

# 2019年度地域経済各論 講義ノート(14)

## 地域間物価指数の理論とその実際

阿部修人

2020 January 9

### 1 導入

発展途上国の通貨は、市場為替レートでは過小評価、すなわち、日本円 100 円を発展途上国の現地通貨に市場為替レートで変換すると、日本で 100 円を使うよりもはるかに多くの商品を購入することが可能になることが多い。為替レートが、発展途上国の物価を過少に評価する傾向にあることは昔から指摘されていた。1964 年に、ベラ・バラッサとポール・サミュエルソンにより展開された国際貿易モデルでは、貿易財と非貿易財の生産性の乖離が、途上国通貨の過小評価を生み出すことを示しており、バラッサ・サミュエルソン効果と呼ばれる<sup>1</sup>。また、一国通貨は時に投機の対象となり、短期的に大きく変動することがある。日本を例にとると、2013 年 1 月の 1 米ドルは 86 円だったが、12 月には 105 円になっている。その間、日本とアメリカで生じた物価の変化はごく僅かであったが、為替レートを用いると、一年間で日本はアメリカに比べて 20% 近く物価が低下したことになる。為替レートを用いて国間の物価、すなわち貨幣価値の大小について議論することには多くの問題がある。

為替レートを物価指標、すなわち貨幣価値指標として使わないとしたら、国間の物価を独自に計測する必要がある。本講義ノートでこれまで展開してきた異時点間の物価指数理論は、時間 ( $t$ ) を地域指標 ( $s$ ) に置き換えるだけで、そのまま数学構造を変えずに適用することが可能である。すなわち、アメリカと日本間のフィッシャー指数やトルンクピスト指数、Sato-Vartia 指数等を作成したり、経済学的アプローチに従って生計費指数、あるいは数量指数を作成することができる。国ごとの数量と価格データから作成される物価指数は、購買力平価 (Purchasing Power Parity) と呼ばれる。

---

<sup>1</sup>バラッサ・サミュエルソン効果は現在でも観察される現象であり、非常に多くの研究の蓄積がある。Tica and Družić (2006) は実証分析のサーベイを行っており、多くの研究はこの効果が存在していることを示している。

## 2 PPP (Purchasing Power Parity) の課題

Purchasing Power Parity の Parity とは、Equivalence とほぼ同義であり、等しいもの、同等を意味する。日本語で購買力平価と訳される Purchasing Power Parity (PPP) という言葉は、今から 100 年前の 1918 年に、スウェーデンの経済学者グスタフ・カッセルが名付けた。Cassel (1918) は、2 国間の為替レートは、それぞれの通貨の国内での購買力が等しくなるように決定される、という為替レート決定理論を提唱し、2 国の通貨の購買力を等しくさせる為替レートを購買力平価と定義している。ある通貨の購買力とは、その通貨 1 単位でどれだけの財を購入可能かを示す。財が一種類しか場合は、購買力の計測は簡単である。もしも世の中にビックマックしか存在しないなら、2 国間の購買力平価は、2 国におけるビックマック一個の価格比となる。例えば、日本のビックマックが 300 円で、アメリカでは 6 ドルであれば、アメリカの 1 ドル = 50 円が PPP となる。複数の財が存在する場合は、購買力を測るための財ベクトルを一つ決める必要がある。複数国の物価を、ある国 A における標準的な財ベクトルで評価する場合は、国 A を基準国とするラスパイレース指数が購買力平価となる。どのような財ベクトルを用いるかにより、パーシェ指数やトルンクピスト指数等、様々な購買力平価を考えることが可能である。これらは、標準的な異時点間の物価指数理論と変わらない。我々の関心が 2 国間、あるいは 2 地域間の物価比較であれば、これまで議論してきた指数理論をそのまま応用可能である。しかし、第三国が登場すると問題は一気に複雑となる。

3 国以上が存在する場合の国間物価指数を考えよう。例えば、A, B, C の 3 国があるとする。時間を通じた物価変化を計測する場合、時間は  $t, t+1, t+2$  のように、自然な順序が存在する。 $t$  期の次は  $t+1$  期であり、その次が  $t+2$  期である。一般に多くの物価指数では推移性が成立しないが、時間を通じた物価の変化を計測する場合、推移性の欠如はそれほど大きな問題にはならない(と考える者は多い)。しかし、国や地域の場合、A 国と近いのが B 国なのか、C 国なのかは自明ではない。また、A 国の物価を計測する際、B 国を基準にするのか、C 国を基準にするのかで、各国の物価の大小が変わってしまう可能性がある。これは非常に深刻な問題である。各国の豊かさを一人当たり実質 GDP で計測すると場合、デフレーター、すなわち物価指数に推移性が存在しない、ということは、基準国を変えることで、どの国が豊かでどの国が貧乏であるかが変わってしまう可能性があることを意味する。アメリカを基準にする場合とイギリスを基準にする場合で、日本の相対的な豊かさが変わってしまうのであれば、それは由々しき問題である。3 カ国以上存在するとき、国際的な物価指数は推移性を満たすことが望ましい。

既に議論してきたように、物価指数を 2 時点、あるいは 2 地域の価格と数量ベクトルにのみ依存させ、かつ価格と数量の間に特定の関係を仮定しない場合、推移性を満たす物価指数はコブ・ダグラス型しか存在しない。これは、

2 地域の各財・サービスへの支出割合が同一であることを意味するが、例えば日本とアメリカではコメ、パンや肉、魚など、食習慣の違いは大きく、各財への支出割合が一定であると仮定するコブ・ダグラス型を採用することには無理がある。これは、2 地域間の物価指数を計測する場合でも、推移性を維持するためには、2 地域の価格と数量に加えて、他の国の数量、価格にも依存させねばならないことを意味する。日本とアメリカの PPP を計測するためには、ドイツやイギリス、中国等の他国における数量、価格の情報が必要になるのである。

推移性をみだす物価の指数算式として、現在は、(1) Gini-Eltető — Köves — Szulc (GEKS)、(2) Geary—Khamis (GK)、および (3) Country—Product—Dummy (CPD) という三つの手法が実際に使用されている。また、推移性は成立しないものの、地域間の物価比較をする場合の「方向」すなわち順序を一意に決定する、ネットワーク理論に基づいた Minimum Spanning Tree (MST) という手法も提案されている。(1) の GEKS 法は世界銀行において利用され、(2) の GK 法は Penn-World Table において用いられている。物価指数理論において、フィッシャー指数とトルクピスト指数や Sato-Vartia 型指数は、指数算式としては大きく異なるが、それらの計算結果は十分に近く、その差はほぼ無視できるものであった。しかし、地域間物価指数における GEKS と GK は非常に大きな違いを生み出すことが知られており、どちらを採用するかにより、国の実質所得や実質生産額が大きく変わってしまう。このため、地域間物価指数は、理論的にも政策的にも、この 20 年間激しい議論の対象となり、かつ、多くの研究の進展がみられる。現在、物価指数計算の最先端は、学術的には政策的にも、地域間物価指数にあると言っても過言ではないだろう。

PPP の理論には 100 年以上の歴史がある。また、国際連合統計部がペンシルバニア大学のアラン・ヘストンやロバート・サマーズ達と世界各国の PPP を統一手法で作成を開始した (当時は International Comparison Project と呼ばれた) のが 1968 年であり、50 年以上の歴史がある。しかし、世界各国の PPP を網羅的に作成する試みは失敗の歴史でもあり、80 年代にはペンシルバニア大学が手を引き、PPP の調査に参加する国 (地域) はなかなか増えず、PPP 統計の精度に関して多くの疑問が投げかけられていた<sup>2</sup>。20 世紀の終わりには International Comparison Project は International Comparison Program (ICP) と改名し、大きな組織替えが行われた<sup>3</sup>。そして、2005 年の調査 (ICP 2005) により、ようやく 199 カ国の PPP が揃うことになり、40 年越しの成功とみなされた。しかしながら、2011 年に行われた次の PPP の調査結果が 2014 年に発表されると、再度大議論が巻き起こった。2011 年調査と、2005 年調査の結果を各国の CPI を用いて外挿して得られた 2011 年にお

<sup>2</sup> 当時の批判と必要な改組の提案がライタンレポート (1999) にまとめられている。

<sup>3</sup> ICP の歴史に関しては、2018 年の設立 50 周年を祝う映像があり、ネットで見ることができる。

<http://www.worldbank.org/en/programs/icp/brief/50th-anniversary>

ける PPP の推計値は大きく異なり、新しい調査に基づく、世界の平均所得が 25% 大きくなってしまったのである。この差は特に発展途上国において顕著であり、インドネシアの一人当たり GDP は、2005 年調査に基づく外挿では 4620US ドルであったのが、2011 年調査では 8539US ドルと倍近くに増加してしまった。全世界で一日 1.25US ドルの貧困線以下の生活を送る人の数は 12 億人だったのが、新しい推計値では 5 億 7 千万人に急減しており、突如、世界の貧困問題が劇的に軽減されてしまったのである。これは、2005 年調査と 2011 年の調査のいずれか、あるいは両方に大きな問題があったことを示している<sup>4</sup>。

地域間物価指数は、理論的にも実務的にも、いまだ発展途上であり、多くの理論、実証研究が行われている。世界の貧困、格差に対する関心は強く、世界銀行や OECD 等、多くの組織が精力的に統計指標の作成、改善を試みている。PPP はそのような統計のまさに中心にある。

### 3 Gini— Elteto — Köves — Szulc (GEKS)

1960 年代の三人の研究者による研究に基づくこの手法は EKS 法と呼ばれることもあるが<sup>5</sup>、近年では、1930 年代に発表されたコッラド・ジニによる古典的研究<sup>6</sup>をその先駆けとみなし、GEKS 法と呼ばれることが多くなっている。GEKS 法は、後述する GK 法と並び現在の PPP 計測手法の主流の一つであり、現在、世界銀行における PPP 作成において採用されている。

まず、世界に  $M$  地域存在するとしよう。そして、 $M$  内の任意の 2 国、 $j, k$  間におけるフィッシャー物価指数を  $PI_{jk}^F$  としよう。このとき、GEKS 法による  $j, k$  国間の物価指数は下記で定義される。

$$P_{jk}^{GEKS} = \prod_{l=1}^M (P_{jl}^F \times P_{lk}^F)^{\frac{1}{M}}$$

すなわち、 $j, k$  の国間の物価を、第三国を  $l$  とし、すべての第三国の可能性を網羅した大量の物価指数の幾何平均が GEKS 物価指数となる。このように作成された GEKS 物価指数は、明らかに推移性をみたく<sup>7</sup>。基本算式として、最良指数であるフィッシャー物価指数を用いることで、GEKS 法は指数論的に望ましい性質を有しており、ラスパイレス指数等にある下位代替バイ

<sup>4</sup>ICP 2005 と ICP 2011 の差異に関しては多くの研究がなされている。代表的なものは、Deaton and Atten (2014) 及び Inklaar and Rao (2017) である。

<sup>5</sup>Elteto, O. and P. Köves (1964) “On an Index Computation Problem in International Comparisons” (in Hungarian), *Statistikai Szemle*, 42, 507–18. 及び Szulc, B. (1964) “Index Numbers of Multilateral Regional Comparisons” (in Polish), *Przegląd Statystyczny*, 3, 239–54.

<sup>6</sup>Gini, C. (1931) “On the circular test of index numbers,” *Metron*, (2) pp. 3–24.

<sup>7</sup>なお、ここではフィッシャー指数を用いているが、Caves et al. (1982) はトルンクピスト指数の方が望ましいと議論している。もっとも、フィッシャーかトルンクピストの選択は、実際上はほとんど違いを作り出さない。

アスからも自由になるという利点がある。一方、対象地域(国)が多いと、計算量が増加していくという欠点がある。例えば、47都道府県のGEKSを計算するには、 $47 \times 46/2 = 1081$ の組み合わせがあり、それらのフィッシャー指数をすべて計算する必要がある。もっとも、今のコンピューターであれば決して不可能な計算量とは言えない<sup>8</sup>。なお、GEKSのベースとしてフィッシャー指数を採用すると、フィッシャー指数は要素反転性を満たすため、GEKSもまた要素反転性を満たす。すなわち、GEKS法に基づく数量指数は、Value Indexから容易に計算することができる。なお、元の指数はフィッシャー指数に限定されない。Sato-Vartia やラスパイレス指数など、これまで議論してきたほぼ全ての指数にGEKSを施すことが可能である。

GEKSは、指数に推移性を課す場合、元の指数に、対数二乗誤差を最小化させるものであることが知られている。すなわち、 $\left\{ P_{jk}^F, P_{jk}^{F-GEKS} \right\}_{j=1,2,\dots,M}^{k=1,2,\dots,M}$ を、フィッシャー指数及びフィッシャーを基にしたGEKS指数のベクトルとする。 $P_{jk}$ を動かして、回帰の関数の最小化を考えてみよう。

$$\text{Min} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M [\ln P_{jk}^F - \ln P_{jk}]^2 \quad \text{subject to } P_{jl} \cdot P_{lk} = P_{jl} \quad \forall j, k, l = 1, 2, \dots, M$$

この解は下記のようなGEKSとなる。さらに、基準となる指数をフィッシャーでなく、他の指数にした場合は、上記の最小化問題の解は、やはりその指数のGEKSとなる。証明に興味のあるものは、Rao and Banerjee (1985)<sup>9</sup>を参照されたい。

$$P_{jk}^{F-GEKS} = \prod_{l=1}^M [P_{jl}^F \cdot P_{lk}^F]^{1/M}$$

なお、GEKSの下の指数として要素反転性が成立する指数を採用すると、そのGEKSもまた要素反転性を満たすことを容易に示すことが可能である。興味のあるものは考えてみよ。

GEKS法の問題の一つは、すべての国の単純幾何平均になっており、相対的に重要なアメリカや中国のような国も、非常に小さい国、マルタ共和国やバチカン共和国も、GEKSの計算では同じウェイト、すなわち重要な存在となることである。これは政治的には小国に対しても配慮の行き届いた民主的な指数とみなすことができるが、一方、日本とアメリカの相対価格を分析する際に、両国とほとんど関係のない遠距離の小国の存在が、中国やイギリス、韓国と同様の影響力を有することになり、それを経済学的に正当化することは困難である。GEKS法は推移性を確保するために、実際にはなんの関係のない要素を物価指数に取り込んでしまう恐れがあるのである。GEKS法のもう一つの問題は、後述するGeary-Khamis法と異なり、Aggregation Consistency

<sup>8</sup>推移性を満たすような時間方向の物価指数を作成するためにGEKSを用いることも可能である。詳しくはIvanovic et al. (2011)を参照せよ。

<sup>9</sup>Rao, D.S.P. and K.S. Banerjee, (1985) "A Multilateral Index Number System Based on the Factorial Approach," Statistical Papers 27(1):297-313.

をみたしていないことである。これは、各品目レベルの物価指数と、総合物価指数の間に整合性が取れていることを意味する。この加法性が成立していない場合、総合指数と各品目の物価指数は、それぞれ別個に計算する必要がある。もっとも、Aggregation Consistency を満たす指数は、通常の指数ではラスパイレス・パーシェ両指数と Varita I、および Stuvcl 指数しか知られておらず、推移性ほどではないが、かなり制約の強い性質であり、Aggregation Consistency が重視されるはずの SNA でも、Consistency のない連鎖指数が採用されるなど、近年ではそれほど重視されていない。

GEKS の最大の問題は、経済学的根拠がないことである。Neary (2004)<sup>10</sup>は、GEKS が経済学的な Cost of Living となるのは、GEKS が元の Fisher 指数と一致する、すなわち、GEKS をとる必要がない状況に限定されることを証明している。これは、経済学的な Cost of Living を求め、そこに推移性を確保するために GEKS を行うと、経済理論と齟齬が生じてしまうことを意味する。

## 4 Geary–Khamis(GK)

GEKS 法と並び、頻繁に利用される集計方法が Geary–Khamis (GK) 法であり、Aggregation Consistency を満たすことが知られている<sup>11</sup>。そのため、経済成長の各国間比較の際に欠かせない Penn World Table (PWT) において採用されている<sup>12</sup>。また、1990 年代ではヨーロッパ諸国や世界銀行の中の国際比較プログラム (International Comparison Program, ICP) においても採用されていた。

まず、仮想的に、各地域  $j$  に対し一つの総合物価指数  $PPP_j$ 、そして各商品  $i$  に対し、地域間平均価格  $P_i$  が存在すると仮定しよう。ある商品  $i$  の地域間平均価格  $P'_i$  は、通常は、数量一単位当たりの平均価格、すなわち、

$$P'_i = \frac{\sum_{j=1}^M p_i^j q_i^j}{\sum_{j=1}^M q_i^j}$$

<sup>10</sup>Neary, J. (2004). Rationalizing the Penn World Table: True Multilateral Indices for International Comparisons of Real Income. *The American Economic Review*, 94(5), 1411-1428.

<sup>11</sup>Khamis, S.H. (1970) "Properties and conditions for the existence of a new type of index numbers," *Sankhy*, B, 32, 81-98.

Khamis, S.H. (1972) "A New System of Index Numbers for National and International Purposes," *Journal of Royal Statistics Society*, Series A 135, Part B 32: 81-98.

Geary, R.G. (1958) "A Note on Comparisons of Exchange Rates and Purchasing Power between Countries," *Journal of the Royal Statistical Society* Series A 121:97-99.

<sup>12</sup>正確には、PWT では、各セクター内では GEKS が、セクター間の集計には GK が用いられている。詳しくは Feenstra et al. (2015) を参照せよ。

Feenstra, R., Inklaar, R., & Timmer, M. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *The American Economic Review*, 105(10), 3150-3182.

である。しかしながら、もしも地域間が貨幣単位が違う場合、あるいは総合物価指数 ( $PPP_j$ ) が異なる場合、その違いを考慮する必要が生じる。すなわち、各地域の商品価格を総合物価指数で割った

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^M \frac{p_i^j q_i^j}{PPP_j}}{\sum_{j=1}^M q_i^j}$$

のほうがより適切であろう。問題は、各地域の総合物価指数  $PPP_j$  を私たちは知らないことであり、上記の右辺を計算できない。そこで、次は、各商品の地域間平均価格  $P_i$  を私たちは知っていると仮定しよう。すると、通常の物価指数のように、 $PPP_j$  は各商品における、地域間平均価格  $P_i$  と地域  $j$  における商品価格  $p_i^j$  の比の加重和と考えるのが自然である。地域  $j$  における数量  $q_i^j$  を用いたパーシェ指数に似た下記の算式、

$$PPP_j = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^j q_i^j}{\sum_{i=1}^N P_i q_i^j}$$

で  $PPP_j$  を定義しよう。  $PPP_j$  の計算には  $P_i$  が必要になる。一方、  $P_i$  の計算には  $PPP_j$  が必要である。  $P_i$  と  $PPP_j$  の両方を得るには、  $P_i$  と  $PPP_j$  に関する  $M + N$  個の非線形方程式からなる連立方程式を解かねばならない。この連立方程式は解析的に解くことは一般に不可能である。しかしながら、この連立方程式は、一般的な仮定の下で正の値でユニーク (1 つの国を基準にする必要がある) に決まることが Kahmis (1970, 1972) により証明されている<sup>13</sup>。実際に数値的に解くにはコンピューターを用いる必要がある。

GK 法の利点として頻繁に挙げられるのは、一国の平均価格と PPP が整合的に作成されている、すなわち Aggregation Consistency を満たす点にある。具体的にみてみよう。一国の「実質」GDP を最終支出をその国の総合物価指数  $PPP_j$  で割ったものと定義しよう。すると、GK の定義から明らかに

$$\frac{\sum_{i=1}^N p_i^j q_i^j}{PPP_j} = \sum_{i=1}^N P_i q_i^j$$

が成立する。すなわち、総支出を実質化したものと、実質数量を集計したものは一致する。これは、GEKS 法にはない性質である。この性質が有用なの

<sup>13</sup>様々な条件が存在するが、たとえばすべての数量が正であればペロン・フロベニウスの定理を利用することができる。なお、この計算で得られた PPP を 10 倍、P を 1/10 にしてもやはり連立方程式をみたしてしまうことであり、どこかに基準点を設ける必要がある。通常は、アメリカ合衆国や東京のように、最大の地域の PPP を 1 に基準化する。

は、複数の国を一つにまとめる、あるいは一国内の活動をいくつかの分野に分割することが可能になるためである。国民経済計算では、家計消費と設備投資、政府支出等、各支出項目の実質値を計算し、それらを集計して実質国内総生産を得ている。総合物価指数と各構成要素の物価指数の加重平均は一致している。これと同様に、GK法を用いる場合、集計量から計算された物価指数と、構成要素ごとに計算した物価指数を集計したものは一致する。一方、GEKSの場合は、集計量とその構成要素の物価指数を集計しても、集計量の物価指数にはならない。

GK法のもう一つの利点は、要素反転性をみたすことである。GK数量指数として

$$QI_{jk}^{GK} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i q_i^k}{\sum_{i=1}^N P_i q_i^j}$$

すなわち、国際平均価格で評価した数量の比と定義し、かつ、物価指数を

$$PI_{jk}^{GK} = \frac{PPP_k}{PPP_j}$$

で定義すると、

$$\begin{aligned} PI_{jk}^{GK} \times QI_{jk}^{GK} &= \frac{PPP_k}{PPP_j} \times \frac{\sum_{i=1}^N P_i q_i^k}{\sum_{i=1}^N P_i q_i^j} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N p_i^k q_i^k}{\sum_{i=1}^N P_i q_i^k} \times \frac{\sum_{i=1}^N P_i q_i^j}{\sum_{i=1}^N p_i^j q_i^j} \times \frac{\sum_{i=1}^N P_i q_i^k}{\sum_{i=1}^N P_i q_i^j} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N p_i^k q_i^k}{\sum_{i=1}^N p_i^j q_i^j} \end{aligned}$$

すなわち、支出比である Value Index に一致する。これは、要素反転性を満たすことを意味している。なお、GK法は、GEKS法と異なり、PPPに与える影響は国の大きさに依存する。経済規模の大きな国の物価が世界価格に大きな影響を与えることになる。

## 4.1 GEKS vs. GK

前述のように、GEKS 法は世界銀行の ICP で、GK 法は Penn World Table で採用されている。二つの指数は計算方法が全く異なるため、PPP の値そのものが大きく異なることがある。したがって、どちらを採用するかにより、世界の実質所得や貧困の推計値が依存してしまう。GK 法は GEKS 法よりも長い歴史を有し、かつ加法性、すなわち、実質数量の総和として実質総支出を計算することが可能になっている。しかしながら、近年では GK 法に対する批判が強くなっている。最大の批判は、それが下位代替バイアスをもたらす点にある。GK 法による実質化を行うと、一国の実質 GDP は  $\sum_{i=1}^N P_i q_i^j$  となり、実際の価格ではなく、国際平均価格で数量を評価していることになる。これはパーシェ数量指数と同様の問題、すなわち過剰推計が生じることを意味する。もしも、国際平均価格よりも安い消費財への需要のシフトが発生しても、それは国際平均価格で評価されてしまうため、実際の支出額よりも高い水準の値となってしまう。これは、安い価格に直面することが多い貧困国の GDP が過剰に推定される可能性があることを示している。この効果は、20 世紀半ばに指数と基準年選択の関係について注意を喚起したアレクサンダー・ガーシェンクロンによる研究に敬意を表し、ガーシェンクロン効果とも呼ばれる。GK 法のガーシェンクロン効果による数量の過剰推計は Ackland et al. (2013) によると非常に深刻である。彼らは、GEKS 法に比べ、GK 法の推計では、世界の貧困水準を 30% 程度低く見積もり、特にアジア諸国において貧困を過少に評価する傾向が強いことを指摘している。この結果は、多くの経済発展・成長分析の礎となってきた Penn World Table の精度、とりわけ貧困国のデータに深刻なバイアスが生じている可能性を強く示唆しており、注目に値する研究結果である。GK 法は、かつては世界銀行等で活用されてきたが、世界銀行は近年では GK 法を採用しなくなっている<sup>14</sup>。

## 5 Country-Product-Dummy (CPD)

GEKS 及び GK と並び、現在の PPP 作成において頻繁に活用されているのは、Country-Product-Dummy (CPD) 法と呼ばれる回帰分析による指数作成方法である。指数計算の際に回帰を行うこの手法は、確率的手法の一種であり、長らく指数理論の中では等閑視されてきたが、Penn World Table を作成し、さらに世界銀行における PPP 作成機関、ICP の設立に尽力した口

<sup>14</sup>GK 法の加法性を維持しつつ、改良を試みた研究は多い。最も有名なものは、Iklé Dikhanov Balk (IDB) 法であり、ICP による 2005 年の PPP 推計において、アフリカ諸国で採用された。また、倉林義正・作間逸雄両名による KS-S 指数、さらに彼らとブラサダ・ラオ氏による SRK 指数も提唱されている。詳しくは Balk (2008) を参照されたい。

パート・サマーズにより、1970年代にPPP計算の一部に利用されていた<sup>15</sup>。その後、プラサダ・ラオにより、GK及びGEKSと、CPDの間の理論的關係が明らかになったこともあり、現在では、OECD諸国を除き、PPP作成の際に多くの国で採用されている。

指数理論の確率的アプローチは、指数作成をノイズを含む情報からの信号抽出 (Signal Extraction) とみなす。具体的には、CPDでは、 $j$ 国における $i$ 財の価格 $p_i^j$ は、 $i$ 財の平均価格を $P_i$ 、 $j$ 国のPPPを $PPP^j$ とすると、下記のように決定される仮定する。

$$p_i^j = P_i \times PPP^j \times u_i^{j*},$$

ただし、 $u_i^{j*}$ は誤差項である。私たちは、すべての商品価格を得ることはできず、一部のサンプリングされたもののみ観察可能とする。上式を推計する際には、対数を取り、かつ商品ダミーおよび国ダミーへの下記の回帰式を考える。

$$\ln p_i^j = \eta_1 D_1 + \eta_2 D_2 + \dots + \eta_n D_n + \pi_1 D_1^* + \pi_2 D_2^* + \dots + \pi_M D_M^* + u_i^j$$

ここで、 $D_i$ は商品ダミー、 $D_i^*$ は国ダミーである。ここで、もしも誤差項 $u_i^j$ が説明変数と直交していれば、線形回帰により各ダミー変数の係数を得ることが可能である。

$$PPP^j = \exp(\hat{\pi}_j)$$

と定義すると、2地域 $j, k$ 間の物価指数は

$$P^{jk} = \frac{PPP^k}{PPP^j}$$

と定義できる。このアプローチでは、各国の商品間の微妙な差異をコントロールするため、回帰変数を増やしたり、様々なweightを用いるなど、拡張が容易であるという利点がある。また、二国間の物価指数は単なる比になっているため、推移性をみだしている。

Summers (1973)は、多国間で比較可能な同質の代表的商品を探すことが困難であるとき、回帰分析は有効であると主張した。PPP計測の際、理想としては、全ての国において、同質かつ代表的な商品が存在し、それらの価格を我々は比較したい。しかしながら、現実には、地理的にも近い日本と韓国の間でも消費パターンは異なり、二国間で共通の、代表的かつ同質な商品は決して多くない。まして、欧米先進国と発展途上国では、さらにそのような財・サービスを探すことは困難になる。また、たとえ同質な財を発見できたとしても、販売している店舗がAmazonや楽天のようなインターネット経由か、巨大ショッピングモールにおける大型店舗か、それとも小規模な個人商店かにより、価格は大きく異なるだろう。そのような時、CPDでは、多少の財・

<sup>15</sup>Summers, R. (1973) "International Price Comparisons Based upon Incomplete Data," Review of Income and Wealth 19: 1-16.

サービスの違いや店舗の違いを回帰変数として調整することで、特殊なヘッドニックモデルとして財・サービスや店舗の相違をコントロールすることが可能である。

ICP が各国の PPP を計算する際、まず、各国に対し、155 種類 (ヨーロッパ諸国では 222 種類) の品目リスト及び、各品目内で調べるべき商品リストを提示している。155 種類の品目リストには米、砂糖、教育といったものが含まれており、基礎的項目 (Basic Heading) と呼ばれる。基礎的品目は集計する際の最小単位となる。問題は、これらの基礎的項目をどのように作成するかである。

米の PPP 計測を例にとってみよう。日本で一般的なジャポニカ米は、必ずしも他国で一般に食されているわけではない。むしろ、インディカ米やバスマティ米のほうが一般的な国は多い。国間で価格を比較するには、同容量の同じ品質の米の価格を比較する必要があるが、ICP による PPP では、ジャポニカ米は長いこと調査対象リストに入っておらず、そのため、日本の PPP における米はもち米の価格であった。ジャポニカ米のうち米が調査リストに含まれるようになったのはごく最近のことに過ぎない。同様のことは各国で多かれ少なかれ生じているものと思われる。このように、基礎的品目内の価格を集計する際には、通常のフィッシャー指数やトルンクピスと指数よりも、調査対象商品の選択の影響を多少なりとも統計的に軽減可能な CPD が適しているといえる。一方、比較的同質の財を探ることが容易なヨーロッパ諸国においては、CPD ではなく、GEKS を用いて基礎的項目の PPP が計算されている。

## 6 Minimum Spanning Tree (MST)

今、世界に 100 各国あるとしよう。GEKS 法では、物価指数は 100 国間のすべての組み合わせ、すなわち 4950 種類のフィッシャー指数を作成し、その幾何平均をとる。一方、GK 法では、各国は仮想的な平均価格との差を計算している。すべての組み合わせを網羅する GEKS と仮想的な「平均」との乖離を重視する GK 法はある種両極端なものと考えられることができるだろう。物価指数を計算する際に、国間の距離をなんらかの形で反映させることはできないだろうか?物価指数を計算する際に、二国間のラスパイレス指数とパーシェ指数のギャップがもしも小さければ、両国の支出パターン、すなわちね選好がよく似ていると考えることができるかもしれない。選好の大きく異なる国間の繋がりはいずれ、よく似た国の間だけの情報を用いた物価指数を作り、それらをつなげることで世界全体の PPP を計算することはできないだろうか?そのような発想のもとで現在注目を集めているのが、をロバート・ヒルが提案する Minimum Spanning Tree (MST) である。Spanning Tree は全域木と日本語で呼ばれる、ネットワーク理論、グラフ理論で用いられる概念

である。詳細な説明はヒルによる一連の論文を参照してもらいたい。全域木は、全ての国を線でつないだものであり、つなぐ際に、閉路、すなわち一部の国の集団のみで回転してしまうような部分がないものである。MSTは、任意の二つの国 A, B の間をつなぐ線に対し、下記で定義されたラスパイレス指数  $PI_{AB}^L$  とパーシェ指数  $PI_{AB}^P$  国 AB 間の距離

$$D(A, B) = \left| \frac{\ln(PI_{AB}^L)}{\ln(PI_{AB}^P)} \right|$$

を割り当て、全ての全域木の中で、この距離の総和が最小になるネットワーク構造を指す。例えば、横一線ですべてつながるものもあるだろうし、一つの国を中心に放射状につなげるものもありうる。これは、経済学的な正当化が困難な GEKS と異なり、国間のつながりになんらかの理屈を与えるものである。MST を用いるアプローチは現在の最先端であり、現在精力的に研究が行われている。しかしながら、求めた MST では、多くの場合国間のつながりに必ずしも説得的ではないものが生じることがある。例えば、Hill (1999)<sup>16</sup>では、OECD 諸国の MST が描かれているが、そこでは日本は他の国とノルウェーを通じてのみ繋がっている。日本とアメリカの間には、ノルウェー、スイス、ドイツ、アイルランド、オーストラリア、カナダが存在している。ノルウェーは確かに重要な国であるが、アメリカと日本をつなぐ際に、これだけ多くの国を介さねばならないのは不自然である。MST には多くの論点が残っており、ICP は MST の採用を現在まで見送っているが、MST は現在多くの改善が行われており、将来には採用されているかもしれない<sup>17</sup>、

## 7

### 参考文献

Ackland, R., S.Dowrick, and B.Freyens, (2013) “Measuring Global Poverty: Why PPP Methods Matter,” *The Review of Economics and Statistics*, vol. 95(3), pages 813-824, July

Balk, B., M. (2008) *Price and Quantity Index Numbers*, Cambridge University Press.

Caves, D.W., L.R. Christensen and W.E. Diewert (1982), “The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity,” *Econometrica* 50,1393–1414.

<sup>16</sup>Robert Hill (1999) “ International Comparisons Using Spanning Trees,” in Alan Heston and Robert E. Lipsey ed. *International and Interarea Comparisons of Income, Output, and Prices*, (p. 109 - 120), University of Chicago Press.

<sup>17</sup>近年の展開に関しては、ヒル親子による Hill and Hill (2009) が詳しい。Hill, Robert J. and Peter T.Hill (2009) “ Recent Developments in the International Comparison of Prices and Real Output,” *Macroeconomic Dynamics*, Vol13(52), 194-217.

Elteto, O. and P. Koves (1964) "On an Index Computation Problem in International Comparisons" (in Hungarian), *Statistztikai Szemle*, 42, 507–18.

Balassa, Bela (1964) "The Purchasing-Power Parity Doctrine: A Reappraisal," *Journal of Political Economy*, December 1964,72(6), 584-596.

Deaton, Angus and Betina Aten (2014), "Trying to Understand the PPPs in ICP2011: Why are the Results so Different?" *NBER Working Papers* , no. 2024 4

Diewert (1995) "On the Stochastic Approach to Index Numbers," *Discussion Paper* No. 95–31, Department of Economics (Vancouver: University of British Columbia).

Gershenkron, A., (1951) *A Dollar Index for Soviet Machinery Output, 1927-28 to 1938*, Santa Monica, CA: Rand Corporation.

Gini, C. (1931) "On the circular test of index numbers," *Metron*, (2) pp. 3–24.

Hasan, Fadi (2016) "The price of development: The Penn-Balassa-Samuelson effect revisited," *Journal of International Economics*, vol. 102, issue C, pp.291-309.

Robert Hill (1999) "International Comparisons Using Spanning Trees," in Alan Heston and Robert E. Lipsey ed. *International and Interarea Comparisons of Income, Output, and Prices*, (p. 109 - 120), University of Chicago Press.

Hill, RobertJ. and Peter T.Hill (2009) "Recent Developments in the International Comparison of Prices and Real Output," *Macroeconomic Dynamics*, Vol13(52), 194-217.

Inklaar, Robert, and D. S. Prasada Rao ( 2017). "Cross-Country Income Levels over Time: Did the Developing World Suddenly Become Much Richer?" *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9 (1): 265-90.

Ivancic, Lorraine & Erwin Diewert, W. & Fox, Kevin J., (2011) "Scanner data, time aggregation and the construction of price indexes," *Journal of Econometrics*, vol. 161(1), pages 24-35, March.

Khamis, S.H. (1970) " Properties and conditions for the existence of a new type of index numbers," *Sankhyd*, B, 32, 81-98.

Khamis, S.H. (1972) "A New System of Index Numbers for National and International Purposes," *Journal of Royal Statistics Society, Series A* 135, Part B 32: 81-98.

Lippe, P.V.D. (2007) *Index Theory and Price Statistics* e (Paperback, New Edition)

OECD PPP Manual (2012) *Eurostat-OECD Methodological Manual on*

*Purchasing Power Parities*

Rao, D. S. Prasada (1990) "A System of Log-Change Index Numbers for Multilateral Comparisons," in Salazar-Carrillo and Rao (eds), *Comparisons of Prices and real Products in Latin America*, Contributions to Economic Analysis Series, North-Holland, Amsterdam, 127–39.

Rao, D. S. Prasada (2004) "The Country-Product-Dummy Method: A Stochastic Approach to the Computation of Purchasing Power Parities in the ICP," Paper presented at the SSHRC Conference on Index Numbers and Productivity Measurement, Vancouver, Canada, June 30–July 3.

Rao, D. S. Prasada (2005) "On the Equivalence of Weighted Country-Product-Dummy (Cpd) Method and the Rao-System for Multilateral Price Comparisons." *Review of Income and Wealth*, Vol. 51, No. 4, pp. 571-580.

Ryten, J. (1999) "Evaluation of the International Comparison Programme." Document E/CN.3/1999/8 of the U.N. Economic and Social Council dated 16 November 1998.

Samuelson, Paul (1964) "Theoretical Notes on Trade Problems," *Review of Economics and Statistics*, May 1964, 46(2), 145-154.

Silver (2009) "The Hedonic Country Product Dummy Method and Quality Adjustments for Purchasing Power Parity Calculations" *IMF Working Papers* 09/271, International Monetary Fund.

Szulc, B.(1964) "Index Numbers of Multilateral Regional Comparisons" (in Polish), *Przegląd Statystyczny*, 3, 239–54.

Tica, Josip and Ivo Družić, (2006) "The Harrod-Balassa-Samuelson Effect: A Survey of Empirical Evidence," University of Zagreb, Faculty of Economics and Business, *FEB–Working Paper Series* (No. 06-7/686)