2021 年度応用マクロ経済学講義ノート

(4)　習慣形成仮説と家庭内在庫モデル

阿部修人
一橋大学経済研究所

2021 年 6 月

1　消費のマルチンゲール性

Hall (1978) による有名な消費のマルチンゲールを復習してみよう。各時点で財は一種類しかなく、人も一人しかいない。そして、その個人は無限に生きることができると考える。ただし、所得には不確実性があり、以下の期待効用最大化問題を解いて消費を決定している場合を考える。

$$\max \quad E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\frac{u(c_t)}{(1+\rho)^t}\right], \tag{1}$$

$$s.t.\;\; y_t+(1+r)\,a_t-c_t-a_{t+1}=0 \quad \text{for all t.} \tag{2}$$

所得 y_t は確率変数であるが、保険はなく、家計は自らの貯蓄 a_t により将来の不確実性に対処する (自己保険、Self Insurance)。(実質) 金利は一定である。なお、貯蓄はマイナスの値をとることも可能、すなわち、負債を発行することも可能である。無論、No Ponzi ゲーム条件を課し、無限の負債蓄積は不可能という制約を置く必要がある。

ここで、効用関数が消費の二次関数であると仮定しよう。すなわち、

$$u(c_t)=ac_t-\frac{b}{2}c_t^2, a>0, b>0. \tag{3}$$

$a,b>0$ を仮定することで、この関数は上に凸となり最大点、すなわち飽和点 $\left(\bar{c}=\frac{a}{b}\right)$ が存在する。この飽和点 $\bar{c}$ よりも消費水準が大きいと消費の限界効用が負になってしまい、通常の効用関数の仮定に反することになることに注意する必要があるが、それさえ注意すれば、これはとても便利な効用関数である。このモデルを用いる場合は、変動する所得の実現値に比べて、消費の飽和点が十分に大きく、飽和点を実現するような消費経路は Ponzi Game となってしまうように、動学モデルを設計することが必要となる。

効用関数が二次関数の場合の消費のオイラー方程式は、

$$E_t c_{t+1} = a_1 + c_{t,} \tag{4}$$

$$\text{where } a_1 = \bar{c}\left(1 - \frac{1+r}{1+\rho}\right). \tag{5}$$

したがって、$\rho = r$ のときは、

$$E_t c_{t+1} = c_t \tag{6}$$

このとき、来期の消費の期待値は今期の消費水準に一致する。このような確率変数はマルチンゲールと呼ばれる。すなわち、消費水準はマルチンゲールになっている。

(6) 式は、期待値オペレーターを外し、新たな期待誤差項 ε_{t+1} を導入するとで、下記のように書くことが可能である。

$$c_{t+1} = c_t + \varepsilon_{t+1}, \tag{7}$$

ただし、$E_t\left(\varepsilon_{t+1}\right) = 0$ が成立していなければならない。無論、あるいは、

$$\Delta c_{t+1} \equiv \left(c_{t+1} - c_t\right) = \varepsilon_{t+1} \tag{8}$$

として定義することも可能である。

家計が合理的に意思決定を行っていれば、期待誤差は系列相関を持たないはずである。すなわち、

$$Cov\left(\varepsilon_{t+1}, \varepsilon_t\right) = 0$$

が成立しているはずである。もしも、この値が正であるとすると、t 期の期待誤差が正、すなわち t+1 期の消費の実現値が t 期における期待値よりも大きい場合、ε_{t+1} もまた、ゼロよりも大きくなる傾向が生じる。しかし、簡単な計算により、

$$\begin{aligned} Cov\left(\varepsilon_{t+1}, \varepsilon_t\right) &= E\left(\left(\varepsilon_{t+1} - 0\right)\left(\varepsilon_t - 0\right)\right) \\ &= E\left[\varepsilon_{t+1}\varepsilon_t\right] \end{aligned}$$

そして、t 期における情報を入手した後の共分散、すなわち条件付き共分散を求めると、

$$\begin{aligned} &E_t\left[\varepsilon_{t+1}\varepsilon_t\right] \\ &= \varepsilon_t E_t\left[\varepsilon_{t+1}\right] \end{aligned}$$

となる。これは、家計が合理的な期待形成を行う場合、常にゼロでなければならない。前期の期待誤差がどれだけ大きい、あるいは小さくとも、それが今期の期待誤差の大きさにはなんの影響も与えてはないならないのである。

期待誤差に系列相関がないことから、

$$\begin{aligned} &Cov\left(\Delta\varepsilon_{t+1},\varepsilon_t\right)\\ &=Cov\left(\Delta c_{t+1},\Delta c_t\right)\\ &=0 \end{aligned}$$

もまた成立する必要がある。

すなわち、もしも消費がマルチンゲールになっていれば、消費の変分は系列相関をもたず、無相関でなければならない。無論、これは各期の効用関数が二次関数になっており、かつ金利と時間選好率が同じになっているという強い仮定に基づく結果である。しかしながら、それらの仮定を緩め、より一般的な仮定の下で消費系列をシミュレートしても、消費はマルチンゲールから大きくは逸脱しない。消費水準を一階のラグに回帰するとその係数はほぼ1になる。しかしながら、厳密にゼロにはならない。消費の時間階差の無相関性はマクロの消費データでは正に、ミクロの消費データでは負の値をとる傾向にある。これらを説明するためのモデルとして、効用の時間に関する加法分離可能性を廃した二種類のモデルが提唱されている。家庭内在庫モデルと習慣形成仮説であり、前者はミクロの消費分析に、後者はマクロの景気循環モデルで用いられている。特に後者は NKDSGE モデルにおけるもっとも重要な仮定の一つであり、ミクロとマクロの齟齬が顕在化している事例となっている。

2　家庭内在庫モデルと習慣形成仮説

時間に関する分離可能性を廃した効用関数に、商品の耐久性を考慮する家庭内在庫モデル・あるいは習慣形成仮説とよばれるクラスのものが存在する。家庭内在庫モデルとは、家計消費と支出のタイミングにずれがあると仮定し、家計は消費財のストックから効用を得ると仮定する[1]。一方、習慣形成仮説は、過去の消費水準が現在の消費から得られる効用に影響を与えると仮定する。両者は全く異なったモデルであるが、数学的にはよく似た構造を持っている。Deaton (1992) に従い、下記のような無限視野の効用最大化問題を考えてみよう。

$$Max \quad U=\sum_{t=0}^{T} v_t\left(c_t,S_t\right), \tag{9}$$

$$s.t. \quad S_{t+1}=\left(1-\delta\right)S_t+c_t, \tag{10}$$

$$p_t c_t+A_{t+1}=Y_t+\left(1+r\right)A_t, \tag{11}$$

[1] 無論、当期の支出から効用を得ることも許容可能である。

ここで、S_t は家庭内在庫、あるいは過去の消費の蓄積を表し、δ はその減価償却率である。Y_t と p_t は所得と貯蓄、r は金利であるが、ここでの議論では重要な役割を果たさない。各期の効用関数として、非現実的ではあるが、下記のような線形の関数形、

$$v_t\left(c_t, S_t\right) = \left(\alpha c_t + \beta S_t\right), \tag{12}$$

を考える。ただし、パラメターは、

$$\alpha + \beta > 0, \tag{13}$$

$$\alpha \geq 0, 0 \leq \delta \leq 1, \tag{14}$$

を満たすとする。この単純な効用関数は、耐久消費財と習慣形成仮説の二種類の異なる行動原理をネストしている。具体的には、下記のような α と β の値を考えよう。

ケース 1: $\alpha = 0, \beta > 0$

このとき、モデルは耐久消費財モデルと呼ばれるものになり、各期の効用関数は耐久消費財の保有量のみに依存する。すなわち、各期の消費、c_t は耐久消費財の理論モデルは Mankiw (1982) により定式化され、Hayashi (1985a) が日本の四半期で同一家計を一年間追跡した家計パネルデータを用い、多くの消費財カテゴリーで耐久性が計測されることを示している。マクロデータを用いたものでは、Heaton (1993) が消費の月次変動を説明するためには、財の耐久性が必要であると言う結果を報告している。

ケース 2:$\alpha > 0, \beta < 0$

このとき、習慣形成仮説モデルと呼ばれるものになる。例えば、$\beta = -\gamma, \alpha = 1$ とし、$\delta = 1$ とすると、下記を得ることができる。

$$\begin{aligned} S_t &= c_{t-1} \\ v_t\left(c_t, S_t\right) &= \left(\alpha c_t + \beta S_t\right) \\ &= c_t - \gamma c_{t-1} \end{aligned}$$

したがって、各期の効用水準は前期の消費水準に依存するようになる。習慣形成仮説は、Duesenberry (1949) による相対所得仮説として、過去の家計の消費支出が現在の消費から得られる効用に影響を与えるという仮説を起源とする。現在は Fuhrer(2000) のように、マクロ経済モデルをシミュレートする際に頻繁に利用されている。

耐久消費財モデルと習慣形成仮説は、効用関数の異時点間の分離可能性を弱めたものであり、Constantinides (1990) のように、マクロデータを用いた分析では習慣形成仮説を支持する研究が多い。一方、ミクロデータを用いた習慣形成仮説の検証では否定的なものが多い。効用関数が時間に関して分離可能であるか否か、特に習慣形成仮説を支持するか否かは、マクロデータとミクロデータを用いた分析が完全に対立する一つの例である。

2.1　習慣形成仮説

消費の当期所得、あるいは過去の所得への有意な反応が恒常所得仮説に反する最大の理由は、恒常所得仮説において、今期の消費と前期の消費が加法に分離可能な形で効用関数に組み込まれているためである。もしも前期の消費が今期の消費からの限界効用に影響を与えるならば、前期の消費に影響を与えた前期の所得が今期の消費水準に影響を与えるのは不思議ではない。消費の異時点間における分離可能性を廃した効用関数である習慣形成仮説、耐久消費財モデルにおいては、過剰反応は自然に生じる。

下記の習慣形成仮説における最大化問題を考える。ただし、金利と時間選好を無視し、所得 y_t に不確実性があると仮定する。

$$u = E_0 \sum_{t=1}^{T} v\left(c_t - \gamma c_{t-1}\right), \tag{15}$$

$$s.t. \qquad A_{t+1} = A_t - c_t + y_t, \quad \text{for all t.} \tag{16}$$

ラグランジュアンを作ると、

$$L = \sum_{t=1}^{T} v\left(c_t - \gamma c_{t-1}\right) + \sum_{t=1}^{T} \lambda_t \left(A_t - c_t + y_t - A_{t+1}\right). \tag{17}$$

一階条件は、

$$v'_t - \gamma E_t v'_{t+1} = \lambda_t, \tag{18}$$

$$\lambda_t = E_t \lambda_{t+1.} \tag{19}$$

もしも、

$$v\left(x\right) = ax - \frac{b}{2}x^2, \tag{20}$$

$$x \equiv c_t - \gamma c_{t-1}, \tag{21}$$

ならば、

$$v'_t = a - b\left(c_t - \gamma c_{t-1}\right). \tag{22}$$

したがって、

$$-b\left(c_t - \gamma c_{t-1}\right) + \gamma b E_t\left(c_{t+1} - \gamma c_t\right) + a - a\gamma = \lambda_t, \tag{23}$$

$$-\left(c_t - \gamma c_{t-1}\right) + \gamma E_t\left(c_{t+1} - \gamma c_t\right) = E_t\left[-\left(c_{t+1} - \gamma c_t\right) + \gamma\left(c_{t+2} - \gamma c_{t+1}\right)\right]. \tag{24}$$

整理すると、

$$-E_t\left(c_{t+1} - c_t\right) + \gamma\left(c_t - c_{t-1}\right) + \gamma E_t\left(c_{t+2} - c_{t+1}\right) - \gamma^2 E_t\left(c_{t+1} - c_t\right) = 0. \tag{25}$$

したがって、

$$
\begin{aligned}
& -E_t\Delta c_{t+1}+\gamma\Delta c_t+\gamma E_t\Delta c_{t+2}-\gamma^2E_t\Delta c_{t+1} \\
& =\left(-1-\gamma^2\right)E_t\Delta c_{t+1}+\gamma\Delta c_t+\gamma E_t\Delta c_{t+2}=0. \qquad (26)
\end{aligned}
$$

整理すると、

$$
E_t\Delta c_{t+1}=\frac{\left(1+\gamma^2\right)}{\gamma}\Delta c_t-\Delta c_{t-1}. \qquad (27)
$$

上式は、消費がもはやマルチンゲールではなく、前期までの所得変化に依存することを意味する。t+1 期の消費変化率は t 期および t-1 期の消費変化率に依存している。そして、t 期と t-1 期の消費変化率は、各期における予期せざる所得変化に依存するため、今期の消費と前期の所得の間に有意な相関が生じるのである。$\gamma>0$ のとき、$Corr\left(\Delta c_{t+1,t}\,\Delta c_t\right)>0$ であるため、今期の消費と前期の所得の間には正の相関が生じる。Sommer (2007) は、習慣形成仮説を採用することにより、過剰反応を含む、マクロ経済学上の消費のパズルの多くを解決可能であると主張している。習慣形成仮説を採用するマクロモデルは多く、近年では Christiano et al. (2005)、日本においても Sugo and Ueda (2008) が採用している。しかしながら、ミクロデータによる検証では多くの場合、習慣形成仮説の存在は確認できないか、棄却されている。このマクロとミクロのギャップに関しては、本章の最後にまた議論する。

2.2 家庭内在庫モデル

習慣形成仮説と同様に、異時点間の加法分離可能性を廃したモデルとして、下記のような単純な家庭内在庫モデルを考えてみよう。

$$
u=E_0\sum_{t=1}^{T}v\left(S_t\right), \qquad (28)
$$

$$
\begin{aligned}
s.t. \qquad A_{t+1}&=A_t-c_t+y_t, && (29)\\
S_t&=\left(1-\delta\right)S_{t-1}+c_t, \quad \text{for all t.} && (30)
\end{aligned}
$$

このとき、ラグランジュアンは、

$$
L=E_0\sum_{t=1}^{T}v\left(S_t\right)+\sum_{t=1}^{T}\lambda_t\left[A_t-S_t+\left(1-\delta\right)S_{t-1}+y_t-A_{t+1}\right]. \qquad (31)
$$

一階条件は、

$$
v_t'=\lambda_t-\left(1-\delta\right)E_t\lambda_{t+1}, \qquad (32)
$$

$$
\lambda_t=E_t\lambda_{t+1}. \qquad (33)
$$

各期の効用関数を前と同様に二次式、すなわち、

$$v(x) = ax - \frac{b}{2}x^2, \tag{34}$$

と仮定すると、一階条件は下記のように整理できる。

$$a - bS_t = \lambda_t - (1-\delta) E_t \lambda_{t+1}, \tag{35}$$

$$a - bE_t S_{t+1} = E_t \lambda_{t+1} - (1-\delta) E_t \lambda_{t+2}. \tag{36}$$

上の二式の差をとると、

$$b(S_t - E_t S_{t+1}) = E_t(\lambda_{t+1} - \lambda_t) - (1-\delta) E_t (\lambda_{t+2} - \lambda_{t+1}). \tag{37}$$

すなわち、

$$\Delta E_t S_{t+1} = 0. \tag{38}$$

ところで、(29) 式より、

$$\begin{aligned} E_t S_{t+1} - S_t &= (1-\delta)(S_t - S_{t-1}) + E_t(c_{t+1} - c_t). \\ &= (1-\delta)\left[(1-\delta)(S_{t-1} - S_{t-2}) + (c_t - c_{t-1})\right] + E_t(c_{t+1} - c_t) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{39}$$

したがって、

$$E_t \Delta c_{t+1} = -(1-\delta)\Delta c_t - (1-\delta)^2 \Delta S_{t-1}. \tag{40}$$

上の式は、$Corr(\Delta c_{t+1}, \Delta c_t) < 0$ であるため、習慣形成仮説とは対称的に、今期の消費と前期の所得には負の相関が生じることがわかる。

Hayshi (1985) は日本の四半期家計パネルデータを独自に作成し (当時の経済企画庁のプロジェクト)、家計内在庫モデルと習慣形成仮説のどちらが日本の消費行動に適合的かを分析した。その結果、多くの場合家計消費の時間変分の自己相関は負になっており、構造モデルの推計によっても、習慣形成仮説よりは家計在庫モデルと整合的な結果を得ている。

家庭内在庫モデルの推計は現在の消費研究の最先端の一つである。POS データの普及により商品レベルの家計の購買行動のデータが利用可能になり、Hendel and Nevo (2006) のように、歯磨き粉や洗剤などの保存可能財の購買行動の実証分析が進行している。ただし、上記のモデルのような集合財ではなく、個々の商品レベルでの分析となると、個々の商品の価格変動に関する将来予測が必要になる。保存可能財が特売になれば、その時点で大量に購入されることになる。これは、特売時に通常の数百倍から数千倍の売り上げがあることと整合的であるが、分析する場合は、将来の個々の商品価格の予測をモデルに取り込まねばならない。また、家計の購買行動は観察可能でも、家計内に保管されている商品の量や実際の消費動向は観察不可能であり、購買

行動からこれらを推計していく必要がある。モデルは非線形となり、分析上のハードルも急上昇する。しかし、消費税率改定前の駆け込み需要とのその反動の大きさ、日本のスーパーで今日でもみられる特売合戦を考えると、たとえ数か月間の短期的な購買行動パターンであっても、日本経済に与える影響は存外大きいのかもしれない。

2.3 マクロデータとミクロデータの挙動の違い

家計消費分析に限らず、ある経済モデルを推計する際に、ミクロデータとマクロデータで全く異なる結果になることは決して珍しいことではない。例えば、企業の設備投資行動は、マクロ経済データを用いた分析では Kiyotaki and West (1997) 等、設備投資の調整費用を投資額の二次関数とする、いわゆる Tobin Q モデルに基づく推計が標準となっているが、工場レベルのミクロデータでは、Doms and Dunne (1998) のように、投資額に関して連続な調整費用ではなく、たとえわずかな設備投資額であっても、投資を行う場合は固定費用を必要とするモデルが標準となっている。ミクロとマクロの設備投資行動は異なるモデルで描写されているわけであるが、設備投資分析の場合は、Caballero and Engel (1999) のように、異なる工場の設備投資行動を集計することで、マクロでは連続な調整費用で描写可能になるような、マクロ・ミクロの両方のデータと整合的な統合理論モデルの構築が行われている。

一方、家計消費分析の場合、マクロの家計消費を説明する際に、個別家計の最適化行動をそのままマクロデータに適用させる場合が多い。これは、完備資本市場下であれば正当化可能であるが、家計固有ショックが存在する不完備資本市場の場合は家計レベルの動向をそのままマクロに集計することできない。不完備資本市場の下で、異なる家計の動きを集計し、マクロの動向を説明する分析は、Krussel and Smith (1998) 等があるが、DSGE 等、近年主流のマクロモデルでは家計間の異質性はおろか、ミクロデータとマクロデータの挙動の違いに注意を払っていることもほとんどない。

家計消費研究において、マクロ分析とミクロ分析間の相違がいかなる理由で発生しているかは非常に大きな問題であり、本章で扱う範囲を超えるものであるがマクロとミクロのデータのどのような挙動の違いが実証分析の違いを生み出しているかは容易に理解可能である。表 1 は家計経済研究所による日本の若年有配偶家計に関するパネルデータを用い、年齢ごとの家計所得・消費の共分散構造をまとめたものである[2]。第四列からわかるように、家計消費変化率の一階の自己相関は一貫して負の値をとっており、所得と消費の相関は極めて小さい。また、消費の標準偏差は所得よりも遥かに大きく、消費支出の変動は極めて大きくなっている。表 2 は、日本における国民所得計算データから計算した季節調整済の消費と国内総生産の対数階差に関する特徴

[2] 詳細は阿部・稲倉 (2006) を参照せよ。

をまとめたものである。第二列で示されている消費の自己相関は、有意で負になっているケースが二回あるが、全体として明確な傾向は存在しない。また、消費と所得の同時点での相関は正になっているが、その係数の大きさは時代により大きく異なっており、安定していないことも注目に値する。マクロの消費・所得の階差系列に関しては、安定した関係を見つけることは困難なのである。表 2 と表 1 の消費と所得の共分散構造は大きく異なる。マクロの時系列データの結果は、Christiano et al. (2005) や Sommer (2007) の支持する習慣形成仮説、あるいは Flavin (1981) 等の主張する消費の過剰反応と整合的である。一方、ミクロデータを用いた表 1 では、消費の自己相関は負になっており、所得と消費の間の共分散も大きな値にはなっていない。ミクロデータを用いた習慣形成仮説の検証では、PSID を用いた Dynan (2000) が否定的な結果を導いており、むしろ、Hayashi (1985) が指摘しているように、(40) 式より自己相関が負となることを予測する耐久消費財モデルの方がデータと整合的となるのである。

2.4 時間集計 (Temporal (Time) Aggregation)

Hall (1978) による家計の消費決定モデルでは、各期に所得の実現値が決まり、その観察後に消費を決定すると仮定しているが、その際の、一期、という意思決定期間として、果たして四半期、あるいは一年という単位が適切であるかは自明ではない。収入を年単位で固定されている家計がいる一方、失業や給料の変化、病気等の事象は、一年に一度、あるいは四半期に一度等、最適消費計画において重要な出来事は、一年のうちでいつ生じるかわからない。年の途中で重要な変化が生じた時には、将来の消費計画はその時点で変更されると考えることが自然である。

一つの極端な立場は、連続時間を仮定し、経済現象や消費計画も連続的にコントロールされていると考えることである。Chrsitiano, et al. (1991) は連続時間モデルを考え、四半期データで連続時間モデルの検証を考える場合のバイアスを考察している。Christiano, et al. (1991) のモデルを解くにはかなり複雑な操作が必要であるが、その基本メカニズムは単純である。Deaton (1993) に従い、下記のような例を考えよう。Hall (1978) のように、消費および所得の時間集計 (Temporal Aggregation) を考える。τ は半年、t は一年とし、家計の意思決定は半年単位でなされるが、経済学者に観察可能なのは一年間の集計量のみであると仮定する。すると、一年単位の階差は下記のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta c_t^* &= c_\tau + c_{\tau+1} - c_{\tau-1} - c_{\tau-2} \\ &= \Delta c_{\tau+1} + 2\Delta c_\tau + \Delta c_{\tau-1}, \qquad (41)\end{aligned}$$

年齢	Corr(ΔY, ΔY(-1))	SD(ΔY)	Corr(ΔC, ΔC(-1))	SD(ΔC)	Corr(ΔY,ΔC)
25	-0.4387	0.1980	-0.5335	0.4489	-0.2114
26	-0.5548	0.2602	-0.6798	0.5223	-0.1231
27	-0.2574	0.2577	-0.4680	0.5097	-0.0094
28	-0.3952	0.2518	-0.3040	0.4540	-0.0308
29	-0.5622	0.2768	-0.5498	0.4863	0.0638
30	-0.4852	0.2886	-0.5415	0.4808	0.0956
31	-0.3803	0.2339	-0.4955	0.4607	0.0223
32	-0.2977	0.2592	-0.4351	0.4163	-0.0492
33	-0.3058	0.2358	-0.4632	0.4271	0.0422
34	-0.5313	0.2753	-0.5504	0.4699	0.0311
35	-0.4494	0.2371	-0.5251	0.4504	0.0140
36	-0.3630	0.2606	-0.4323	0.4138	0.0340
37	-0.3013	0.2022	-0.5079	0.4107	0.0161
38	-0.3121	0.1732	-0.4369	0.4057	0.0269
39	-0.3460	0.1830	-0.3561	0.3587	-0.0316
40	-0.3484	0.2546	-0.4996	0.3636	0.0815
41	-0.3656	0.2579	-0.3303	0.3624	0.1227
42	-0.6754	0.3277	-0.5583	0.3932	0.0558
43	-0.1903	0.2629	-0.3247	0.4250	-0.0414
44	-0.3773	0.3165	-0.4092	0.4293	0.0102
45	-0.1783	0.5232	-0.5668	0.4351	0.0006

注) 出典: 阿部・稲倉(2006)

家計経済研究所によるパネルデータの第一回(1993年)から第十回(2002年)調査に基づく。

年齢: 男性配偶者の年齢

Y: 男性配偶者の税引き前勤労所得(自然対数)

C: 家計消費支出(自然対数)

Y, Cともに(1)家族構成ダミーおよび(2)期間ダミーに回帰、その残差の階差を用いている。

図 1: 表 1

	マクロデータにおける家計消費支出と国内総生産の特徴				
Date	Corr(ΔC,ΔC(-1))	Corr(ΔY, ΔY(-1))	Corr(ΔY,ΔC)	SD(ΔY)	SD(ΔC)
1955-1959	-0.4112	-0.2177	0.8685*	0.0149	0.0170
1960-1964	-0.6548*	-0.4961*	0.8958*	0.0147	0.0143
1965-1969	0.1580	-0.1034	0.5487	0.0111	0.0084
1970-1974	-0.2733	0.2049	0.8775*	0.0155	0.0208
1975-1979	0.0256	-0.0762	0.3794	0.0061	0.0073
1980-1984	0.3178	-0.1240	0.2523	0.0043	0.0055
1985-1994	-0.5143*	-0.3407	0.7774*	0.0074	0.0084
1990-1995	-0.0768	0.3900	0.6148*	0.0063	0.0058

注） C: 季節調整済み家計最終消費支出(自然対数)
Y: 季節調整済み国内総生産(自然対数)
68SNA。1955年は1955年第二四半期から。
SD:標準偏差。相関係数における*は5%で有意であることを意味する。

図 2: 表 2

$$\Delta y^*_{t-1} = \Delta y_{\tau-1} + 2\Delta y_{\tau-2} + \Delta y_{\tau-3}. \tag{42}$$

消費がマルチンゲールであれば Δc_τ と $\Delta y_{\tau-1}$ は無相関になる。しかし、その場合でも、Δc^*_t と Δy^*_{t-1} は無相関にならない。なぜなら、上の二式で、$\Delta c_{\tau-1}$ と $\Delta y_{\tau-1}$ という同時点の変数が入っており、両者は正の相関があることが期待されるため (予期せざる所得の上昇は消費も上昇させる)、Δc^*_t と Δy^*_{t-1} の間には正の相関が生じてしまうのである。Christiano, et al. (1991) は、連続時間で定義された最適家計消費系列を導き、四半期データに集計された系列に対し、時間集計が与えるバイアスを考慮し推計を行うと、過剰反応は十分に検出されないと論じている。

分析に用いる消費データが四半期単位の集計量である一方、真実の消費系列が日次等の、より高頻度の期間で生成されている場合、消費データの階差の自己相関は恒常所得仮説が予測するものと大きく異なるものとなる。真の消費系列がマルチンゲールであれば、全ての $s\,(>0)$ に関して、$Cov\,(\Delta c_\tau, \Delta c_{\tau+s}) = 0$ であるから、

$$\begin{aligned} & Cov\left(\Delta c^*_t, \Delta c^*_{t-1}\right) \\ & = Cov\,(\Delta c_{\tau+1} + 2\Delta c_\tau + \Delta c_{\tau-1}, \Delta c_{\tau-1} + 2\Delta c_{\tau-2} + \Delta c_{\tau-3}) \\ & = Vav\,(\Delta c_{\tau-1})\,. \end{aligned} \tag{43}$$

したがって、消費データの階差の自己相関は正になる。時間集計が、本来存在しない正の系列相関を作り出すのである。

一方、時間集計問題が存在しないと仮定し、さらに消費データに計測誤差があり、その計測誤差が i.i.d. であるとする。この時、マルチンゲールに従う

消費を c, 計測誤差を含む消費データを c^+ とし、計測誤差を v とすると、

$$c_t^+ = c_t + v_t, \tag{44}$$

$$\Delta c_t^+ = v_t - v_{t-1}, \tag{45}$$

$$Cov\left(\Delta c_t^+, \Delta c_{t-1}^+\right) = -Var\left(v_{t-1}\right). \tag{46}$$

したがって、真の消費系列がマルチンゲールに従い、実際の消費データに系列相関のない計測誤差が含まれている場合、消費データの階差の一階の自己相関は負になることはあっても正になることはありえないのである。

Ermini (1989) および Heaton (1993) は、月次データの消費変化率の一階の自己相関が常に負で有意となっており、四半期データと非整合的であることを指摘し、時間集計のみでは消費の過剰反応を説明できないことを示唆している。しかしながら、時間集計の存在は、Δc_t^* と Δy_{t-1}^* の相関を検証する場合、高次のラグを操作変数として使用する必要があることを明確に示した点で、その後の実証分析に大きな影響を与えている。