2021年度応用マクロ経済学講義ノート(3)

(3)　Equivalence Scale: 等価尺度と家計内資源配分 (Collective Model)

阿部修人
一橋大学経済研究所

2021年6月

1　導入

数十年前まで、需要関数の推計はほとんどの場合、集計データで行われていた。当時、真剣に計量分析を行っていたLawrence Kleinのような研究者達は、家計や個人レベルの行動モデルである経済理論が、どうしたら集計量に当てはめることができるか、いわゆる集計問題に関して多くの時間を費やし、Gorman型等の効用関数を提示していた。しかし、今日では、学術領域における家計消費分析のほとんどはミクロデータを用いており、集計問題は過去のものになりつつある。個票データは集計データにない非常に多くの情報が含まれており、コンピューターの計算力の強化もあいまり、経済学者の分析可能対象は飛躍的に増加している。かつては食費とそのほか、の二種類、せいぜい数種類の大分類でしかなかった消費分析は、現在ではPOSデータに基づく個別財に関するものにまで拡大してきている。

一方、個票データを用いることで、集計量では顕在化しなかった新たな問題が生じている。それは、家計属性と消費に関する関係である。これは、特に政策当局が経済厚生や格差を考える時に深刻な問題となる。例えば、30代夫婦の家計を考えてみよう。とりあえず時間のことは考えず、動学的な側面は無視してみよう。いま、二組の夫婦がいるとする。両方とも世帯年収は800万円である。一方の夫婦(A)には子供が二人おり、もう片方の夫婦(B)には子供はいない、とする。経済厚生を考える時、子供の数はどう扱えばよいだろうか?マクロ経済学では、一人当たり所得で人口をコントロールするのが一般的である。とすると、一人当たり年収はAでは400万円、Bでは200万円である。しかし、これほどの差は本当に存在するだろうか?さらに、まだ現役の親世代と同居している、しかし子供のいない四人世帯の夫婦Cを考えてみよう。親夫婦の年収も800万円とすると、世帯Cの一人当たり年収は400万円となる。では、世帯Aと世帯Cの経済厚生はほとんど同じとみなしてよいだろうか?

住宅費、光熱費、食費の多くには規模の経済が働くと考えられている。独立した生計を営む二つの単身世帯が、同居し生計を共にすることにより、一人当たりの年収は同居前と同じであっても、より高い水準の経済厚生が実現される可能性が高い。また、同居人が子供の場合、5 歳や 10 歳の場合は、大人と同様の費用がかかるとも思われない。また、子供よっては教育費等に通常の大人よりも大きな費用がかかる可能性もあるだろう。理論的には、家計の経済厚生を間接効用関数で表現すると、価格と所得に加え、家計構成という変数が要素として入ってくることになる。

家計構成は、家計間格差を考える際に特に重要な要素となる。現在の日本は少子高齢化が進んでおり、未婚世帯や子供のいない世帯が過去に比べて増加している。家計間格差を測る際には、通常は所得、あるいは支出額の対数分散やジニ係数等を計算するが、その際のユニットとして、世帯一人当たり所得を用いるか、世帯所得を用いるか、あるいは何らかの調整を行うか、により推計量は大きく変化しうる。OECD や多くの応用研究では、下記の、三種類の「等価尺度:Equivalence Scale」の中の一つが使われている。

(1) “OECD Equivalence Scale”: 家計の最初の大人に 1、以降の大人に 0.7、子供に 0.5 をあてて、足していく。例えば、大人 2 人、子供 1 人なら $1+0.7+0.5=2.2$、大人 2 人なら $1+0.7=1.7$. これは、近年では old scale とも呼ばれる。

(2) “OECD Modified Scale”: the Statistical Office of the European Union (EUROSTAT) が 1990 年代に考案したものであり、最初の大人に 1、次以降の大人に 0.5、子供には 0.3 をあてて足した総和を家計人数とみなす。大人 2 人に子供 1 人なら、$1+0.5+0.3=1.8$ となる。

(3) “Square Root Scale”: これは、大人や子供数によらず、家計構成員のルートをとったものであり、大人 2 人、子供 1 人なら、ルート 3 で、約 1.7 となる。

Equivalence Scale があれば、家計所得をその数値で割ることで、“Equivalised Income”を得ることができる。一般に、等価所得と呼ばれるものは、上記のうちのいずれかの Scale で割ったものであり、近年では Square Root Scale を用いたものが多い。問題は、これらの Scale にどのような根拠があるか、である。結論から言うと、多くの研究者の見解が一致するような理論的メカニズムを有する Equivalence Scale の計算方法は存在しない。上記の三尺度は、学術的裏付けのあるものではなく、ad hoc に仮定されているものである。Equivalence Scale は古くは 19 世紀の Engel の研究にまでさかのぼることができる[1]、長い歴史の有する一大分野であり、特に 1990 年代に非常に多くの研究が行われている。近年でも、多くの著名雑誌に推計手法に関する研究が頻繁に発表されている。Equivalence Scale は非常に重要な変数であり、

[1] Engel の研究はドイツ語で書かれており、私は未読であるが、興味のあるものは、下記のリンクで読むことが出来る。
https://archive.org/details/dielebenskostenb00engluoft/page/n1/mode/2up

多くの国際機関や官庁で頻繁に利用されているが、そこに非常に重要な問題が存在することは、学術の世界の外で広く理解されているとは言い難い。

等価尺度の計測における最大の問題は、家計構成が変化したとき、それは費用と効用の両方に影響を与えるが、観察可能なのは需要の変化のみであり、費用と効用に関しては多くの仮定を置かない限り推計できない点にある。近年では、等価尺度という家計単位の計測ではなく、あくまで個人レベルの効用関数をベースに、家計内の意思決定モデルと組み合わせて等価尺度と同様のパラメターの推計がされるようになっている。これは、家計とは何か、という根本的な問いかけに対する、現代消費理論のいきついた姿でもある。

本講義ノートは、Equivalence Scale の推計に関して、いくつかな主要な研究結果を紹介していく。そして、近年、等価尺度の新しい見方を提供するものとして注目されている家計内意思決定モデル、Collective モデルを紹介し、それに基づく等価尺度の推計手法についても議論していく。

2 Identification

乳幼児の数や男性、女性の数、老人等の人数のように、家計構成を示す家計属性ベクトルを z と表記しよう。一つの家計の消費行動があたかも、その家計固有の、代表的な個人の消費行動とみなす場合、標準的なミクロ経済理論と同様に、効用関数、間接効用関数、および費用・支出関数を定義することが可能である。価格ベクトルと効用水準を所与とすると、家族構成も考慮した費用関数は $E(p,u,z)$ となる。すると、等価尺度は、z と z_0 という二つの異なる家計属性を有する家計が同一の効用を実現するために必要な最小費用の割合と定義可能である。すなわち、等価尺度は価格、効用水準、および二つの家計属性ベクトルの関数 $I(p,z_0,z,u)$ であり、下記のように定義できる。

$$I(p,z_0,z,u)=\frac{E(p,u,z)}{E(p,u,z_0)}.$$

すると、

$$E(p,u,z)=I(p,z_0,z,u)\times E(p,u,z_0)$$

となり、z の家計属性を有する家計が Reference 家計 z_0 と同等の効用を実現するために必要な所得補償額がわかる。

この定義に従い、等価尺度を推計することは可能だろうか?支出関数を知るには、補償需要、あるいは間接効用を知る必要がある。前回の講義ノートで議論した AIDS は、物価水準を用いることで実質所得を効用とほぼ同じ情報を有するものに変換することで、補償需要関数の推計を可能にしていた。す

なわち、

$$\begin{aligned}\omega_i &= \alpha_i + \sum_k \gamma_{ki} \ln p_k + \beta_k u \beta_0 \prod_k p_k^{\beta_k} \\ &= \alpha_i + \sum_k \gamma_{ki} \ln p_k + \beta_i \left(\ln \frac{y}{P} \right).\end{aligned}$$

ここに、家計属性情報を加えてみよう。例えば、下記のような拡張が可能である。

$$\begin{aligned}\omega_i &= \alpha_i(z) + \sum_k \gamma_{ki}(z) \ln p_k + \beta_k(z) u \beta_0 \prod_k p_k^{\beta_k(z)} \\ &= \alpha_i(z) + \sum_k \gamma_{ki}(z) \ln p_k + \beta_i(z) \left(\ln \frac{y}{P} \right).\end{aligned}$$

すると、そこで求めたパラメターから、間接効用を計算し、さらには費用・支出関数を求めることが可能になる。AIDS モデルは Flexible 関数に基づいてるので、強い仮定を課さない、任意の費用関数や間接効用関数の近似とみなすことが可能である。AIDS 以外にも Flexible 関数は存在し、Translog 関数を用いて等価尺度を計算した Jorgenson and Slesnick (1983)[2]は特に有名な論文である。また、異なる Specification であるが、Lazear and Michael (1980)[3]もまた需要関数から等価尺度の推計を行っている。

我々は、家族構成の異なる家計間で、どのように消費支出パターンが異なるかを知ること、すなわち需要関数の推計を異なる家計属性ごとに行うことで、家計構成がどのように需要を変化させるかを容易に知ることが可能である。その推計量、すなわち、家計属性間の需要の違いから支出関数の形状を推測し、等価尺度を得るのは自然な発想に思えるだろう。実際、上記の手法に基づく推計は今日でもたまに見かける。しかし、20 世紀の後半に、これらのアプローチは非常に強い批判を受けることになる。

Pollak and Wales (1979) は、需要行動から等価尺度の推計はそもそも不可能であることを指摘した[4]。ここでは、その結果を綺麗にまとめてある Blundell and Lewbel (1991) の補題を紹介しよう[5]。

補題 1 *Blundell and Lewbel (1991)*

$$q = D(p, x, z)$$

[2]Jorgenson, Dale W., and Daniel T. Slesnick. (1987) "Aggregate Consumer Behavior and Household Equivalence Scales." *Journal of Business and Economic Statistics* 5 (2): 219–32.

[3]Lazear, E.P. and R.T. Michael (1980), "Family Size and the Distribution of Real Per Capita Income," *American Economic Review* , vol.70, No.1, p.91-107.

[4]POLLAK R. A. and T. J. WALES (1979), "Welfare Comparisons and Equivalence Scales," *American Economic Review* , 69, 216-221.

[5]BLUNDELL,R. and A. LEWBEL (1991), "The Information Content of Equivalence Scales," *Journal of Econometrics*, 50, 49-68.

を効用関数 $U(q,z)$、予算制約 $p'q=x$ の下で得られるマーシャルの需要関数とする *(*p は価格、x は所得、z は家計属性である*)*。任意の費用・支出関数 $E(p,u,z)$ に対応する等価尺度 $I(p,z,z_0)$ が、z を動かしたときにとりうる値の集合を $\Omega\left(p,z^0\right)$ とする。また、Ω^0 を任意の正の値とする。ここで、任意の需要関数 $D(p,x,z)$、任意の正の値をする価格ベクトル p^0 に対して、下記をみたす費用・支出関数 $E(p,u,z)$ がユニークに存在する。

(1) $E(p,u,z)$ の下で生成されるマーシャルの需要関数は $D(p,x,z)$ となる。

(2) 任意の正の実数 u に関して、$E\left(p^0,u,z^0\right)=u$

(3) $\Omega^0=\Omega\left(p^0,z^0\right)$。

この補題の意味するところは非常に重要である。いま、現在考えられる最も理想的な購買データがあるとしよう。そこには様々な財価格の下で、家計属性ごとの所得および様々な財への需要数量、支出額が記録されている。次に、どんな数値 (1.5 とか 10 とか)、でもよい、適当に等価尺度をでっちあげよう。この補題が意味するのは、適当にでっちあげた等価尺度が、理論的な等価尺度に一致するように、観察された需要情報と整合的な費用・支出関数を構築することが可能である、ということである。すなわち、家計属性ごとの需要情報は、等価尺度に関する「いかなる」情報も有していないことになる。

我々は、AIDS に家計属性情報を導入することで家計属性と支出関数の対応を作り出すことが可能であることを見てきた。では、上記の補題のような結果はなぜ生じるのだろうか?

Deaton (1997) に従い、費用・支出関数を用いて、上記の補題の直感を説明しよう。家計属性に依存する形で費用関数を下記のように定義する。

$$E(p,u,z)$$

さて、ここで、新たな効用関数の単調変換 $\xi(u,z)$ を考える。第一成分に関しては単調増加を仮定する。したがって、家計属性を一定とすれば、この変換は家計の需要には影響を与えない。新たな費用・支出関数を下記のように書こう。

$$\widetilde{E}(p,u,z)=E(p,\xi(u,z),z)$$

無論、一般には

$$E(p,u,z)\neq\widetilde{E}(p,u,z)$$

が成立する。次に、価格 p と所得 x の下で、新たな費用関数と整合的な効用水準を $\tilde{u}$ とする。すると、新たな費用関数の下での補償需要は、価格 p と所得 x の下でのマーシャルの需要関数と等しいはずである。すなわち、

$$h_i(\widetilde{u},p,z)=q(p,x,z)$$

すなわち、変換後の効用関数 $\xi(u,z)$ の下での需要関数と、変換前の効用関数の下での需要関数は同じである。一方、費用・支出関数そのものは二つの

効用関数の間で異なるものであった。家計属性の構造を特定しない限り、費用関数と需要関数の間に一対一の対応がもはや存在しない、すなわち、同じ需要関数であっても、異なる支出関数を作ることが可能である。そして、支出関数を、等価尺度がどんな値にでもなるように、任意の形で作ることが可能になってしまうのである。

ふりかえって、AIDS モデルでの等価尺度の推計を考えてみよう。すると、費用関数の中に家計属性情報が特定の形で含まれている。そして、Blundell and Lewbel (1991) の結果は、その導入のされ方に等価尺度の推計結果が全面的に依存していることを意味している。この結果を踏まえ、Deaton (1997) は次のようにまとめている "The lesson of the undereidentification result is not that scales cannot be estimated, but that scales that are not supported by explicit assumptions are scales that cannot be treated seriously. (p.251)" 名指しはしていないものの、Flexible な、「一般的」な需要関数を用いた等価尺度の推計のほとんどが役にたたない、と宣言しているも同然である。

もしも 2 時点の情報が利用可能なのであれば、等価尺度の「変化」に関しては関数形の仮定によらない識別が可能である。同一の家計属性の下での価格変化の厚生効果、すなわち生計費指数を下記のように定義しよう。

$$L\left(p, p^{0}, z\right)=E(p, u, z) / E\left(p^{0}, u, z\right)$$

すると、2 時点の費用。支出関数の情報を用い、下記のような計算が可能である。

$$\begin{aligned}
\frac{E(p, u, z)}{E\left(p, u, z^{0}\right)} &= \frac{E(p, u, z) / E\left(p^{0}, u, z\right)}{E\left(p, u, z^{0}\right) / E\left(p^{0}, u, z^{0}\right)} \times \frac{E\left(p^{0}, u, z\right)}{E\left(p^{0}, u, z^{0}\right)} \\
&= \frac{L\left(p, p^{0}, z\right)}{L\left(p, p^{0}, z^{0}\right)} \times \frac{E\left(p^{0}, u, z\right)}{E\left(p^{0}, u, z^{0}\right)}
\end{aligned}$$

左辺と右辺に異なる価格ベクトルの下での等価尺度が登場する。すなわち、真の生計費数の家計属性別の値の変化を知ることができれば、等価尺度の変化を知ることも可能なのである。もっとも、これはあくまで「変化」であり、格差の場合は変化よりも水準に関心がある場合が多い。

2.1 等価尺度の識別法法 (1) Independence of a Base Level of Utility (IB)

等価尺度を需要情報から識別するには、関数形に関して追加の仮定を設ける必要がある。伝統的に利用されているのが Independence of a Base Level of Utility (IB) と呼ばれる制約である。具体的には、費用・支出関数が家計属性に関して乗法に分離可能、すなわち、

$$E(p, u, z)=m(p, z) E^{0}(p, u)$$

となっているとき、この等価尺度は IB を満たすと定義する。このとき、等価尺度は、

$$\begin{aligned} I(p, z_0, z, u) &= \frac{E(p,u,z)}{E(p,u,z_0)} \\ &= \frac{m(p,z)\,E^0(p,u)}{m(p,z_0)\,E^0(p,u)} \\ &= \frac{m(p,z)}{m(p,z_0)} \end{aligned}$$

となり、効用水準に依存しなくなる。AIDS を用いた例で考えると、家計属性情報が需要システムに現れる形式に関する制約であり、効用タームの項、すなわち実質所得にかかる係数 $\beta_i(z)$ が z に依存せず一定であることを仮定していることに等しい。すなわち、

$$\begin{aligned} \omega_i &= \alpha_i(z) + \sum_k \gamma_{ki}(z) \ln p_k + \beta_i(z)\left(\ln \frac{y}{P}\right) \\ &= \alpha_i(z) + \sum_k \gamma_{ki}(z) \ln p_k + \beta_i\left(\ln \frac{y}{P}\right) \end{aligned}$$

である。この制約は通常の家計消費に関する個票データを用いて検証可能であり、Blundell and Lewbewl (1991) はイギリスの家計個票データを用い、IB は多くの場合棄却されるということを報告している。

2.1.1 Engel の手法

IB は伝統的な Engel 係数による等価尺度を含んでいる。家計 h の費用・支出関数 E^h が下記のように書けるとしよう。

$$E^h(p,u,z) = m(z)\,E(p,u)$$

ただし、$E(p,u)$ は一人当たりの費用関数であり、$m(z)$ は家計 h の家計属性 z に依存する関数である。もしも等価尺度にまつわる規模の経済、もしくは幼児と大人にかかる費用が同一であれば、$m(z)$ は単に家計の構成人数に一致する。この形は、IB の仮定をさらに強くしたものである。シェファード・マッケンジーの補題から、補償需要、ヒクシアンは

$$h_i(p,u,z) = m(z)\frac{\partial E(p,u)}{\partial p_i}$$

変形すると、

$$\frac{h_i(p,u,z)}{m(z)} = \frac{\partial E(p,u)}{\partial p_i}$$

この右辺は家計属性に依存していない。したがって、任意の 2 つ家計の効用水準が同一であるためには、等価尺度で調整した一人当たり需要は一致していなければならない。支出シェアで考えると、

$$\begin{aligned}\omega_i &= \frac{p_i h_i(p,u,z)}{E} \\ &= \frac{p_i h_i(p,u,z)/m(z)}{E/m(z)} \\ &= \frac{p_i \frac{\partial E(p,u)}{\partial p_i}}{E(p,u)}\end{aligned}$$

となり、やはり、右辺は家計属性に依存していない。同一の効用であれば、財への支出シェアもまた同一にならねばならない。食料がもしも下級財であれば、食料支出のシェアが高いほど経済厚生は低いという Engel の法則が導かれる。そして、$m(z_1)=1$ となるよう Reference 家計の属性、z^1 を定義すると、Reference 家計と家計 h の間の等価尺度は

$$m(z) = \frac{h_i\left(p,u,z^h\right)}{h_i\left(p,u,z^1\right)}$$

となり、2 家計の需要の比によって決めることができる。Engel の手法を用いて等価尺度を計算する際には、

$$m = 1 + \delta_1 a_1 + \delta_2 a_2$$

ただし、a_1 は乳幼児の数、a_2 は 5 歳から 16 歳の子供の数、のように家計属性に対し、なんらかの Reference 家計の食料支出額との比にした各家計の食料支出を回帰すればよい。もしくは、食料支出シェアを各家計属性に回帰することでも同様の推計は可能である。

2.1.2 Prais-Hauthakker の手法

Engel の仮定では、等価尺度 $m(z)$ はすべての財に関して同一であったが、これは非常に強い仮定である。財により等価尺度は異なる可能性がある。Prais and Houthakker の手法と呼ばれるものは、Engel の手法を他の財に一般化したものであり、各財への需要 q_i は下記のように定式化される。

$$\frac{p_i q_i}{m_i} = g_i\left(\frac{E}{m_0}\right)$$

ここで、m_i は財 i 固有の等価尺度であり、m_0 は一般的な等価尺度である。予算制約を考えると、

$$\sum_i m_i g_i\left(\frac{E}{m_0}\right) = E$$

となる必要がある。m_i を家計構成の関数と考え、各財の支出シェアを用いて、非線形連立方程式により m_i を推計することは可能である。もっとも、注

意深く関数形を特定化しないと予算制約をみたさなくなるケースがあるなど、この推計は困難であることが、Deaton (1997) により指摘されている。

2.1.3 Barten の手法

Prais-Hauthakker の手法では、財固有の等価尺度が需要関数で定式化されていたが、それを効用関数を用い、

$$u = v\left(q_1/m_1, q_2/m_2, ..., q_n/m_n\right)$$

と考える。等価尺度が家計構成人数と一致するととりあえず考えると、上記の効用関数は、家計構成人数分だけ、各財の消費は減少することを意味する。等価尺度で調整した消費を

$$q_i^* = \frac{q_i}{m_i}$$

とすると、この調整済み財の価格は

$$p_i^* = m_i p_i$$

となる。そして、

$$\begin{aligned} & \max v\left(q_1/m_1, q_2/m_2, ..., q_n/m_n\right) \\ s.t. \qquad & \sum p_i^* q_i^* = y \end{aligned}$$

を解いて、需要関数

$$\frac{q_i}{m_i} = g_i\left(y, m_1 p_1, ..., m_n p_n\right)$$

を計算する。Prais-Hautakker に比べ、財間の代替が考慮されており、その意味で一般化されている。この手法には二点問題がある。第一に、この需要関数を推計する際には、家計間で価格差がなければならない点である。家計間が価格差がない場合、財固有の等価尺度と価格の効果の識別で不可能になっている。第二に、Deaton (1997) は、牛乳と炭酸水、ビールの間の代替は、乳幼児のいる家計と大人のみの家計では異なる可能性があり、家計属性が財間の代替性に直接影響を与えないというのは非常に強い仮定であると指摘している。

2.1.4 Rothbarth の手法

子供の数の調整のみに関心がある場合は、Rothbarth の手法と呼ばれる等価尺度の計算手法がある。家計支出の中で、アルコールやたばこは大人用の財であり子供は原則消費しない。なら、大人用の財、Adult Goods の消費量を大人の厚生指標として使うことができるかもしれない。

Engel の手法では食料支出割合が家計構成の尺度となっていたが、家計の中の大人の厚生の尺度として、特定の Adult Goods を想定し、それへの支出額を用いて、大人の厚生指標とするのである。推計は容易であり、なんらかの基準となる Reference 家計の支出と比較した、様々な家計の Adult Goods の需要を家計構成変数に回帰することで、等価尺度を得ることが可能になる。無論、この手法については、「Adult Goods の消費量が厚生指標となる」、という非常に強い仮定に全面的に依存しており、批判は容易である。例えば、子供がいる家計に対し、十分な補償をしたとしよう。その時、子供のいる家計は子供がいないときと同様のタバコやアルコールを消費するだろうか?子供をおいて外食や映画、旅行にいくだろうか?複数の Adult Goods がある場合、それらが全て同一の等価尺度をもたらすかどうか検証することが可能である。Deaton (1997) によれば、Rothbarth の手法は主に発展途上国において活用されているとのことである。

Engel と Rothbarth の手法は非常に多くの問題を有しながらも、いまだに多くの研究で利用されている。両者とも財間の代替性について非現実的仮定を設けており、それらは特に先進国において重要な問題になりうる。しかしながら、識別戦略を明確にしていること、容易に推計可能なこと、そして発展途上国では説得力のある結果を得られていること、等がその理由として Deaton (1997) は挙げている。

2.2 等価尺度の識別法 (2) 追加の情報の利用

需要情報から等価尺度の識別が不可能であれば、識別を可能にするような追加の情報を収集することで対応可能かもしれない。van Praag and Kapteyn (1976) を嚆矢とする一連の研究では、仮想的な質問を駆使するサーベイを用いて、直接等価尺度の推計を試みている[6]。例えば、ある個人に対して、夫婦だけで年収 500 万円の生活水準を確保するとした場合、もしも子供一人がいたらいくら必要か、等、現実とは異なる、仮想的な家族構成に関して質問していくのである。最初の年収を 500 万円以外にも、800 万円、1000 万円のように変化させ、さらに子供の年齢や数もまた次々と異なる値にしていくことで、様々な等価尺度を直接推計することが可能になる。これは、初期の研究者がオランダの Leyden 大学に所属し、そこで発展したことから、Leyden アプローチとも呼ばれる。また、利用される質問票は Income Evaluation Question (IEQ) と呼ばれる。無論、これれは仮想的質問であり、回答者が考えている状況が質問者の想定からかい離してはいけないことになる。例えば、0 歳児の子供がいる場合は将来の教育費を考えるかもしれない。すると、今後の両

[6] van Praag, B. M. S., & Kapteyn, A. J. (1976). “A new approach to the construction of family equivalence scales,” *European Economic Review*, 7, 313-335. 近年の研究としては、Biewen, M. and Juhasz, A. (2017), “Direct Estimation of Equivalence Scales and More Evidence on Independence of Base.” *Oxf Bull Econ Stat.*

者の生涯で必要となる教育費やその他の様々な費用を年間当たりで計算すると、相当な額になるだろう。実際、日本で私立の学校に通わせること (アメリカの大学院で学位をとらせたい、芸術家にさせたいとか) を考えると、相当な費用となる。しかし、通常、等価尺度が計測するのは食費や被服、光熱費、家賃などであり、動学的側面は捨象されている。また、そもそも、仮想的質問の回答は質問の仕方 (framing) に依存してしまい、信用できないと考える研究者も少なくない。この、主観的手法には数十年の歴史があり、容易に実行可能であるが、広い支持を得ているとは言えない状況にある。

3　家計内資源配分モデル

需要データだけからでは、等価尺度に関して一切情報を抽出することができない、という前節の結果は非常に強力である。等価尺度の推計結果は、需要関数に、追加で課した制約に基づくものであり、多くの場合、統計的に容易に棄却されてしまうことが多い。効用関数と費用関数の形状を直接観察できないことがその主因であるが、そもそも、二人以上の構成員のいる家計をあたかも一人の個人のように見なすことは正しいのだろうか?個人の効用関数は Afriat による研究のように、推移性や完備性等の仮定から導出可能であるが、二人以上の構成員のいる家計の選好とはそもそもなんであろうか?等価尺度の推計が不可能なのは、そもそも存在しない「家計」効用関数を勝手に構築しているからではなかろうか?この問題意識のもとに、二人以上の構成員のいる家計の行動原理をモデル化し、そこから等価尺度に相当する変数の推計を試みたのが Browning et al. (2013) である[7]。

二人以上の構成員がいる家計の行動原理に関しては、家計消費研究の中では重視されながらも、十分に確立されたモデルがあるとは言い難かった。標準的な消費分析では、家計内で最も所得の多いもの、あるいはサーベイで世帯主と答えている一名を家計を代表する個人とみなし、家計全体の行動を、あたかも、その代表的個人による消費・貯蓄行動とみなして分析している。消費のライフサイクル分析は、あくまで世帯主の年齢によるライフサイクル分析であり、家計構成人員は、ごく単純な等価尺度で調整するか、分析する前に家族構成変数に回帰し、その影響を取り除く等の手法で対処している。しかし、子供が私立大学に行く家計と、大学に進学せずに就職する家計では、その支出は大きく異なるだろう。さらに、まだ現役の両親世代と同居している場合、家計全体の消費がどのように決定されているかは非常に複雑になることが想定される。

古典的なアプローチは、家計内の意思決定をナッシュバーゲニングで描写す

[7]Martin Browning & Pierre-Andr・Chiappori & Arthur Lewbel (2013) “Estimating Consumption Economies of Scale, Adult Equivalence Scales, and Household Bargaining Power,” *Review of Economic Studies*, Oxford University Press, vol. 80(4), pages 1267-1303.

るものである。交渉力の指標として各個人の相対的な所得額を考えると、交渉力の強い個人の選好に家計全体の支出が引きずられるようになる。この分析で著名な Hayashi (1995) は、日本の二世帯住宅の個票データを用い、親世代が現役で、子供世代よりも年収が多い場合、家計全体の肉と外食への支出が低下し、魚の消費が増加することを見出している[8]。しかし、そこで行われているのはエンゲルカーブを用いたシンプルな分析であり、構造モデルそのものを推計するものではなかった。80 年代から分析をはじめ、時間をかけて、現代の家計内資源配分研究の標準的なモデルになりりつあるのが、Chiappori による Collective Model である[9]。Browning et al (2013) は、この Chiappori の Collective モデルを用い、等価尺度に対応する規模の経済を推計しているのである。

3.1 Collective Model

夫と妻の二人から構成される家計を考えよう。夫婦の合算所得を y、夫の消費を x^m, 妻の消費を x^f, 財の価格ベクトルを p, 個人 i の効用を $U^i\left(x^i\right)$ とすると、Collective Model は、夫婦の消費決定は下記の最適化行動で描写可能と考える。

$$\begin{aligned} Max \quad & \mu\left(p/y\right) U^f\left(x^f\right) + U^m\left(x^m\right) \\ s.t. \;\; & x = x^f + x^m, \quad p'x = y \end{aligned}$$

$\mu\left(p/y\right)$ が価格と所得に関してゼロ次同次になっているのは、合理的な消費選択を仮定しているためである。$\mu\left(p/y\right)$ はパレートウェイトであり、相対所得や年齢差等、多くの変数に依存する関数である。Collective Model における もう一つの極めて重要な仮定は、結婚をしても、独身時代から効用関数は変わらない、というものである。したがって、男性の効用 $U^f\left(x^f\right)$ は、既婚者も独身者も同様であり[10]、独身男の消費情報から既婚者の男性の効用関数を推計することを可能にしている。この仮定により、Collective モデルの推計は既婚者の消費の詳細な内訳の情報、例えば男性専用の消費と女性専用の消費等の非常に詳細な情報がなくとも、世帯単位の消費情報が独身、既婚者両方で利用可能であれば可能になるのである。無論、既婚者と独身者で効用関数が根本的に異なる可能性はあるが、その場合は既婚者の推計をする場合独身者の情報は一切利用できなくなる[11]。

[8]Hayashi, F. (1995) “Is the Japanese Extended Family Altruistically Linked? A Test Based on Engel Curves,” *Journal of Political Economy*, vol. 103(3), pages 661-674, June. 興味のあるものは、 Altonji, Joseph G.; Hayashi, Fumio; and Kotlikoff, Laurence J. (1992) “Is the Extended Family Altruistically Linked? Direct Tests Using Micro Data.” *A.E.R.* 82 (December 1992): 1177-9. も参照せよ。

[9]Chiappori, Pierre-Andre, (1988) “Rational Household Labor Supply,” *Econometrica*, Econometric Society, vol. 56(1), pages 63-90, January.

[10]無論、切片、誤差項に相当するような個人間異質性の仮定は含まれている。

[11]厳密には、結婚を内生変数とし、その意思決定も含めた推計を行うことが必要であろうが、

あるパレートウェイト $\mu(p/y)$ の下での Collective Model における家計レベルの財 k への支出割合 $\omega_k(p/y)$ は、$\omega_k^i(p/y)$ を個人 i が単身世帯の時の財への支出割合とすると、下記のような配分ルール η で描写可能であることが知られている[12]。

$$\omega_k(p/y) = \eta\omega_k^f\left(\frac{p/y}{\eta}\right) + (1-\eta)\,\omega_k^m\left(\frac{p/y}{1-\eta}\right)$$
$$0 \leq \eta \leq 1,$$

η は世帯所得のうち、女性メンバーに配分される割合であり、バーゲニングモデルにおける交渉力に相当する。Collective Model を推計する場合は、第一段階で独身男性、女性の AIDS モデルを推計し、$\omega_k^f(p/y)$ 及び $\omega_k^m(p/y)$ の構造パラメターを得る。第二段階で、二人世帯の $\omega_k(p/y)$ の情報と第一段階での推計結果をもとに、η を推計するのである。無論、これらを一気に推計することも可能である。Collective Model においては、どのような要因が配分ルール $\eta(p/y)$ に重要な影響を及ぼしているか、が特に重視される。

3.2 Collective Model における等価尺度: Indifference Scales

前節の Collective Model では、男性用消費と女性用消費の合算が家計消費、すなわちどちらの財も競合性のある私的財であった。等価尺度の分析では、複数の個人が共同生活することによる規模の経済、あるいは非競合性のような、公共財的性質を有する財があると想定されている。例えば、タクシーや車での移動、家賃、光熱費等には確かに規模の経済が働きそうである。Browning et al. (2013) は上記の Collective Model を拡張し、二人以上の構成員が存在することによる Home Production を想定する。具体的には、家計の意思決定は下記の最大化問題で描写されると仮定する。

$$Max \quad \mu(p/y)\,U^f\left(x^f\right) + U^m\left(x^m\right)$$
$$s.t.\ \ x = x^f + x^m,\ \ z = F(x)\,,\ p'z = y$$

全節との違いは、Home Production に相当する $F(x)$ が含まれており、家計として購入する財は z だが、個人間で配分されるときには $F(x)$ という変換後の x となっている。具体的には、比例生産関数、すなわち、

$$F(x) = A'x$$

を仮定している。この時、財には公共財のような性質を有するので、財価格は各財の機会費用からかい離する。機会費用を Shadow Price,$\pi(p/y)$ とすると、

$$\pi(p/y) = \frac{A'p}{y}$$

その場合は Limited Dependent Variable を含めた非常に複雑な非線形推計となり、さらに多くの場合は動学モデルとなるだろう。

[12]証明は Browning et al. (2013) を参照せよ。

となり、配分ルールは

$$\omega_k(p/y) = \eta\omega_k^f\left(\frac{\pi(p/y)}{\eta}\right) + (1-\eta)\,\omega_k^m\left(\frac{\pi(p/y)}{1-\eta}\right)$$

となる。また、配分ルールとしては、

$$\eta = \frac{\exp(s'\delta)}{1+\exp(s'\delta)},$$

ただし、δ はパラメターであり、s は地域ダミー、住宅所有ダミー、都市居住ダミー、夫婦間の年齢差、女性の年収シェア、対数実質家計総支出、である。具体的には、単身世帯の QUAIDS を推計し、そこから ω_k^f と ω_k^m を得る。次に、η を導入し、二人家計の QUAIDS を用い、η の関数の中身を推計する[13]。

では、このようにして計算された構造パラメターから等価尺度はどのようにして求めることができるだろうか?Browning et al. (2013) 達は、Indifference Scales として下記のような $S^f(p/y,\eta)$ を提案している。

$$V^f\left(\frac{p/y}{S^f(p/y,\eta)}\right) = V^f\left(\frac{\pi(p/y)}{\eta}\right)$$

ただし、V^f は女性の間接効用関数である。右辺は Collective モデルにおける間接効用である。左辺は、単身世帯において、Collective モデルと同様の効用水準を得るために必要な所得補填 $S^f(p/y,\eta)$ があるときの効用水準を表している。無論、同様に男性の Indifference Scale を求めることも可能である。Browning et al. (2013) は、カナダの家計レベルのデータを用い、女性の配分ルールは 50% を超え、56% から 60% の間にあり、女性の Indifference Scale は配分ルールが 0.58 の時、0.83、男性の Indifference Scale は 0.66、合計 1.49 という結果を得ている。結婚することで、世帯全体の消費はより単身女性の消費パターンに近づくということ。しかしながら、結婚後にも独身時代と同様の効用水準を実現するには、夫婦全体で独身者の 149% の所得が必要であり、かつ、女性は 83% の所得が必要であるという結果を得ている。

4 まとめ

等価尺度の選択は格差指標の結果に大きな影響を与えるため、現在でもまさに大量の数の研究が報告されている。発展途上国、特に差異貧困国ではカロリー消費量という絶対的な尺度が存在するが、OECD 諸国のような経済であると、様々な消費財間の代替性などを考慮する必要があり、その推計は非常に難しくなる。残念ながら、現在の OECD や様々な政府統計で利用されているのは、本講義ノートの中盤以降で紹介した手法ではなく、特に根拠なく使わてれいる $\sqrt{N}$ や OECD Modified Scale である。Blundell and Lewbel

[13] Browning et al. (2013) は、二段階だと推計結果が悪く、一回ですべての推計を行うことを推奨している。

(1991) の補題によると、「任意」の等価尺度は、標準的な効用最大化行動と矛盾なく構築可能であり、したがって、それらが間違っていると主張することは困難である。多くの消費研究の応用では、等価尺度に関して突っ込んだ議論をせずに、$\sqrt{N}$ で割るのみであるが、それらも決して間違っているわけではない。しかしながら、だからと言って、それらが適切であると主張する根拠もまた存在しない。

本講義ノートの最後で紹介した Collective Model における Indifference Scales は、単身者と既婚者の効用関数が同一という強い仮定、およびパレート原理で家計の意思決定がなされているという仮定の下で、等価尺度に経済学的根拠を与え、かつ通常の消費データから識別可能であるため、今後の展開が大きく期待されるものである。日本における Collective Model の推計は Yamada and Lise (2014)[14]及び、Piao (2017)[15]があるが、いまだ十分な蓄積があるとは言えない。

先進国、特に日本においては子供の教育費の家計負担が非常に大きい。二人の子供をもつ家計で、子供が二人とも私立大学を卒業する場合と、高卒で就職する場合の親の負担は千万円単位の違いが出てくるだろう。先進国においては、等価尺度を測る際には、子供用の費用負担を明示的に考える必要が出てくるが、家計間の異質性が大きく、マクロ全体で一つの指標とするのはかなり無理があるように思われる。

また、根源的な問いになるが、子供の有無、結婚の有無、親との同居の有無、さらには大学進学や進学塾等はすべて内生変数である。等価尺度の推計は、原則、それらが観察された後の、Conditional な推計である。独身世帯と既婚世帯を、それぞれそうであることを選択した結果と考え、均衡では裁定が成立している仮定すると、家計間の厚生比較はそもそも何の意味があるのか不明確になってくる。同一所得である場合、子供のいる家計のほうが等価所得や等価支出が低いからと言って、その家計の厚生が低いとみなすことは適切なのだろうか?これは、厳密には財支出についても同様である。食料支出をしない家計は存在しないが、Rothbarth の手法にしたがい、Adult Goods への支出を考えると、それらへの支出がゼロの家計、アルコールやタバコ消費、映画がゼロの家計は相当数存在する。その場合、ゼロ消費を考慮した Censored Regression を考える必要が出てくるが、それらは選好の違いを反映しているはずである。家計間の厚生比較を行う場合、家計間で効用関数が比較的似ていることを仮定する必要が出てくるが、詳細なデータが利用可能になるにつれ、家計間異質性をどうモデル化するかが問われているように思われる。

---

[14]Ken Yamada & Jeremy Lise, 2014. "Household Sharing and Commitment: Evidence from Panel Data on Individual Expenditures and Time Use," 2014 Meeting Papers 152, Society for Economic Dynamics.

[15]Xiangdan Piao, (2017) "Sweets or Alcohol? The Gender Battle within Japanese Families," *Economics Bulletin*, AccessEcon, vol. 37(1), pages 190-203. また、Tomoki Fujii & Ryuichiro Ishikawa (2013) "How Does Childbirth Alter Intrahousehold Resource Allocation? Evidence from Japan," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 75(3), pages 362-387, 06 もまた日本のデータを用いて Collective Model を推計している。

最後に、子供の費用については、将来にかかわる問題は避けて通れないと思われる。特に先進国の場合、子供が産まれると生命保険に入るケースは多いのではなかろうか?等価尺度の動学版の研究はゆっくりとであるが進んでいる。Pashardes (1991), Banks et al. (1994), Pendakur (2005) 等が動学的側面を考慮した Equivalence Scale の分析を行っているが、高い日本の教育費を考えた場合、日本でこそ教育負担を考慮するか否かで等価尺度は非常に大きく異なる結果になると想像している[16]。

[16]Banks J, Blundell R, Preston I. (1994) "Estimating the intertemporal costs of children," in *The Economics of Household Behaviour* , Blundell R, Preston I, Walker I (eds). Cambridge University Press: Cambridge;51 – 69.

Pashardes, Panos, (1991) "Contemporaneous and intertemporal child costs : Equivalent expenditure vs. equivalent income scales," *Journal of Public Economics*, Elsevier, vol. 45(2), pages 191-213, July.

Krishna Pendakur (2005) "Semiparametric estimation of lifetime equivalence scales," *Journal of Applied Econometrics*, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 20(4), pages 487-507.