2010年度上級マクロ経済学講義ノート: 代表的個人の仮定と不確実性下における完備市場

阿部修人
一橋大学

平成 22 年 5 月 4 日

1 マクロ経済学と代表的個人

マクロ経済学では、家計消費行動を描写するため「代表的個人」の仮定をおくのが伝統となっている。この仮定は、政府による中央集権経済を考え、パレート効率的な資源配分を想定しても、適当なパレートウェイトを各家計に与えることで、市場均衡としてサポートされるという、厚生経済学の第二基本定理で正当化される。しかしながら、本当に、実際のマクロ経済は代表的個人モデルで描写するのが正しいのだろうか?一つの資源配分が市場均衡としてサポートされる、ということと、実際の市場均衡がモデルで想定しているような資源配分を実現している、という主張の間には大きなギャップがある。実際、近年のマクロ経済理論のフロンティアでは代表的個人の仮定を廃し、異質な家計を取り込むようになってきている。

フロンティアの一部で異質な個人を取り込みつつあるとは言っても、マクロ経済理論に関する研究論文のほとんどは、21 世紀に入った今でもなお代表的個人の仮定をおいている。マクロ経済学におけるこの伝統に対しては、二種類の考え方がある。第一は、代表的個人モデルに対して極めて批判的なものであり、一般に Debreu-Sonnenshchein-Mantel の定理と呼ばれるものをその根拠とする (そういう立場をとる人はマクロ経済学に対し極めて批判的になる)。第二は、効用関数の形状にある種の仮定をおけば、代表的個人の仮定はそれほど制約的ではなく、一次近似としては正当化可能と考える。

本講義ノートで取り扱う内容は、厳密には上級ミクロ経済学で扱われる範疇にあり、したがって内容は他の講義ノートよりも数学を多用する。しかしながら、ここで紹介する二つの定理はマクロ経済学において極めて重要なインプリケーションを有し、無視することはできない。厳密な証明は Mas-Colrell 達による教科書を参照してもらうことにし、定理の説明とそのマクロ経済学

における含意を中心に議論する。

2　Debreu-Sonnenshchein-Mantel の定理

本節では、異時点間の問題をしばらく忘れ、複数財のある静学問題を考えてみる。無論、複数財を今期と来期の消費と考えれば異時点間の問題として考えることが可能である。ミクロ経済学の初歩で、ある財への需要関数を考えた時、需要が価格に関して右下がりか、右上がりかでギッフェン財、あるいは所得との関係で上級財や下級財等が定義されていた。こうした価格や所得と財の需要の関係、すなわち需要関数およびそのシステムを推計する際には、家計単位で計測するのは非現実的であり、市場全体の需要関数、すなわち市場需要関数の推計が行われる。実際、企業や店舗にとり重要なのは各個人の需要水準ではなく市場全体の需要の動向であり、マーケット全体の動向が少数のパラメターで記述可能であれば、それは極めて便利である。また、政府にとり、個別消費税の最適税率は各財に対する価格弾力性や余暇との補完性に依存しており (ラムゼイ課税)、税の帰着を考える上でも財の需要システムを把握することは重要なことである。家計単位のミクロデータではなく、市場全体の、あるいはあるグループに関する需要、所得および価格データしか存在しない時、背後の選好パラメターを推計可能であると考える際、かく家計はどのような効用関数を有していると仮定すればよいだろうか?

家計単位、あるいは個人単位の需要関数に関しては、選好の凸性や連続性、推移性等を仮定することにより、スルツキー行列が導かれる。また、交差代替効果の対称性や顕示選好の弱公準、需要関数の価格と所得に関する一次同次性等、需要関数には非常に多くの特徴が生じることも、ミクロ経済学の教科書で説明されている。では、そのような特徴は、異なる家計の集計である市場需要関数に適用可能であろうか?残念ながら、下記の、(マクロ経済学にとり) 不愉快な定理が存在する。

l 次元の価格 simplex($l-1$ 次の多様体、四次元の simplex であれば四面体、三次元なら三角形を考えよ) から、R^l への写像で、かつワルラス法則をみたす任意の関数を考える。ワルラス法則をみたす、ということは、次元を一つ落とすことに等しいため、ここでの関数は

$\Delta \to R^{l-1}$

の写像と考えることできる。

いま、Δ の内点の集合、すなわち Δ の境界を除いたものの集合を Δ_ε と定義する (より正確には、境界から ε だけ離れている集合) と、下記の定理を導くことが可能である[1]。

[1]市場均衡は異なる個人行動の集計で定義される。集計された市場需要は、個人の需要関数とは全く異なる性質をもちうる。個人需要の連続性は選好の凸性から生じるが、集計することにより非凸選好からでも連続性を有する総需要関数が生じる。詳細は Hildenbrand による一連の研究を参照せよ。

定理 1 $\boldsymbol{(Debreu - Sonnenschein - Mantel)}$ $f(p)$ を、$\Delta \rightarrow R^{l-1}$ であるような連続関数であり、$p \cdot f(p) = 0$ をみたすとする。このとき、任意の $\varepsilon > 0$ に関し、l 財の消費者交換経済で、超過需要関数が $f(p)$ であるようなものが存在する。

上記の定理は、ワルラス法則をみたす「任意」の連続関数は、適当な (しかし、強凸性、単調性、ホモセテイックである) 選好関係をもつ家計から構成される市場均衡となりうることを意味する。どのような連続関数を考えても、それは市場均衡となりうる、ということは、市場需要関数の形状に関しては、選好関係に通常の新古典派的な仮定よりも強い仮定を置かない限り、連続性以外のことは課すことができないことを意味する。

この定理はマクロ経済学にとりどのような意味があるだろうか?この定理は、市場全体を考える場合、背後の選好関係に強い仮定を設けることが必要であること、そして、その仮定が極めて重要な役割を果たすことを意味する。マクロ経済学でよく使用される CRRA 型で、一定の時間選好率を有する効用関数を考えるとしても、その時間選好率が家計により異なったり、リスク回避度が異なる場合、市場均衡は通常とは全く違ったものになることが知られている。そして、選好関係に関してロバストな性質を探すことは、ある程度を超えては不可能であることを上記の定理が伝えている。マクロ経済学者の多くが効用関数の選好パラメターに対し強い関心を示し、無数の研究があることの背景には、そうした仮定がマクロ経済学にとり極めて重要なものであることがある。

しかしながら、人々の選好関係に合理性以外の「いかなる」仮定も課さない場合、およそ意味のある経済分析、特に実証的な分析は不可能であろう。果たして、どの程度の一般性および制約が現実経済を描写する上で許容されるか、を追及することが、現在のマクロ経済学における主要課題の一つとなっている。

3 不確実性下の完備資本市場モデル

家計の選好が全て同一であったとしても、家計の所得や資産は家計間で明らかに異なっている。高額所得者もいれば低所得者もいるし、親から莫大な資産を継いだ者もいれば、一代で資産を蓄積をしているものもいる。また、家計の所得や資産は変動しており、十年後の所得がいくらであるかを正確に予測することは、現在の世の中では公務員でも不可能であろう。しかしながら、自由に貸し借りができる経済においては、家計間で所得が異なっていても、選好が同一である限り、消費の動きは同一となり、代表的個人モデルで描写することが可能となる。これは、次の講義でカバーする予定の Real Business Cycle 理論の背景にあるものであり、不確実性下の異質な家計で構成される

経済を、一つの代表的家計で扱うことを正当化する。

以降で解説する内容は、一般に、完備資本市場下における消費行動の理論と呼ばれるものである。

3.1 モデルの設定

N$\{i \in I = \{1, 2, 3, ..., N\}\}$ 家計で構成される経済を考える。各家計は $T(\infty$ も許容) 期間存続する。各家計は保存不可能な消費財を各期に受け取る (例えばリンゴ)。各家計がうけとる消費財の量には不確実性が存在し、その流列は $\left\{y_t^i\right\}$ で与えられるとする。$y^{i,t} = \left(y_0^i, y_1^i, y_2^i, y_3^i, ..., y_t^i\right)$ を、家計 i が $t+1$ 期間にわたりうけとる消費財の流列とし、$s^t = (s_0, s_1, ..., s_t)$ をこの経済全体の history(厳密な定義は Mas-Corell 等を参照せよ。ここでは経済全体に存在する全ての確率変数の実現値の記録と考えてよい) であるとする。

$\pi_t\left(y^{i,t}\right)$ を $y^{i,t}$ が生じる (家計にとつての) 主観的確率、$\pi_t\left(s^t\right)$ を s^t が生じる確率であるとする。各主体の主観的確率は経済全体の history の確率と整合的であるとする (合理的期待)。また、単純化のため $y_t^i \in Y$ は離散の値をとり、集合 Y の濃度 (要素の数) は有限で M であるとする。また、同様に、$s_t \in S$ であり、集合 S の濃度は有限で K であるとする。

$S^t = S \times S \times S \times \cdots \times S$、$Y^t = Y \times Y \times Y \times \cdots \times Y$ をそれぞれ t+1 の直積とする。このとき、$s^t \in S^t, y^{i,t} \in Y^t$ となる。

経済の状態は、s^t から消費空間への写像であり、実現される消費財の配分を $\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ と書くことにする。

各家計は下記の期待効用関数を持つ。

$$u^i\left(c^i\right) = \sum_{s^t\in S^t} \pi_t\left(s^t\right) U_t^i\left(c^i, s^t\right)$$

単純化のため、各家計の効用関数は同一であり、各期に関して加法に分離可能であり、一定値をとる主観的割引因子 $\beta \in (0,1)$ をもつとる。すなわち、

$$u^i\left(c^i\right) = \sum_{t^t=0^t}^T \sum_{s^t\in S^t} \beta^t \pi_t\left(s^t\right) U^i\left(c_t^i\left(s^t\right), s^t\right) \tag{1}$$

定義 2 下記の条件をみたすとき、消費 $\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ は実現可能であるという。

$$c_t^i\left(s^t\right) \geq 0 \quad \text{for all i,t, and } s^t \tag{2}$$

$$\sum_{i^t=1^t}^N c_t^i\left(s^t\right) = \sum_{i^t=1^t}^N y_t^i\left(s^t\right) \quad \text{for all t, } s^t. \tag{3}$$

さらに、消費配分がパレート効率的であるというのは、消費配分が実現可能であり、かつ、下記の条件をみたす他の実現可能な消費配分 $\left\{\left(\widetilde{c}_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ がないときである。

$$u^i\left(\widetilde{c}^i\right) \geq u^i\left(c^i\right) \quad \text{for all i} \in I$$

$$u^i\left(\widetilde{c}^i\right) > u^i\left(c^i\right) \quad \text{for some i} \in I$$

資本市場が完備な場合、すなわち、全ての条件付き財を取引する市場が存在する時、ゼロ期において、家計は、ありとあらゆる不確実性、すなわち、s^t の実現値に依存した条件付き消費財を、いまだ s^t が実現する前に取引することができる。$p_t\left(s^t\right)$ をゼロ期に発行される、s^t が実現した時に一財の消費を行うときの価格であるとする。すると、各家計の Arrow Debrue 型の予算制約式は

$$\sum_{t^t=0^t}^{T}\sum_{s^t\in S^t} p_t\left(s^t\right)c_t^i\left(s^t\right) \leq \sum_{t^t=0^t}^{T}\sum_{s^t\in S^t} p_t\left(s^t\right)y_t^i\left(s^t\right) \tag{4}$$

定義 3　*Arrow Debrue* 均衡

Arrow Debrue 均衡とは、消費財と価格の集合、すなわち、$\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ および $\left\{p_t\left(s^t\right)\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ であり、下記の条件をみたすものをいう。

(1) $\left\{p_t\left(s^t\right)\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ を所与としたとき、各家計 i は、(1) を (4) と (2) の下で最大化している。

(2) $\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^T$ は、すべての t, s^t に関して、(3) を満たしている。

簡単化のため、常に正の消費が行われるように、下記の仮定をおく。

仮定 4　瞬時効用関数 U^i は二回連続微分可能かつ、第一要素に関して強く増加関数、かつ強く凹であり、かつ、下記の稲田条件を満たす。

$$\lim_{c\to 0} U_c^i\left(c, s^t\right) = \infty$$

$$\lim_{c\to \infty} U_c^i\left(c, s^t\right) = 0$$

効用関数の凹性より、厚生経済学の第二基本定理を適用可能であり、任意の競争均衡は、適当な Pareto Weight　$\left(\alpha_i\right)_{i=1}^N$　を用い、下記の社会厚生関数最大化問題の解として記述することができる。

$$\underset{A}{Max}\sum_{i=1}^{N}\alpha_i u^i\left(c^i\right)$$

$$s.t. (2) \text{ and } (3)$$

$$A:\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^{T}$$

稲田条件を課しているので、(2) を無視し、 (3) に対し、ラグランジュ乗数 $\lambda(s^t)$ をつけると、

$$L=\sum_{i^t=1^t}^{N}\alpha_i\sum_{t^t=0^t}^{T}\sum_{s^t\in S^t}\beta^t\pi_t\left(s^t\right)U^i\left(c_t^i\left(s^t\right),s^t\right)+\lambda\left(s^t\right)\left(\sum_{i^t=1^t}^{N}y_t^i\left(s^t\right)-\sum_{i^t=1^t}^{N}c_t^i\left(s^t\right)\right)$$

一階条件は

$$\alpha_i\beta^t\pi_t\left(s^t\right)U_c^i\left(c_t^i\left(s^t\right),s^t\right)=\lambda\left(s^t\right)\text{ for all } i\in I$$

異なる家計間の限界代替率を計算すると

$$\frac{U_c^i\left(c_t^i\left(s^t\right),s^t\right)}{U_c^j\left(c_t^i\left(s^t\right),s^t\right)}=\frac{\alpha^j}{\alpha_i}\text{ for all t and } s^t$$

したがって、異なる家計間の消費の異時点間代替率は、経済の状態や時間によらず一定となる。

定義 5　異なる家計間の消費の限界代替率が時間や経済の状態によらず一定であるとき、そのような消費配分 $\left\{\left(c_t^i\left(s^t\right)\right)_{i\in I}\right\}_{t=0,s^t\in S^t}^{T}$ は完全な消費保険を満たすという。

すなわち、完備市場モデルは、完全な消費保険が成立している。さらに、効用関数が下記の性質をみたすとする。

仮定 6 (分離可能性)　すべての家計が $CRRA$ 型の効用関数を有し、選好ショックが存在しない、またはショックが消費と加法に分離可能、すなわち

$$U^i\left(c_t^i\left(s^t\right),s^t\right)=\frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}+v\left(s^t\right)$$

であるとする $(\sigma\geq 0)$

この仮定のもとでは、

$$U_c^i\left(c_t^i\left(s^t\right), s^t\right) = c_t^i\left(s^t\right)^{-\sigma}$$

したがって、

$$\frac{c_t^i\left(s^t\right)}{c^j\left(s^t\right)} = \left(\frac{\alpha^i}{\alpha^j}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \tag{5}$$

すなわち、異なる家計間の消費の割合は、経済の状態や時間によらず一定となる。このことからただちに、

$$c_t^i\left(s^t\right) = \theta^\iota c_t\left(s^t\right) \tag{6}$$

$$\text{ただし、}\quad c_t\left(s^t\right) = \sum_{i^t=1^t}^{N} c_t^i\left(s^t\right)$$

すなわち、各家計消費支出は、マクロの消費に比例し、その比例定数は時間や history の実現値に依存しないことがわかる。

CRRA 型の効用関数を使用する限り、所得の実現値に家計間で差があっても、全ての家計の消費の変化割合は同じ値となる。この経済学的理由は簡単である。この経済には資本市場が完備であるため、ありとあらゆる不確実性の実現値に対応した条件付財が事前に取引されている。したがって、家計は、所得の受取額を一定にするような保険に加入することが可能となっている。消費の変動は、資本市場でヘッジできないマクロ的なショックのみが残り、各家計間で独立したショックに関しては全て保険市場がカバーしてしまい、家計にとり、事実上、マクロショック以外の不確実性は存在しなくなっているのである。

3.2 Sequential Equilibrium

初期時点ですべての条件付き財が取引されるという前節の仮定は非現実的である。そこで、初期時点に全ての期の条件付き財が取引されるのではなく、各期には、一期先の消費財に関する条件付き財のみが取引されるとする。

$q_t\left(s^t, s_{t+1} = \eta^j\right)$ は、t 期に交わされる契約であり、t+1 期の Event の実現値が η^j であるとき、一単位の消費財を t+1 期にうけとる Claim の価格であるとする。これは Arrow 債権と呼ばれるものである。t 期に購入された Arrow 債権の量を $a_{t+1}^i\left(s^t, s_{t+1}\right)$ とすると。予算制約は

$$c_t^i\left(s^t\right) + \sum_{s_{t+1}} q_t\left(s^t, s_{t+1}\right) a_{t+1}^i\left(s^t, s_{t+1}\right) \le y_t^i\left(s^t\right) + a_t^i\left(s^t\right)$$

となる。各個人は、t+1 期に生じるあらゆる Event の実現に対応する Arrow 債券を購入することが可能であるが、t+1 期になると、そのなかの、実現した Event に対応したもののみが消費財と交換されることになる。

適切な No Ponzi Game Condition(Natural Debt Limit) の下で、Arrow Debreu の完全保険均衡は Sequential Equibrium の均衡でもあることが知られている。証明は Mas-Corell 達による教科書を参照されたい。Arrow 債権をめぐる証明は煩雑であるが、一般均衡理論の一つの到達点であり、また、現代のマクロ経済学にとっては出発点でもある。

4　完全保険の検証

完全保険が存在する場合、すなわち (5) が成立しているとき、家計が直面するショック全てに関して保険が存在し、人々の消費行動は、ショックの発生やその大きさに依存しなくなる。ショックが恒常的であるか一時的であるかによらず、すべてのショックが保険の対象となり、リスクはヘッジされる。極端な例をあげると、交通事故や深刻な病気になったとしても、また失業しても、人々の消費は変わらない、というのが完全保険市場の予測である。

もちろん、実際にはすべての不確実性に対して保険市場があるわけではない。実証分析では、保険市場の欠落が、消費決定にどの程度の影響を与えるかが検証されてきた。

これまでの実証分析の結果を紹介する前に、理論モデルの注意点をいくつか指摘しておく。各家計の消費変化率が経済全体の消費変化率と完全に連動する、という予測は、完備保険市場の存在以外にも多くの仮定に依存している。例えば、(1) 経済の状態と消費の分離可能性、はかなり極端な仮定である。たとえば、世帯主が病気になった場合、あるいは交通事故にあった場合、所得が完全に保障されていたとしても、消費パターンが異なることは十分ありうることである。また、余暇の扱い、具体的には配偶者の就業状態と消費も、たとえば外食の多さ等を通じて影響がある可能性が高い。また、(2) 人々の情報集合が全ての家計で共通、という仮定も極端なものである。我が家の所得が変動する確率に関して、我が家も他の家計もみな等しい予測を持っているということは正当化しにくい。最後に、不確実性が全く存在しなくとも、家計の効用関数が時間を通じて変化することも十分ありうることである。子供が大学生になるときには、教育支出は大きくなる。これらを外生的な支出として考えると、教育支出も含めた総支出から得られる効用は、それまでよりも低下していると考えることができる。この場合、消費支出全体は高まるであろうが、それはリスクや保険市場の有無とは無関係な消費の変動である。

4.1　Mace (1991)

保険市場が完備であるとき、(6) が成立するため、最も強い予測は、(1) 家計消費変化率の家計間の相関係数は 1 である。であろう。もっとも、この主張はきつすぎ、棄却することは簡単である。最も、棄却される理由が、家計

間の選好の違いや、時折生じる一時的な支出 (海外旅行や子供が留学・結婚する等) によるものであれば、それは完備資本市場の検証には適さない。実証分析において実際にテストされるのは、より緩やかな検証である

$$\Delta \ln c_t^i = \alpha_1 \Delta \ln c_t + \alpha_2 \Delta \ln y_t^i + \varepsilon_t^i$$

または

$$\Delta c_t^i = \alpha_1 \Delta c_t + \alpha_2 \Delta y_t^i + \varepsilon_t^i$$

である。完備な保険市場の場合は $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0$ となっているはずである。なお、この方程式はオイラー方程式ではない、ということに注意すべきである。したがって、オイラー方程式の導出で問題になるような線形近似や条件付き期待値、あるいは予備的貯蓄の存在や所得変動の恒常的部分の抽出等、面倒な問題は発生しない。その意味で、極めて強い理論的根拠を有する推計式であると言うことができる。

Mace (1991) は、このような完全保険市場の検証の先駆けであり、後の分析に非常に強い影響を与えた。彼女の結果は、後述するように、その後多くの批判にさらされることになるが、消費のパネルデータと外生的なショックの代理変数が存在すれば検証可能であるため、今でもこの手法を用いる研究は多い。

最も重要な結果は、First Differences において、F 統計量が極めて小さく、多くの場合棄却できない、すなわち完全な保険市場の存在を否定できない、ということである。また、対数差分、すなわち Growth Rate に関しても、a_1 は極めて 1 に近く、a_2 は有意であってもその値は極めて小さい。すなわち、完全な保険市場が観察されない財に関しても、その動きは完全な保険市場下での動きに極めて近い、ということもわかる。

4.2 Cochrane (1991)

Mace (1991) と同じ号の JPE に、Cochrane による Mace と極めて似た結果を含む論文が掲載されている。四半期ごとの CEX を用いた Mace (1991) と異なり、Cochrane は PSID を用い、かつ、マクロショックをより一般的な形で扱っている。

Cochrane は、PSID の 1980 年から 1983 年までのデータを用い、1980 年をベースとし、その後の 1983 年までの累積変化、すなわち 4 年間の消費変化および様々なリスク指標の変化をまとめ、両者の相関を調べている。Cochrane の推定式はクロスセクションデータを用いた、下記のような単純な OLS である。

$$\Delta \ln c^i = a_0 + \alpha_2 \Delta \ln X^i + \varepsilon^i$$

ただし、X^i は様々なリスク尺度 (病気、非自発的失業、非自発的失業による求職期間、ストライキの日数、非自発的移動、所得成長率等) である。

Mace (1991) の推計式と比較すると、この手法、すなわち、マクロ変数を用いないやり方には大きなアドバンテージがある。それは、ここではマクロショックはすべて定数項に含まれており、推計する必要がないのである。Ravallion and Chaudhuri (1997) は、完全保険の存在検証に用いられる二つの推計式

$$\Delta\left(\ln c_t^i - \ln c_t\right) = a_0 + \alpha_1 \Delta \ln y_t^i + \varepsilon_t^i \tag{7}$$

$$\Delta \ln c_t^i = a_0 + \sum_k \delta_k \Delta D_{kt}^i + \alpha_1 \Delta \ln y_t^i + \varepsilon_t^i \tag{8}$$

を比較し、(8) が真のデータ生成過程で、かつ、α_1 が正であるとき、(7) による α_1 の推計量は

$$\alpha_1^{ols} = \alpha_1\left(1 - plim\ R_y^2\right)$$

$$R_y^2 = \frac{\sum_i \sum_t \left(\Delta \ln \overline{y_t} - \Delta \ln \overline{y}\right)^2}{\sum_i \sum_t \left(\Delta \ln y_t^i - \Delta \ln \overline{y}\right)^2}$$

と、下方バイアスが生じることを示している。直観としては、$\Delta \ln y_t^i$ にはマクロショックと個別ショックの両方が含まれており、(8) ではマクロショックが (個々の家計に与える影響が同一である限り) 完全にコントロールされているのに対し、(7) ではコントロールが不完全であり、個別ショックの指標としてはノイズが入っていることになる。そのノイズの大きさは、所得の総変動のうち、マクロショックの割合、R_y^2、に依存しているのである。Mace (1991) や彼女の推計式を利用している研究では、すべてのマクロショックは $\ln c_t$ によってコントロールされると仮定しているが、ダミー変数を用いる、あるいはデータ期間を一時点にし、定数項を推計式に含めることで、よりマクロショックに対してロバストな推計を行うことが可能となる。

Mace (1991) との比較で、第二の利点は、長期間の変動をとっていることにある。Mace (1991) は四半期、すなわち三ヶ月間の消費変化を見ていたが、ここでは四年間の変化であり、より多くのリスクを分析することが可能となっている。もっとも、食料消費しか存在しないことは、他の消費支出からの分離可能性を仮定せねばならないことを意味しており、Mace (1991) よりも限定的な分析に留まっている点もある。

Cochrane (1991) の結果は、(1)　100 日以上の病気により欠勤、(2) 非自発的失業、のリスクに関しては、消費は insure されていないが、ストライキや非自発的移動、非自発的失業による求職期間の長さ、および 100 日よりも少ない病気による欠勤、に対しては消費は insure されている。というものである。Cochrane は、これらの結果から、完備保険市場が存在しない、という結論を導くことに対しては慎重である。非自発的失業後の求職期間は消費成長率にプラスの影響を与えているが、これは解釈が困難であり、非自発的、と

いう概念そのものに疑問を投げかけるものであるし、長期にわたる病気は消費を引き下げるように選好を変化させるかもしれない。

完備資本市場が果たして経済全体を描写する上でどの程度正当化されるかは、日本を含め、全世界で行われている。インドの農村を対象にし、完備資本市場の存在を否定できないとした Townsend (1994) の論文は特に影響力の強いものである。一方、完備資本市場の存在を否定する研究も少なくない。この分析は、個別の消費と所得およびマクロの変数があれば簡単に遂行できるため、今でも、毎年のように研究論文が報告されている。

5 おまけ

市場需要関数になんらかの意味を与えるためには、個人の選好に対して強い仮定をおかねばならない。実証分析においてよく使用される代表的な効用関数が、Gorman 型である。

Gorman 型効用関数は、下記のような間接効用関数として定義される。

$$v\left(p, y_i\right) = a_i\left(p\right) + b\left(p\right) y_i.$$

ここで重要なのは、$a_i\left(p\right)$ は家計により異なりうるが、$b\left(p\right)$ は各家計で共通である、ということである。

ロワの恒等式より、消費者 i の j 財への需要関数は、間接効用の偏微分で計算可能であり、

$$x_i^j\left(p, y_i\right) = -A_i^j\left(p\right) - B^j\left(p\right) y_i$$

$$A_i^j\left(p\right) = \left[\frac{\partial a_i\left(p\right)}{\partial p_j}\right] / b\left(p\right)$$

$$B_i^j\left(p\right) = \left[\frac{\partial b\left(p\right)}{\partial p_j}\right] / b\left(p\right)$$

すなわち、財への所得弾力性は、家計間で同一となる。したがって、総需要関数は

$$\sum_{i=1}^{N} x_i^j\left(p, y_i\right) = -\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial a_i\left(p\right)}{\partial p_j}\right] / b\left(p\right) - \left[\frac{\partial b\left(p\right)}{\partial p_j}\right] / b\left(p\right) \sum_{i=1}^{N} y_i$$

この総需要関数は、下記のような、間接効用をもつ代表的な個人の効用最大化問題の解として導出可能である。

$$V\left(p, Y\right) = \sum_{i=1}^{N} a_i\left(p\right) + b\left(p\right) Y, \quad Y = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

また、逆に、Gorman 型効用関数は代表的消費者モデルで総需要を描写することのできる最も一般的な間接効用関数であることも知られている。