

## 第 6 講 パネルデータ分析の上級編

### 6.1 ダイナミック・パネル推定

近年、経済主体は動学的最適化に基づいて行動しているという経済理論が主流であり、実証研究でも経済主体のダイナミックな調整に関心が集まっている。

一般にパネル・データでダイナミックな関係とは、被説明変数のラグが説明変数に入っていることをさす。すなわち、

$$y_{it} = \alpha y_{it-1} + x_{it}^0 \beta + u_{it} \quad i = 1; 2; \dots; N; t = 1; 2; \dots; T \quad (1)$$

ここで、 $\alpha$  はスカラー、 $x_{it}^0$  は  $1 \times K$  行列、 $\beta$  は  $K \times 1$  行列。 $u_{it}$  は一元配置誤差構成要素モデルに従っているとす。

$$u_{it} = \gamma_i + \varepsilon_{it} \quad (2)$$

ここで、 $\gamma_i \sim \text{IID}(0; \sigma_\gamma^2)$  は個別固定効果を表しており、 $\varepsilon_{it} \sim \text{IID}(0; \sigma_\varepsilon^2)$  は攪乱項を表し、相互に独立である。

ダイナミック・パネル推定を巡る大きな問題はラグ被説明変数が誤差項  $u_{it}$  と相関していること、そしてデータがクロスセクション方向 ( $N$ ) には大きい、時系列方向 ( $T$ ) には小さいということである<sup>1</sup>。これは攪乱項  $v_{it}$  が系列相関していない場合にも当てはまる。この問題に対しては二つの解決方法が提案されている。一つは Anderson and Hsiao (1981)、Arellano (1989)、Hahn, Hausman and Kuersteiner (2002) らによる操作変数法であり、いま一つは、Arellano and Bond (1991)、Ahn and Schmidt (1995) らによる一般化積率法 (GMM) である<sup>2</sup>。

固定効果推定であれランダム効果推定であれ、上の (1) 式から一階の階差をとれば  $\gamma_i$  は消去されてしまう。すなわち、

$$y_{it} - y_{it-1} = (x_{it} - x_{it-1})\beta + \alpha(y_{it-1} - y_{it-2}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}) \quad (3)$$

このモデルはラグ被説明変数の階差が攪乱項  $v_{it}$  の階差と相関しているという意味では問題が残っているが<sup>3</sup>、操作変数法を用いて推定することで内生性バイアスを取り除くことができる。すなわち、有効ではないが一致推定を

<sup>1</sup>時系列が短いという問題に対しては一般に時間軸は長なくてもよいと考えることができる。むしろ経済主体のダイナミックな調整パラメータは時間と共に変化する可能性が高いので、それが一定とみなされる期間 (例えば 5 年) ぐらいに限定したほうがよいとも言える。調整スピードが速い場合には 1 年以内に調整が終わり、前年の実績 (ラグ変数) はほとんど説明力をもたないというケースもある (4.3 節参照)。

<sup>2</sup>このアプローチはさらに Arellano and Bover (1995)、Blundell and Bond (1998) らによって拡張されている。

<sup>3</sup>具体的には  $y_{it-1}$  と  $\varepsilon_{it-1}$  は (19) 式より明らかに相関している。

得ることができる。具体的には  $(y_{it_j 2} \text{ } y_{it_j 3})$  がそれぞれのラグ変数、 $y_{it_j 2}$ 、 $y_{it_j 3}$  が  $(y_{it_j 1} \text{ } y_{it_j 2})$  に対する操作変数として使われる<sup>4</sup>。

このアプローチに対して、Arellano and Bond (1991)、Ahn and Schmidt (1995) は操作変数法は重要な情報を用いていないので、有効でないと論じている。例えば、一階の階差モデルを想定すると、2 期ラグをとった  $y$  の水準は攪乱項の階差とは無相関であることを示すことができる<sup>5</sup>。

$$E[y_{is}; (\circ_{it_j} \text{ } \circ_{it_j 1})] = 0; \quad s = 0; 1; \dots; t_j - 2; \quad t = 2; \dots; T \quad (4)$$

これに対応した一般化積率法 (GMM) は次のように表せる。

$$\frac{1}{n} \mathbf{P}_{i=1}^n y_{is} [(y_{it_j} \text{ } y_{it_j 1}) \text{ } (x_{it_j} \text{ } x_{it_j 1})^{0-} \text{ } \pm (y_{it_j 1} \text{ } y_{it_j 2})] = 0 \quad (5)$$

$$s = 0; \dots; t_j - 2; \quad t = 2; \dots; T$$

Ahn and Schmidt(1995) は  $y$  の水準からだけではなく、 $y$  と攪乱項の階差  $(\circ_{it_j} \text{ } \circ_{it_j 1})$  との間からも重要な情報 (ここでは直交条件) が得られることを示している。これは次のように表せる。

$$E[y_{is}(\circ_{is+1} \text{ } \circ_{is}) \text{ } y_{is+1}(\circ_{is+2} \text{ } \circ_{is+1})] = 0 \quad (6)$$

$$E[(y_{it_j} \text{ } x_{it_j}^{0-})y_{it_j} \text{ } (y_{it_j 1} \text{ } x_{it_j 1}^{0-})y_{it_j 1}] = 0 \quad (7)$$

$$t = 2; \dots; T$$

ダイナミック・パネル推定に関する操作変数法と一般化積率法を巡る論争は、現在最も活発に行われており、いまだに決着はついていない。例えば、Binder, Hsiao, and Pesaran (2000)、Hsiao, Pesaran and Tahmiscioglu (2002)、Hsiao (2002) などでは、理論的に直交条件を加えることで GMM 推定の有効性を増すことはありうるが、有限サンプルの下ではあまりに多くの直交条件を課すことには問題があり、実証的には下方バイアスが増すと論じている。また、操作変数法と GMM 推定に関するモンテカルロ実験 (  $T=5$ 、 $N=50$ 、2500 回反復 ) の結果、最尤法は 1 % 下方バイアスがあり、GMM は場合によっては 15 - 20 % の下方バイアスが見られる。操作変数法にもバイアスは見られるが GMM と比べると小さいことが示されている。

Hsiao, Pesaran and Tahmiscioglu (2002) や Fujiki, Hsiao and Shen (2002) で代替的に彼らが提示している推定方法は最小距離推定法 (Minimum Distance Estimation: MDE) と呼ばれるものである<sup>6</sup>。基本的な考え方は、誤差項の階

<sup>4</sup>Arellano(1989) はラグ変数の水準  $y_{it_j 2}$  や  $y_{it_j 3}$  を操作変数として用いる方が望ましいとしている。

<sup>5</sup>すなわち直交条件 (orthogonality conditions) が成立する。これは Holtz-Eakin(1988)、Holtz-Eakin, Newey and Rosen(1988) によって指摘された。

<sup>6</sup>MDE の詳細については Lee(2002,Chap3) を参照。

差 2 次式を最小化するようにパラメータ  $(\beta; \pm)$  を決定するというのである。すなわち、

$$\min_{\beta, \pm} \sum_{i=1}^N 4^{\circ \beta} - i^{-1} 4^{\circ \beta} \quad (8)$$

ここで  $-$  は  $4^{\circ \beta}$  の共分散行列、 $4^{\circ \beta} = [4y_{11} \ i \ -4x_{11} \ i \ \pm 4y_{10}; 4y_{12} \ i \ -4x_{12} \ i \ \pm 4y_{11}; \dots]$

この方法は有効ではないが、 $N$  が大きければ漸近的に一致推定となる。しかも計算ははるかに簡単になる。モンテカルロ実験の結果でも、MDE 推定のバイアスは少なくとも GMM 推定より小さい。推定値の平均平方誤差で比べても、MDE 推定は最尤法よりは大きい、GMM 推定より小さい。Hahn, Hausman and Kuersteiner (2002) は階差の取り方を 1 階ではなく例えば 3 階 (すなわち、 $y_{n \ i} - y_{n \ i-3}$ ) のような長階差 (long differences; LD) をとる事で操作変数の説明力を高め、バイアスを引き下げ、結果として最小距離 (MDE) を縮めることができると論じている。

同時に、Arellano and Bond (1991)、Kiviet (1995)、Ziliak (1997)、Blundell and Bond (1998)、Alonso-Borrego and Arellano (1999) は GMM 推定に関してモンテカルロ実験を行い、一回階差の誤差に対するモーメント条件を用いた GMM 推定は、識別制約が弱く、しかもクロスセクション方向のサンプルサイズ  $N$  に対して相対的にモーメント条件が多すぎる場合には、バイアスが大きいことを確認している。とはいえ、Blundell, Bond and Windmeijer (2000) は「データの厳密な検証と GMM 推定の制約条件の適切な選択によってダイナミック・パネル・データに関する GMM 推定の問題は回避できる」だろうと主張している。

## 6.2 パネル単位根推定

近年の時系列分析の中では変数の定常性が重要な問題となっており、それを検定するための様々なテストが考案されている。パネルデータが非定常な変数である場合にも spurious 推定の問題が出てくる。

パネルデータは一般にクロスセクション方向に膨大なサンプルがあるために、時系列だけではサンプル数が不足して検定テストの精度が落ちるといった問題を回避できると考えられている。しかし、時系列の帰無仮説、対立仮説とパネル単位根検定とは異なっている。以下ではいくつかの検定を紹介したい。

最もよく知られた検定は Levin-Lin (LL) test (1992, 1993) であるが、他にも Im-Pesaran-Shin (IPS) test (1997)、Maddala-Wu (MW) test (1999) などが提案されている。

次のようなモデルを考えよう。

$$y_{it} = \alpha y_{it-1} + e_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

一般に第 1 主体の単位根を検定する場合、 $t$  値による単位根検定は次のように定義される。

$$H_0 : \alpha_1 = 1 \quad \text{vs} \quad H_1 : \alpha_1 < 1 \quad (10)$$

このようなテストの検定力は低いので、Levin-Lin (LL) test では次のような検定を提示した。

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_N = \alpha = 1 \quad \text{vs} \quad H_1 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha < 1 \quad (11)$$

これら 2 つの検定は帰無仮説も対立仮説も異なっており、代替的な検定とは言えない。O'Connell(1998) は、Levin-Lin test は同時点のクロスセクション内での誤差相関が推定上、大きな歪みを与えていることを指摘し、そのような誤差因子をコントロールする必要性を主張している。Im-Pesaran-Shin (IPS) test は次のような検定を提案し、Levin-Lin test の一般化であると主張している。

$$H_0 : \alpha_i = 1 \text{ for all } i \quad \text{vs} \quad H_1 : \alpha_i < 1 \text{ at least one } i$$

しかし Maddala (2001, p.554) で指摘されているように、これは  $N$  個の単位根検定を個別に行っていることと同値であり、Levin-Lin test はすべての主体に対して単位根があるという複合仮説を検定していることになる。

それぞれの単位根検定が Augmented Dickey-Fuller test によって同じラグ構造の下で検定されているとすれば、 $N$  主体それぞれの  $t$  統計は平均  $M$  で分散  $\sigma^2$  の分布に従い、 $t$  統計全体の平均  $\bar{t}$  は平均  $M$ 、分散  $\sigma^2 = N$  の分布に従う。Maddala-Wu test は  $N$  主体の独立した単位根検定を集計して検定するというもので、個別検定を集計して検定するという Ronald A. Fisher (1973a) のアイデアを応用したものである。すなわち、 $P_i$  を  $i$  主体の単位根検定の有意水準に関する  $P$  値とすると、 $\chi^2 = -2 \sum_{i=1}^N \log_e P_i$  は自由度  $2N$  の  $\chi^2$  分布に従うことから、 $N$  主体単位根検定の全体的な検定はカイ二乗検定 ( $\chi^2$  test) により行うというものである。Maddala and Wu (1999) のブートストラップ実験によれば、Fisher 流のカイ二乗検定が定常性テストとしても共和分テストとしても最もパフォーマンスが良いとしている。Choi(1999a) は Fisher 検定をさらに拡張して、他の検定に対して Fisher 検定が優位にあることを、より厳密に示した。

### 6.3 質的従属変数パネル推定

これまでクロスセクションデータでよく用いられてきた質的（離散的）従属変数を用いた推定はパネルデータでも有効である<sup>7</sup>。具体的に例を挙げれば、車を買うかどうか、あるいは車を所有しているかどうか、住宅を買うかどうか、労働組合に参加するかどうか、結婚するかどうかなどの意思決定問題に計量経済学的に答えることができる。このような場合、従属変数  $y_{it}$  は一般に選択しなければ 0、選択すれば 1 の 2 項選択の形をとることが多いが、経済主体  $i$  が時間  $t$  に意思決定をする（例えば、結婚する）確率を  $p_{it}$  と表せば、従属変数の期待値は  $E(y_{it}) = 1 \cdot p_{it} + 0 \cdot (1 - p_{it}) = p_{it}$  となり、これは通常、なんらかの変数 ( $x_{it}$ ) で説明される。

$$p_{it} = \Pr[y_{it} = 1] = E(y_{it} | x_{it}) = F(x_{it}^0) \quad (12)$$

クロスセクションデータを用いた実証研究では  $F(x_{it}^0)$  の定式化としてプロビット・モデルとロジット・モデルがそれぞれ次のように定義されている。

プロビット・モデル

$$F(x_{it}^0) = \Phi(x_{it}^0) = \int_{-\infty}^{x_{it}^0} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (13)$$

ロジット・モデル

$$F(x_{it}^0) = \frac{e^{x_{it}^0}}{1 + e^{x_{it}^0}} \quad (14)$$

これらのモデルでは、実際に何らかの意思決定がなされたとすると、従属変数が直接は観察できないある水準を超えたことを意味している。すなわち、

$$\begin{aligned} y_{it} &= 1 && \text{if } y_{it}^* > 0 \\ y_{it} &= 0 && \text{if } y_{it}^* \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $y_{it}^* = x_{it}^0 + u_{it}$ 、つまり

$$\Pr[y_{it} = 1] = \Pr[y_{it}^* > 0] = \Pr[u_{it} > -x_{it}^0] = F(x_{it}^0) \quad (16)$$

となる。

<sup>7</sup>この分野における基本文献は Maddala(1983, 1987) である。また、最近の文献には Gouriéroux (2000)、Lee (2002) がある。残念ながら、ここでは Multinomial logit, ordered probit, sequential Tobit、Count data などについては扱わない。

## 6.3.1 パネル・プロビット・モデルとパネル・ロジット・モデル

パネルデータの場合、誤差項に固定効果  $\alpha_i$  が入ることで従来のプロビット分析、ロジット分析とは異なってくる。次のような固定効果モデルを考えよう。

$$y_{it}^* = x_{it}^* + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (17)$$

$$\Pr[y_{it} = 1] = \Pr[y_{it}^* > 0] = \Pr[\varepsilon_{it} > -x_{it}^* - \alpha_i] = F(x_{it}^* + \alpha_i) \quad (18)$$

ここで、 $T$  を固定すると、固定効果  $\alpha_i$  のパラメータは  $N$  に応じて増加する。これは、パラメータ  $\alpha_i$  は固定された  $T$  に対して一致推定を得ることが出来ないことを意味している<sup>8</sup>。線形パネルデータ回帰モデルでは、パラメータ  $\alpha_i$  はウィズイン推定によって除去して、 $\varepsilon_{it}$  だけに対しては一致推定を得ることができる<sup>9</sup>。

付随パラメータ問題は未解決であるが、Chamberlain (1980) は  $\alpha_i$  の最小十分統計量は  $\sum_{t=1}^T y_{it}$  であることを示し、次のような条件付尤度関数を最大化して  $\varepsilon_{it}$  のロジット推定を得ることを提唱した。

$$L_c = \prod_{i=1}^N \Pr(y_{i1}, \dots, y_{iT} | \sum_{t=1}^T y_{it}) \quad (19)$$

この方法では十分統計の定義により、推定されたパラメータ  $\varepsilon_{it}$  は  $\alpha_i$  に依存しない。

このモデルは Chamberlain の提示した条件付最尤法と固定効果を考慮しない通常のロジット推定の差を Hausman の  $\hat{A}^2$  検定の要領で検定できる。通常のロジット推定が有効一致推定であるのは固定効果がない場合であり、固定効果がある場合には一致推定にはならない。Chamberlain の推定は固定効果の有無にかかわらず一致しているが、固定効果がない場合には、有効ではなくなる<sup>10</sup>。

代替的なモデルとして Liang and Zeger (1986) が提案した Generalized Estimating Equations (GEE) Population-averaged Model がある。これは、ランダム効果線形推定法であり、プロビット推定法を線形近似した簡便法である。

<sup>8</sup>この問題は Neyman and Scott (1948) によって古典的付随パラメータ問題 (the classical incidental parameter problem) と呼ばれているものに相当する。Lancaster (2000) はこの問題は現在も解決されていないことを指摘した上で、固定効果の直交条件を見つけることが重要であると指摘している。

<sup>9</sup>Hsiao (2002) でも示されているように、 $\varepsilon_{it}$  と  $\alpha_i$  が漸的に独立であれば、線形モデルの最尤法で  $\varepsilon_{it}$  の一致推計を得ることが出来る。これが非線形モデルの場合やプロビット・モデルの場合には一致推計を得ることが出来ない。

<sup>10</sup>これに対して、固定効果プロビット・モデルでは計算はロジット・モデルのように簡単ではない。一般に固定効果を含んだ最尤法は、 $N$  が大きく、 $T$  が固定されている場合には、一致推計量が得られない。Heckman (1981b) を参照。

## 6.3.2 パネル・トービット・モデル

これまで、従属変数が 0 か 1 の二項選択のモデルを考えてきたが、0 と連続変数の選択はトービット・モデルで扱うことができる。パネルデータでは固定効果トービット・モデルは次のように定義できる<sup>11</sup>。

$$y_{it}^* = x_{it}'\beta + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad \varepsilon_{it} \sim \text{IIN}(0; \sigma^2) \quad (20)$$

$$y_{it} = y_{it}^* \quad \text{if } y_{it}^* > 0 \quad (21)$$

$$y_{it} = 0 \quad \text{otherwise}$$

ここで  $d_{it} = 1$  if  $y_{it}^* > 0$ ;  $d_{it} = 0$  otherwise とすると、対数尤度関数は次のように定義できる。

$$\text{LogL} = \sum_{i,t} (1 - d_{it}) \text{Log} \left( \frac{1}{\sigma} \right) + \sum_{i,t} d_{it} f_i \left[ \frac{1}{2} \log \sigma^2 + \frac{1}{2\sigma^2} (y_{it} - x_{it}'\beta - \alpha_i)^2 \right] g \quad (22)$$

線形モデルとは違い  $\beta$  と  $\sigma$  は  $\alpha_i$  に依存する。これまで何度も論じてきたように、パラメータ  $\alpha_i$  は固定された  $T$  に対して一致推定を得ることが出来ない。この不一致はパラメータ  $\beta$  と  $\sigma$  を通して発生する。

Heckman and MaCurdy (1980) は反復法 (iterative methods) によって推定することを提唱した<sup>12</sup>。すなわち、 $\beta$  と  $\sigma$  に対して初期値を与え、それを所与として、上述の対数尤度関数を  $\alpha_i$  に関して最大化する。その値を再び尤度関数に代入し、今度は  $\beta$  と  $\sigma$  に関して最大化し、新たな  $\beta$  と  $\sigma$  を得る。この作業を  $\beta$  と  $\sigma$  が収束するまで繰り返すのである。

Honoré (1992) は誤差項の分布を特定化しないセミパラメトリック推定を提唱している。具体的には (62) 式より次のように定義する。

$$u_{ist}(\beta) = \max_{\alpha_i} f_{y_{it}}(x_{is} - \alpha_i) g_j \quad \max_{\alpha_i} f_0(x_{is} - \alpha_i) g_j \quad (23)$$

$\beta = \beta$  の場合、

$$\begin{aligned} u_{ist}(\beta) &= \max_{\alpha_i} f_{y_{it}}(x_{is} - \alpha_i) g_j \quad \max_{\alpha_i} f_0(x_{is} - \alpha_i) g_j \quad (24) \\ &= \max_{\alpha_i} f_{1 + \varepsilon_{it}}(x_{is} - \alpha_i) g_j \quad \max_{\alpha_i} f_0(x_{is} - \alpha_i) g_j \end{aligned}$$

<sup>11</sup> ランダム効果トービット・モデルはランダム効果プロビット・モデルを拡張することによって推計できる。しかし、これまでのところ Hausman and Wise (1979) などを例外として、あまり実証研究には用いられていない。

<sup>12</sup> 彼らは、従属変数のラグが説明変数に入っていないのならば、 $\alpha_i$  の一致推計を得ることが出来ないということはそれほど大きな問題ではないと述べている (1980, P.59)。

ここで  $u_{ist}(\cdot)$  は  $s$  と  $t$  に関して対称である。 $\rho_{it}$  が  $i:i:d$  に従っているとすれば、 $u_{ist}(\cdot)$  と  $u_{its}(\cdot)$  も  $i:i:d$  に従う。このことから、次のモーメント条件が導かれる。

$$E[(\tilde{A}(u_{its}(\cdot)) - \tilde{A}(u_{ist}(\cdot)))x_{it}; 1_i] = 0 \quad (25)$$

この条件を満たすように GMM 推定すれば  $\beta$  は一致推定となる。モンテカルロ実験によれば、 $N$  が小さければ  $\beta$  推定は歪みを持つことが示されている。

#### 6.4 不完備パネルデータ

これまで、パネルデータはすべて揃っていて欠損がない完備パネルデータを想定していた。しかし、実際のパネルデータは個人や企業が回答拒否して観察値が欠落していることがある（これを attrition 問題と呼ぶ）。また、さらには、企業であれば倒産したり、新規参入してくることもあるし、個人であれば、死亡したり、移転して追跡不可能になることもある。むしろ、パネルデータは不完備な状態の方が当たり前とさえ言える。では、不完備パネルデータを利用するために注意すべき問題点は何だろうか。

データの問題として、無作為（ランダム）にデータが欠測する場合と、有為に欠測する場合（例えば、企業倒産や個人のサンプルからの脱落）とでは意味が違ってくる。無作為（ランダム）欠測の場合、一般に不完備パネルデータであっても、その平均、分散の計算をデータサイズを適切に考慮して計算し、データサイズに応じたウェイト付けした加重最小二乗法 (weighted least square=WLS) を用いて推定すれば問題はない。問題はデータの欠測に何らかの法則性 (self-selection resonates) があり、残ったサンプルが元のサンプルの性格と違ってくる場合である。この場合にはいわゆるサンプル・セレクション・バイアス問題に直面する<sup>13</sup>。

誤差項の分散に関する推定は ANOVA (分散分析) 法<sup>14</sup> や最尤 (ML) 法<sup>15</sup> が用いられている。ANOVA 法は、完備データに対しては最良不偏推定が得られることが知られている、不完備データに関しては、推定は誤差項の分散の

<sup>13</sup>よく知られている事例は、ニュージャージー - (New Jersey) およびインディアナ州ギャリー (Gary) における所得維持政策実験である。ここでは、家計簿をつけることに便益を感じない参加者が脱落し、軍隊に召集された人も脱落し、さらにこの実験から何の恩恵も受けない高額所得者も脱落した。このように、一定の傾向を持った人々が脱落することで実験計画の無作為化と局所管理の原則が破られていった。Hausman and Wise (1979) はこの脱落問題の引き起こすバイアスを推計している。彼らによれば脱落のバイアスは小さいが有意であることが明らかにされている。

<sup>14</sup>ANOVA 法については (Searle (1971)、Townsend and Searle (1971)、Wallace and Husain (1969)、Swamy and Arora (1972)、Fuller and Battese (1974)、Henderson (1953) などを参照。

<sup>15</sup>最尤法については Jennrich and Sampson (1976)、Harville (1977)、Das (1979)、Corbeil and Searle (1976a,b)、Hocking (1985) などを参照。

関数として表されているが (Townsend and Searle (1971))、不偏推定を得ることは可能である。しかし、等分散性、無相関性は保障されていないので、最良不偏推定とはならない。最尤法は十分統計量の関数となり、一致推定であり、漸近的に有効推定となることが示されているが、誤差項の分散を推定するために多くの自由度が失われている。

Baltagi and Chang (1994) は不完備パネルデータを用いて一元配置誤差項モデルのモンテカルロ実験を行った。その結果、次のようなことが明らかにされた。(1) 推定されたパラメータに関しては ANOVA 法による一般化最小二乗法の推定も、最尤法の推定もほとんどかわらないこと。(2) 誤差項の個別分散推定においては ANOVA 法による推定は最尤法に比べて精度が低い。とりわけ、データの不完備度が高かったり、分散構成比 (variance component ratio) が 1 より大きい場合には、それが顕著となる。(3) 不完備データから完備データ部分だけを抽出して推定することは、有効性を大幅に失う。

これらの結果より、不完備データだからといって、一概にそのサブセットである完備データにまで情報量を落とすことは薦められないし、現在では一般に用いられているパネル・データ推定プログラムでも不完備データに応じて自動的に推定を調整してくれるようになり、推定量が完備データと比べれば最良ではないとしても、不完備データの問題は大幅に縮小されるようになっている<sup>16</sup>。

## 参考文献

- [1] Ahn, S.C. and Schmidt, P. (1995) "Efficient Estimation of Models for Dynamic Panel Data", *Journal of Econometrics*, 68, pp.5-28.
- [2] Alonso-Borrego, C. and Arellano, M. (1999) "Symmetrically Normalized Instrumental-variable Estimation Using Panel Data", *Journal of Business and Economic Statistics*, 17, pp.36-49.
- [3] Anderson, T.W. and Hsiao, C. (1981) "Estimation of Dynamic Models with Error Components," *Journal of the American Statistical Association*, 76, pp.598-606.
- [4] Arellano, M. (1989) "A Note on the Anderson-Hsiao Estimator for Panel Data," *Economics Letters*, 31, pp.337-341.
- [5] Arellano, M. and Bond, S. (1991) "Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations," *Review of Economic Studies*, 58, pp.277-297.

<sup>16</sup>もちろん、不完備データにも程度があり、あまりにデータの欠落が多いようだと利用上問題がでてくることもあることには注意を要する。

- [6] Arellano, M. and Bover, O. (1995) \Another Look at the Instrumental Variable Estimation of Error-components Models," *Journal of Econometrics*, 68, pp.29-52.
- [7] Baltagi, B.H. and Y.J. Chang (1994) \Incomplete Panels: A Comparative Study of Alternative Estimators for the Unbalanced One-Way Error Components Regression Model," *Journal of Econometrics*, 62, pp.67-89.
- [8] Binder, M., C. Hsiao and M.H. Pesaran (2000) \Estimation and Inference in Short Panel Vector Autoregression with Unit Roots and Cointegration," mimeo.
- [9] Blundell, R. and Bond, S. (1998) \Initial Conditions and Moment Restrictions in Dynamic Panel Data Models," *Journal of Econometrics*, 87, pp.115-143.
- [10] Blundell, R., S. Bond and F. Windmeijer (2000) \Estimation in Dynamic Panel Data Models: Improving on the Performance of the Standard GMM Estimator," *Advances in Econometrics* 15, pp.53-91.
- [11] Chamberlain, G. (1980) \Analysis of Covariance with Qualitative Data," *Review of Economic Studies*, 47, pp.225-238.
- [12] Choi, I. (1999a) \Unit Root Tests for Panel Data," Working Paper, Department of Economics, Kookmin University, Korea.
- [13] Corbeil, R.R. and S.R. Searle (1976a) \A Comparison of Variance Component Estimators," *Biometrics*, 32, pp.779-791.
- [14] Corbeil, R.R. and S.R. Searle (1976b) \Restricted Maximum Likelihood (REML), Estimation of Variance Components in the Mixed Model," *Technometrics* 18, pp.31-38. Das, K. (1979) Asymptotic Optimality of Restricted Maximum Likelihood Estimates for the Mixed Model," *Calcutta Statistical Association Bulletin* 28, pp.125-142.
- [15] Das, K. (1979) Asymptotic Optimality of Restricted Maximum Likelihood Estimates for the Mixed Model," *Calcutta Statistical Association Bulletin* 28, pp.125-142.
- [16] Fisher, R.A.(1973a) *Statistical Methods for Research Workers*, 14th ed, New York: Hafner Publishing.
- [17] Fujiki, H., C. Hsiao, and Y. Shen.(2002) \Is There a Stable Money Demand Function under the Low Interest Rate Policy? A Panel Data Analysis", *Monetary and Economic Studies*, 20(2), pp.1-23.

- [18] Fuller, W.A. and G.E. Battese (1974) "Estimation of Linear Models with Cross-Error Structure," *Journal of Econometrics*, 2, pp.67-78.
- [19] Gourieroux, C. (2000) *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [20] Hahn, J., Hausman, J. and Kuersteiner, G. (2002) "Bias Corrected Instrumental Variables Estimation for Dynamic Panel Models with Fixed Effects", MIT, mimeo.
- [21] Harville, D.A. (1977) "Maximum Likelihood Approaches to Variance Component Estimation and to Related Problems," *Journal of the American Statistical Association* 72, pp.320-340.
- [22] Hausman, J.A. and D. Wise (1979) "Attrition Bias in Experimental and Panel Data: the Gary Income Maintenance Experiment," *Econometrica*, 47, pp.455-473.
- [23] Heckman, J.J. (1981b) "The Incidental Parameters Problem and the Problem of Initial Conditions in Estimating a Discrete time-Discrete Data Stochastic Process," in C.F. Manski and D. McFadden (eds.), *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, MIT Press, Cambridge.
- [24] Heckman, J.J. and T.E. MaCurdy (1980) "A Life-Cycle Model of Female Labor Supply," *Review of Economic Studies*, 52, pp.681-690.
- [25] Henderson, C.R., Jr. (1953) "Estimation of Variance Components," *Biometrics*, 9, pp.226-252.
- [26] Hocking, R.R. (1985) *The Analysis of Linear Models*, Monterey: Brooks/Cole Company.
- [27] Holtz-Eakin, D. (1988) "Testing for Individual Effects in Autoregressive Models", *Journal of Econometrics*, 39, pp.297-307.
- [28] Holtz-Eakin, D., Newey, W. and Rosen, H.S. (1988) "Estimating Vector Autoregressions with Panel Data," *Econometrica*, 56, pp.1371-1395.
- [29] Honoré, B.E. (1992) "Trimmed LAD and Least Squares Estimation of Truncated and Censored Regression Models with Fixed Effects," *Econometrica*, 60, pp.533-565.
- [30] Hsiao, C. (2002) *Analysis of Panel Data* 2nd ed., Cambridge: Cambridge University Press.

- [31] Hsiao, C., M.H. Pesaran and A.K. Tahmiscioglu (2002) \Maximum Likelihood Estimation of Fixed Effects Dynamic Panel Data Models Covering Short Time Periods," *Journal of Econometrics*, 109, pp.107-150.
- [32] Im, K., M.H. Pesaran and Y. Shin (1997) \Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels," *Econometrica*, forthcoming.
- [33] Jenrich, R.I. and P.F. Sampson (1976) \Newton-Raphson and Related Algorithms for Maximum Likelihood Variance Component Estimation," *Technometrics* 18, pp.11-17.
- [34] Kiviet, H.H. (1995) \On Bias Inconsistency and Efficiency in Various Estimators of Dynamic Panel Data Models," *Journal of Econometrics*, 68, pp.53-78.
- [35] Lancaster, T. (2000) \The Incidental Parameter Problem Since 1948," *Journal of Econometrics* 95, pp.391-413.
- [36] Lee, M.J.(2002) *Panel Data Econometrics: Methods-of-Moments and Limited Dependent Variables*, San Diego: Academic Press.
- [37] Levin, A. and C.F. Lin (1992) \Unit Root Test in Panel Data: Asymptotic and Finite Sample Properties," Discussion Paper #92-93 (University of California at San Diego).
- [38] Levin, A. and C.F. Lin (1993) \Unit Root Test in Panel Data: New Results," Discussion Paper #93-56 (University of California at San Diego).
- [39] Liang, K.Y. and S.L. Zeger (1986) \Longitudinal Data Analysis Using Generalized Linear Models," *Biometrika* 73, pp.13-22.
- [40] Maddala, G.S. (1983) *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [41] Maddala, G.S. (1987) \Limited Dependent Variable Models Using Panel Data," *The Journal of Human Resources*, 22, pp.307-338.
- [42] Maddala, G.S. and Wu, S.(1999) \A Comparative Study of Panel Data Unit Root Tests and a New Simple Test", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61, pp.631-652.
- [43] Neyman, J. and E.L. Schott (1948) \Consistent Estimates Based on Partially Consistent Observations," *Econometrica*, 16, pp.1-32.

- [44] Searle, S.R. (1971) *Linear Models*, Wiley, New York.
- [45] Swamy, P.A.V.B. and S.S. Arora (1972) "The Exact Finite Sample Properties of the Estimators of Coefficients in the Error Components Regression Models," *Econometrica*, 40, pp.261-275.
- [46] Townsend, E.C. and S.R. Searle (1971) "Best Quadratic Unbiased Estimation of Variance Components from Unbalanced Data in the One-Way Classification," *Biometrics* 27, pp.643-657.
- [47] Wallace, T.D. and A. Hussain (1969) "The Use of Error Components Models in Combining Cross-Section and time-Series Data," *Econometrica*, 37, pp.55-72.
- [48] Ziliak, J.P. (1997) "Efficient Estimation with Panel Data When Instruments are Predetermined: An Empirical Comparison of Moment-Condition Estimators", *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, pp.419-431.