2007年度上級マクロ経済学講義ノート

消費

阿部修人

平成 19 年 5 月 18 日

概要

1 導入

消費支出は GDP の最大の構成要素であり、特に家計消費支出は家計の Welfare 水準に直結する。消費の決定理論は、同時に貯蓄の決定理論でもあり、消費がどのように決まるかを知ることは、貯蓄水準、さらには投資および資本ストックの蓄積を決定することにもなる。最適成長モデルや RBC で議論してきたように、マクロ経済の動学を決定づけるのは、基本には家計消費のオイラー方程式であり、そこが間違っていると動学一般均衡の根本を誤ることになる。

家計消費の研究の歴史は古く、マクロ経済学の初期にケインズが短期消費関数として、限界消費性向一定の線形消費関数を仮定してモデルを構築したことから始まる。その後、多くのマクロ経済学者が消費決定のメカニズムを分析し、多くの家計モデルが提案された。景気循環や経済成長といったテーマに流行があったのと比較すると、消費に関する関心は常に存在し、現在ではマクロ経済学において理論・実証ともに最も高い水準の研究がなされていると言っても過言ではない。また、Romer の教科書でも指摘されているように、金融理論の発展と消費研究の間に強いつながりがあり、CAPM 等の金融理論の根幹に消費理論が存在する。多くの不完備資本市場の分析の基本には、常に家計消費のモデルが存在する。現在では、家計消費行動のモデルはマクロ経済学や金融理論に限らず、開発経済学や労働経済学においても基本的な要素となっている。

近年の消費研究は、一時期のマクロの消費データを用いた分析から、よりミクロの消費データを用いる分析に移りつつある。ミクロの消費データを用い、金利や賃金を固定し部分均衡モデルを用いて分析すること自体は、もはやマクロ経済学の範疇から外れていると言えるかもしれない。しかし、一般均衡効果を取りあえず除外し、まずミクロのレベルの家計消費の決定モデル

を解いてしまえば、その後人口構成に関して集計し、生産サイドを加えて一般均衡とすること自体は決して不可能ではなく、むしろ、マクロ経済学のミクロ的基礎を真正面から追及するアプローチであるとも言える。本講義ノートでは、消費モデルの基本である恒常所得モデルと不確実性および不完備資本市場を導入した予備的貯蓄モデルについて解説する。より詳細な消費に関する議論は

Attanasio, Orazio P., 1999. "Consumption," Handbook of Macroeconomics, in: J. B. Taylor & M. Woodford (ed.), Handbook of Macroeconomics, edition 1, volume 1, chapter 11, pages 741-812, Elsevier.

が参考になる。

2 恒常所得仮説

恒常所得仮説という言葉は、もともとは Friedman が提唱したものである。ケインズモデルでは現在の消費は現在の可処分所得に依存して決まっていたが、Friedman は、現在の消費は現在の可処分所得ではなく、より安定的な恒常所得に依存すると提唱した。では、どのように恒常所得が決定するか、については Friedman は明確なミクロ的基礎付けを与えずに議論していた。恒常所得仮説が再度注目を集めたのは、Hall (1978) が驚くべき実証分析を発表してからである。

家計は T 期間存在し、T 期末に死亡する、と仮定する。割引率も利子率も存在しない、と仮定し、その代り每期每期変動する所得を得る、と仮定しよう。効用関数および生涯の予算制約は

$$U = \sum_{t=1}^T u(C_t), u' > 0, u'' < 0$$

$$\sum_{t=1}^T C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^T Y_t$$

となる。ただし、ここで家計は自由に貯蓄、負債を持つことが可能であり、初期時点で A_0 の資産(負債)をもつものと仮定している。

この動学最適化問題の解は自明であり、

$$u'(C_t) = \lambda$$

すなわち、すべての期において、消費の限界効用は一定になる。限界効用は単調現象関数であるから、消費水準も一定となり、

$$C_t = \bar{C} \text{ for all } t$$

予算制約に代入すると

$$C_t = \frac{1}{T} \left(A_0 + \sum_{t=1}^T Y_t \right)$$

すなわち、生涯所得と初期資産を各年に均等に配分することになる。上式の右辺は恒常所得と定義される。

ここで重要な性質は、家計消費は、所得の当期の実現値には依存しないことである。たとえば、若年期にほとんど所得がなく、後になってようやく所得が得られる場合、若年期には借金をし、のちの所得で借金を返済することになる。

次に、もう少し仮定を一般化させ、正の割引率を導入し、家計は無限に存在し、所得に不確実性が存在し、 Y_t が確率変数であると仮定しよう。この場合、家計は期待効用を最大化させると仮定しよう。

$$\text{Max } E[U] = E_0 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t u(C_t) \right]$$

もはや将来の所得はわからないので、家計は下記のような予算制約に直面しているとする。

$$\text{s.t. } A_{t+1} \leq (1+r) A_t + Y_t - C_t$$

この最大化問題を考えると

$$L = E_0 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t u(C_t) \right] + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \lambda_t ((1+r) A_t + Y_t - C_t - A_{t+1})$$

この一階条件は

$$u'(C_t) = \lambda_t$$

$$E[\beta(1+r)\lambda_{t+1}] = \lambda_t$$

すなわち、

$$E[\beta(1+r)u'(C_{t+1})] = u'(C_t)$$

ここで、

$$\beta(1+r) = 1$$

と仮定しよう。すると

$$E[u'(C_{t+1})] = u'(C_t)$$

さらに

$$u = C_t - \frac{a}{2}C_t^2$$

のように二次式で近似すると

$$u' = aC_t$$

となり、オイラー方程式は

$$EC_{t+1} = C_t$$

これは

$$C_{t+1} = C_t + e_{t+1}$$

と書くことが可能である。ただし、 $E(e_{t+1}|t) = 0$ である。

すなわち、自由に貯蓄・借入れが可能、効用関数は二次式、利子率と時間選好率は等しい、という仮定の下では、消費は Random Walk となる。これが Hall の Random Walk 仮説である。そして、Hall は、この仮説を棄却することができないと主張した。

Hall の研究結果はそれまでのマクロ消費理論の根底を覆すものであり、多くの検証が重ねられた。当初はマクロ消費データを用いた分析が行われていたが、現在では家計レベルのミクロデータを用いた検証が行われている。Hall の Random Walk 仮説は極めて強い主張であり、棄却するためのテストを考え付くのは難しいことではない。

Random Walk という強い主張は効用関数が二次関数であるということに強く依存しているが、二次関数でなくとも、自由に貸し借りができる状態では、効用関数が時間に関して加法に分離可能である限り、消費は生涯所得の期待値に依存するという性質は変わらない。その場合、消費は予測されている所得変化には依存しなくなる。現在の消費水準は生涯所得の平均値で与えられており、将来所得が確実に上昇(下降)することがわかっているならば、合理的な家計はそれを既に予測しており、実際に所得変化が起きても消費は変化しないはずである。しかしながら、家計消費は多くの場合、予測される所得上昇と比例して変化することが知られている。ではなぜ予測された所得に消費は依存するのだろうか?たとえば、家計が自由に借入れができない場合、資産がゼロで、かつ現在の所得が生涯所得の平均よりも低い場合、借入れができないため、家計消費は所得と連動して動くようになる。このような流動性制約に直面している家計が存在する場合は、消費は予期された所得に依存するようになる。では、実際に流動性制約に直面する家計は多いのだろうか?これは未だに論争のあるテーマである。クレジットカードで購入する人や住宅ローンをもつ人々は多い。また、大量に負債をもっている、同時に金融資産を有する者も存在する。流動性制約に直面している家計とは、厳密には一切の負債をもたず、かつ資産がゼロである家計であるが、そのよ

うな家計は非常に多いのだろうか?多くの実証研究では流動性制約に直面している家計を識別することに苦労しており、かなり大雑把な仮定を置くことが多い。

もう一つの可能性は、労働供給や家計内の子供の数など、消費に影響を与える重要な要素がモデルから抜け落ちていることである。このような指摘は Attanasio 達が行っている。そもそも、効用関数が異時点間で加法に分離可能ではない可能性もある。これらはいずれも実証的課題であり、現在の消費研究の最先端である。

3 CCAPM と The Equity-Premium Puzzle

家計が二種類の金融資産を有すると仮定しよう。一つは不確実性のない Risk Free Asset (A_t) で、たとえば確定利回りの国債であり、来季に確実に金利 $\bar{r}_{t+1}$ を得ることができる。もう一つは利回りの不確定な投資信託や株式のようなもの (S_t) であり、来季の金利は確率変数であり r_{t+1}^i であると置く。

$$\text{Max } E[U] = E_0 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t u(C_t) \right]$$

$$\text{s.t. } A_{t+1} + S_{t+1} \leq (1 + \bar{r}_t) A_t + (1 + r_t^i) S_t + Y_t - C_t$$

内点解を仮定し、一階条件を求めると

$$u'(C_t) = \lambda_t$$

$$E_t [\beta (1 + \bar{r}_{t+1}) u'(C_{t+1})] = \beta (1 + \bar{r}_{t+1}) E_t [u'(C_{t+1})] = u'(C_t)$$

$$E_t [\beta (1 + r_{t+1}^i) u'(C_{t+1})] = u'(C_t)$$

ところで、左辺の r_{t+1}^i も u' も確率変数であるから

$$E(XY|t) = E(X|t) E(Y|t) + Cov_t(X, Y)$$

であることを利用し、

$$\begin{aligned} u'(C_t) &= E_t [(1 + r_{t+1}^i) u'(C_{t+1})] \\ &= \beta (E_t (1 + r_{t+1}^i) E_t (u'(C_{t+1})) + Cov_t(1 + r_{t+1}^i, u'(C_{t+1}))) \end{aligned}$$

一方、Risk Free Asset の条件を用いると

$$u'(C_t) = \beta (1 + \bar{r}_{t+1}) E_t [u'(C_{t+1})]$$

$u'(C_t)$ を消去すると

$$\beta (E_t (1 + r_{t+1}^i) E_t (u' (C_{t+1})) + Cov_t(1 + r_{t+1}^i, u' (C_{t+1})) = \beta (1 + \bar{r}_{t+1}) E_t [u' (C_{t+1})]$$

$$E_t (1 + r_{t+1}^i) - (1 + \bar{r}_{t+1}) = \frac{-Cov_t (1 + r_{t+1}^i, u' (C_{t+1}))}{E_t (u' (C_{t+1}))}$$

このように、消費に関するオイラー方程式は資産期待収益率と消費の間の関係を表している。上記の式は、不確実性のある資産が安全資産に比べ多くの期待収益を与えねばならないが、その Premium の水準は金利と消費の共分散に依存しており、もしも効用関数が Hall モデルのように二次であれば

$$u' (C_{t+1}) = -aC_{t+1}$$

$$-Cov_t (1 + r_{t+1}^i, u' (C_{t+1})) = aCov_t (1 + r_{t+1}^i, C_{t+1})$$

すなわち

$$E_t (1 + r_{t+1}^i) - (1 + \bar{r}_{t+1}) = \frac{aCov_t (1 + r_{t+1}^i, C_{t+1})}{E_t (u' (C_{t+1}))}$$

となり、Risk Premium は消費と収益率の共分散に比例し、その比例係数は一定となる。すなわち、Risk Premium の高い資産とは、消費との共分散の高い資産ということになる。このように、資産収益率を消費との関係であらわすモデルを Consumption Capital=Asset Pricing Model (CCAPM) と呼ぶ。

もしも効用関数が CRRA であれば

$$E_t [\beta (1 + r_{t+1}^i) u' (C_{t+1})] = u' (C_t)$$

$$E_t [\beta (1 + r_{t+1}^i) C_{t+1}^{-\theta}] = C_t^{-\theta}$$

$$\frac{1}{\beta} = E_t \left[(1 + r_{t+1}^i) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\theta} \right]$$

消費成長率を g_c とすると、上記の式は

$$\frac{1}{\beta} = E_t \left[(1 + r_{t+1}^i) (1 + g_c)^{-\theta} \right]$$

この消費水準、あるいはその成長率と資産収益率は、原則は観察可能な変数である¹。てま、手元に消費成長率と資産収益率に関して信頼できるデータがあるとして、上記の式を用いて β, θ を推計することを考えよう。CCAPM、すなわち消費のオイラー方程式を用いて CRRA のパラメータを推定する試みは非常に多くなされている。しかしながら、その結果は極めて不安定であり、成功しているとは言い難い。

CCAPM の推計に関して、極めて有名な論文に Mehra and Prescott (1985) がある。上記の非線形方程式はそのままでは扱いにくいので、 $r = g_c = 0$ で二次式で近似すると

$$(1 + r^i)(1 + g_c)^{-\theta} = 1 + r - \theta g_c - \theta g_c r + \frac{1}{2}\theta(1 + \theta)g_c^2$$

したがって、 $\beta = 1/(1 + \rho)$ とすると

$$E(r) = \rho + \theta E(g_c) + \theta Cov(r, g_c) - \frac{1}{2}\theta(1 + \theta)Var(g_c^2) \quad (1)$$

二つの資産収益率の差は、したがって、

$$\begin{aligned} E(r^i) - E(r^j) &= \theta [Cov(r^i, g_c) - Cov(r^j, g_c)] \\ &= \theta Cov(r^i - r^j, g_c) \end{aligned}$$

たとえば、アメリカにおいて、Risk Free Asset である短期公債と株式市場の平均収益率格差 (Risk Premium) は、1890-1979 で 6% であった。一方、消費成長率と Risk Premium の共分散は極めて小さく 0.0024 しかない。この事実を CCAPM に当てはめると、 $\theta = 25$ となってしまう。これは Risk Aversion としては極めて極端な値である。さらに、近年のデータを用いると 100 を超える推定量を得ることもある。このように、株式市場の Risk Premium と消費成長率の共分散が著しく小さく、CCAPM に従うと極端なリスク回避的行動を意味してしまうことを Mehra and Prescott のパズルという。

二種類の資産収益率格差を使わず、たとえば銀行預金金利や株式市場収益率そのものを用いオイラー方程式を推定する試みもきわめて多く試みられて

¹消費データとしては、集計量では四半期毎に公表される家計消費データが利用可能であり、家計毎の消費成長率に関しては家計調査の 6ヶ月の短いパネルデータを利用することができる(最も、実際に利用するには日本政府にお伺いを立てねばならず、誰でも自由に使えるという状況からは程遠い)。近年では大阪大学や慶應大学で家計パネルデータが作成されているし、家計経済研究所では、女性が対象であるが、10年以上の家計パネルデータが一般に公開されている。アメリカでは Panel Study of Income Dynamics(PSID) が有名なパネルデータであり、ネットを通じて誰でも利用可能である。とはいえ、精度の高い消費データは収集するのは困難であり、それはアメリカでも同様である。家計に対し、「先月いくら支出しましたか?」と質問したとして、どの程度正確に返事ができるだろうか?借金返済や寄付、親戚等への仕送りは消費支出なのだろうか?PSID は食料支出を聞いており、一般的な消費に関する情報は極めて少ない。信頼できる消費データを作成するには、毎日家計簿をつけてもらうしかなく、日本の家計調査や全国消費実態調査は数ヶ月間の家計簿をつけさせている。ただし、10年にわたり、毎日家計簿をつけさせ、それを政府に提出させることは非現実的だろうし、そのようなデータは残念ながら利用可能なものは私は知らない。家計レベルでの消費という極めて重要な変数に関して、データにノイズが多い、あるいは長期間データがとれない、のいずれかの問題が存在するのは極めて残念なことである。

いるが、用いる資産収益率により、また消費データによりまったく異なる結果が得られている。近年では、家計の不確実性への態度をより厳密に分析しようとする試みが活発になっている。

4 予備的貯蓄

貯蓄は消費の裏側であるが、貯蓄は資産蓄積に直結し、かつ貯蓄率向上が一時期、政策目標となっていた時代もあり、貯蓄動機の分析も消費と並んで長年にわたり行われてきている。貯蓄は、恒常所得よりも当期所得が高いときに行われ、逆に負債は恒常所得よりも冬季所得が低いときに行われる。典型的な家計では、賃金は年齢とともに増大し、60歳前後で引退するので、貯蓄は引退後の生活費の蓄えとしての意味をもつ。これが Life Cycle 動機の貯蓄と呼ばれるものである。

近年、多くの研究は、上記の Life Cycle 動機は若年層ではあまり重要ではなく、むしろ、将来の不確実性に備えるための予備的貯蓄が多いと指摘している。将来のどのような不確実性に備えているかは議論の余地があるが、たとえば病気や事故、家庭の不幸、失業など、保険がたとえ存在していても完全にはそのリスクがヘッジできないような不確実性すべてを含むと考えるよくだろう。

Hall の Random Walk 仮説は効用関数が二次式、すなわち限界効用が線形になることから生じた。一般に、限界効用が線形ではない場合

$$E[u'(C_{t+1})] = u'(C_t)$$

は

$$E[C_{t+1}] = C_t$$

を意味しない。Jensen's Inequality が存在するためである。限界効用が凸、すなわち $u'' > 0$ のとき、

$$E[u'(C_{t+1})] > u'(E(C_{t+1}))$$

すなわち

$$u'(C_t) > u'(E(C_{t+1}))$$

限界効用は消費の減少関数だったから

$$C_t < E(C_{t+1})$$

この不等号は、効用関数の三回微分が正であることと、所得が確率変数であることに依存している。また、不確実性が大きいほど、すなわち所得の分

散が大きいほど、消費の成長率は高くなり、そのぶん貯蓄が増加することになる。

もう一つの予備的貯蓄理論として、Carroll のモデルがある。家計所得がゼロになる確率が、極めて小さいが正の確率で存在すると仮定する。すると、極めて小さな確率であるが、所得の実現値がずっとゼロである可能性が存在する。その場合、家計は、たとえ可能であっても負債をもたない。すなわち、流動性制約が存在しなくとも、負債をもつ家計は存在しなくなる。なぜなら、No-Ponzi 条件が課されており、家計はいつかは負債を返さねばならない。いったん負債をもつと、わずかな確率でも所得がゼロであり続け、最終期には消費を限りなくゼロに近づけなければならない。もしも消費の限界効用が消費がゼロの時点で極めて高ければ、家計はそのようなリスクはとらないだろう。効用の三回微分が正でなくとも、消費の限界効用が

$$\lim_{c \rightarrow 0} u'(c) = \infty$$

であり、かつ所得がゼロになる確率が正であれば、家計は負債をもたず、常に貯蓄を有することになる。この場合、流動性制約がなくとも、家計は負債をもたない。この仮説に対しては、家計所得が厳密にゼロになることはありえない、という批判が考えられる。それに対し Carroll は、消費の限界効用が無限になるのは、消費がゼロではなく、ある程度の正の水準、すなわち生存に必要な最低限度の消費水準で発生すると仮定するなら同じ議論が適用可能であると反論している。

5 実証分析

以上の予備的貯蓄モデルをデータを用いて分析する場合、極めて大きな問題に直面する。予備的貯蓄モデルは、家計の消費は所得の不確実性と限界効用の曲率に依存するが、前者の所得の不確実性は、未だに実現していない将来の所得の不確実性であるため、データが存在しないためである。そこで、実証分析を行う場合、二つのアプローチがとられている。まずは、家計所得の不確実性の代理変数を探してきて、消費成長率や貯蓄水準をその不確実性に回帰する方法である。所得の不確実性の代理変数が信用できるものであれば、これは家計レベルでもマクロデータでも応用可能な方法である。とはいえ、所得の不確実性の代理変数を探すのは非常に困難である。

所得の不確実性指標がなくとも、オイラー方程式を利用する推計も可能である。(1) をもちい、金利の不確実性をなくすと

$$r = \rho + \theta E(g_c) - \frac{1}{2} \theta (1 + \theta) Var(g_c^2)$$

すなわち、金利を消費成長率および消費成長率の二乗に回帰し、パラメータ間に制約を設ければよい。このようなアプローチは Dynan (1993) が採用し

ている。しかしながら、この推計で Dynan は θ がマイナスになってしまうことを報告している。このようなアプローチに関しては、二次式による近似が不十分であること、非線形 GMM 等を採用すると消費データに含まれる測定誤差が大きな影響を与えてしまうことが Carroll (2001) により指摘されている²。

もう一つの手法は、オイラー方程式を利用しないアプローチである。予備的貯蓄モデルが正しいとすると、家計の消費・年齢プロファイルは所得プロファイルとほぼ同じ軌跡を描くことが知られている³。このアプローチはかなり複雑な数値計算を必要とする。具体的には、RBC のカリブレーションと統計解析の混合である動学的構造推計手法の一つである Method of Simulated Moment 法というものが用いられる。まず、家計の直面する動学最適化問題を解き、消費と資産の対応である Policy Function を計算する次に、家計がたくさん存在するとし、家計所得の流列を、たとえば 1000 家計であれば、1000 個の家計所得の実現値をシミュレーションで計算する。その所得実現値を各家計に与えてやり、シミュレーションにより消費プロファイルを 1000 個作成する。その 1000 個の家計の消費の平均値 (Simulated Moment) を計算し、この平均値がデータの消費の平均値と一致するような θ や ρ を推計するのである。このアプローチは近年採用する研究者が増加しており、オイラー方程式そのものではなく、他の動学モデルのインプリケーションを利用する手法としての地位を確立しつつあるが、一方、動学モデルのすべての情報を利用することになり、モデルへの依存度が極めて高くなるという危険性も存在する。

6 その他

消費研究の歴史は長く、消費・貯蓄研究に携わる研究者の数もきわめて多い。その中には合理的期待という仮定に挑戦する Behavior Economics と呼ばれる分野を追及する人々もいる。Tversky and Kahneman (1974) 等がある。期待効用仮説そのものに対する挑戦、効用関数の形状の一般化など、極めて多くの試みがなされている。もっとも、それらに対する評価はいまだ定まってはいる。

現在の消費研究の多くはアメリカおよびイギリスのデータを用いたものである。これは極めて遺憾な状態であるが、他の国々では利用可能なデータセットに制限があることが多く、自由にデータにアクセスできるアメリカの研究が多くなるのは仕方がないことでもある。とはいえ、政府個票データを用いた日本における実証研究にも優れたものは存在する。代表的なものに Hayashi

²Carroll (2001) “Death to the Log-Linearized Consumption Euler Equation! (And Very Poor Health to the Second-Order Approximation)”, mimeo.

³Gourinchas, Pierre-Olivier and Jonathan Parker (2002), “Consumption Over the Life Cycle,” *Econometrica*, 70, 47–89.

(1997)⁴がある⁵。

近年、消費は格差の指標としても注目されている。恒常所得仮説に従えば、消費が変化するのとは恒常所得が変化するときとなる。現実に観察される所得は恒常所得と等しいとは限らず、たとえば同一の所得が実現しても、恒常所得が変化していれば、家計は消費を変化させることがありうる。したがって、経済厚生に直結する格差は所得格差よりもむしろ消費格差であると考えることが可能である。消費情報を用いて所得過程を推計するのは Blundell & Preston (1998)⁶で考察されており、日本では近年では大阪大学の竹内氏が消費格差の重要性を指摘している。

消費についてさらに知りたい場合は、Adda and Copper (2003) の教科書がとても優れている。また Dirk Krueger の

<http://www.wiwi.uni-frankfurt.de/professoren/krueger/teaching/ws0506/macrosfield/consbookdirk.pdf>
は極めて優れた教科書であり、強く推薦する。

⁴Hayashi (1997) *Understanding Saving: Evidence from the United States and Japan*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

⁵拙稿、阿部・山田 (2005) 「消費関数の構造推計-家計調査に基づく緩衝在庫貯蓄モデルと予備的貯蓄に関する実証研究-」『経済研究』7月号 第56巻 第3号 248-265. に簡単な実証分析のサーベイがある。

⁶Richard Blundell & Ian Preston (1998). "Consumption Inequality And Income Uncertainty," *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, vol. 113(2), pages 603-640