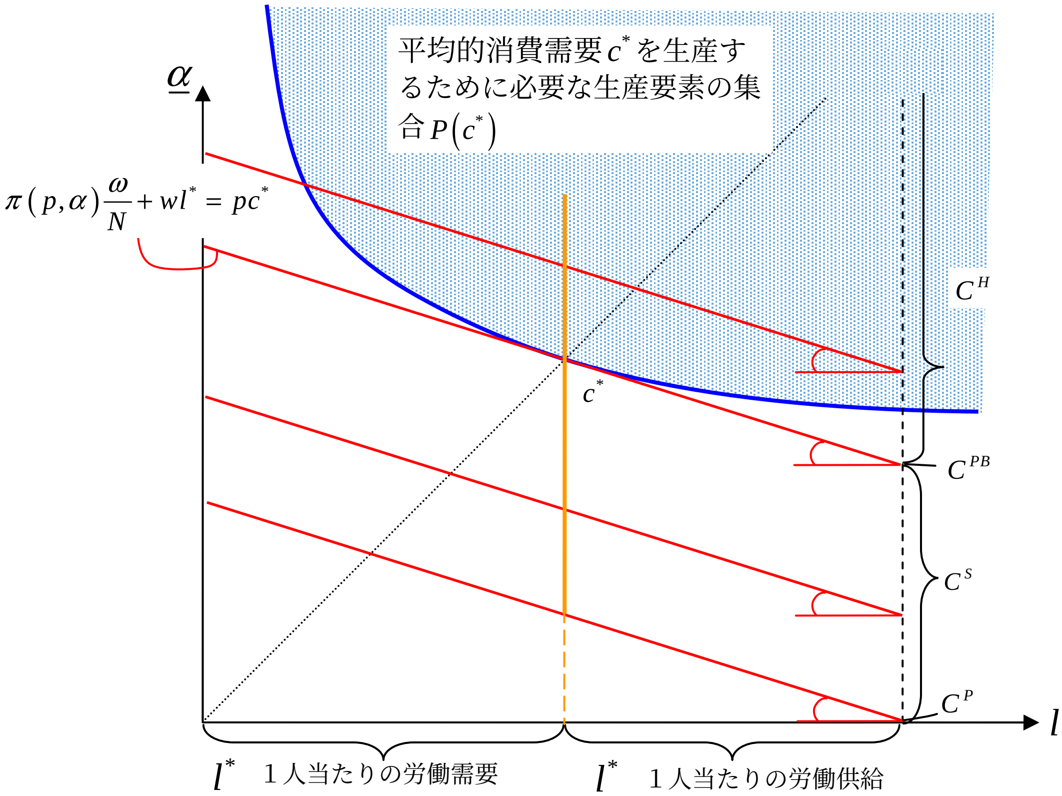
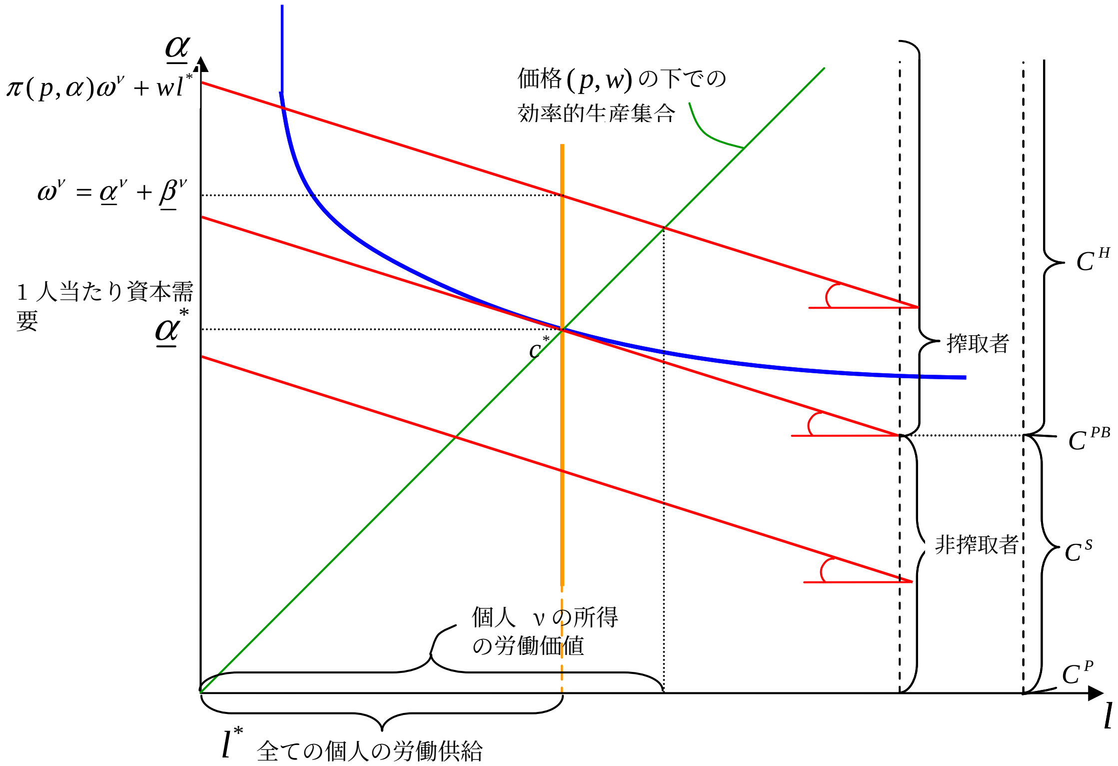
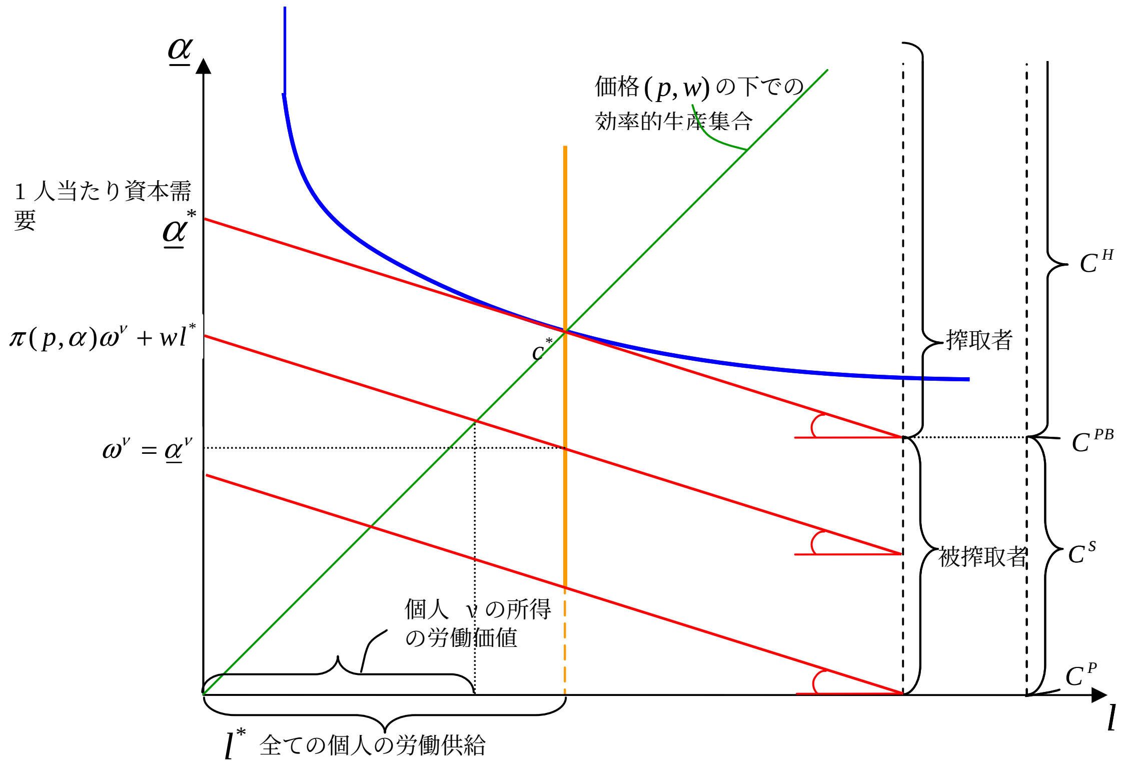

平均的消費需要c^*を生産するために必要な生産要素の集合$P(c^*)$
α
$\pi(p,\alpha)\frac{\omega}{N}+wl^*=pc^*$
c^*
C^H
C^{PB}
C^S
C^P
l
l^* １人当たりの労働需要
l^* １人当たりの労働供給

図 9：富-階級対応関係



搾取的関係の決定
個人ν は搾取者 $\Leftrightarrow$ 個人 ν の所得の労働価値 > $l^{*} \Leftrightarrow \omega^{\nu} > \underline{\alpha}^{*}$

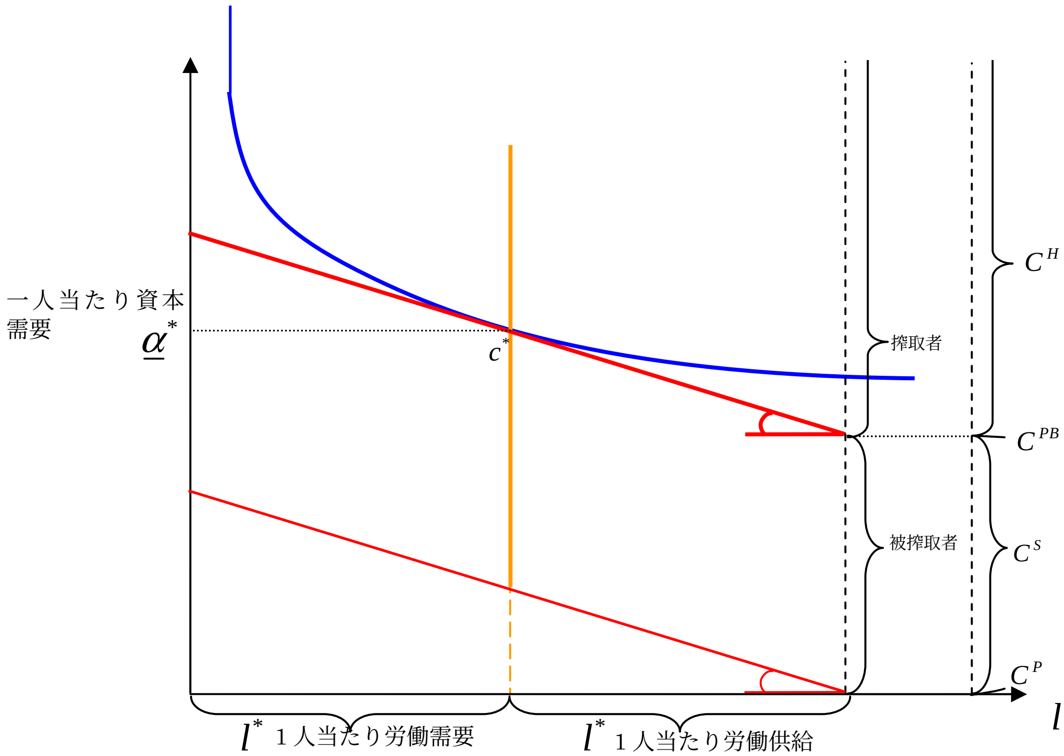
図 10: 搾取関係の生成：搾取者の決定



搾取的関係の決定

個人 ν は被搾取者 $\Leftrightarrow$ ν の所得の労働価値< $l^* \Leftrightarrow \omega^\nu < \underline{\alpha}^*$

図 11: 搾取関係の生成：被搾取者の決定



階級-搾取対応原理（CECP）

$\forall \nu \in N, \nu \in C^H \Leftrightarrow \nu$ は搾取者

$\nu \in C^S \cup C^P \Leftrightarrow \nu$ は被搾取者

図 12：階級-搾取対応原理(CECP)