退職給付ビッグバン研究会

低金利下の年金ＡＬＭ

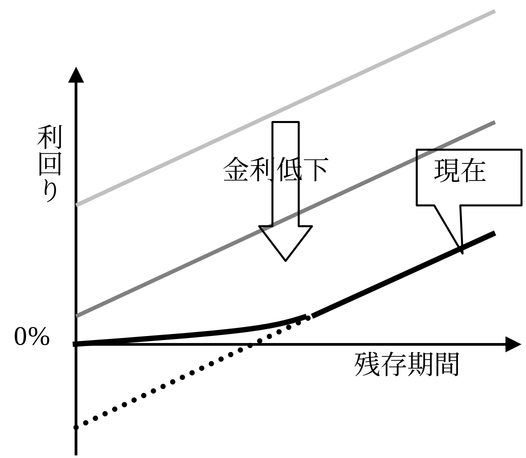
横浜国立大学　浅野幸弘
格付投資情報センター　金子 強
〃　宇野陽子

概　要

1. 問題意識
2. データの検証
3. 年金ALMモデル
4. シミュレーション
5. サープラス･リターン
6. インプリケーション

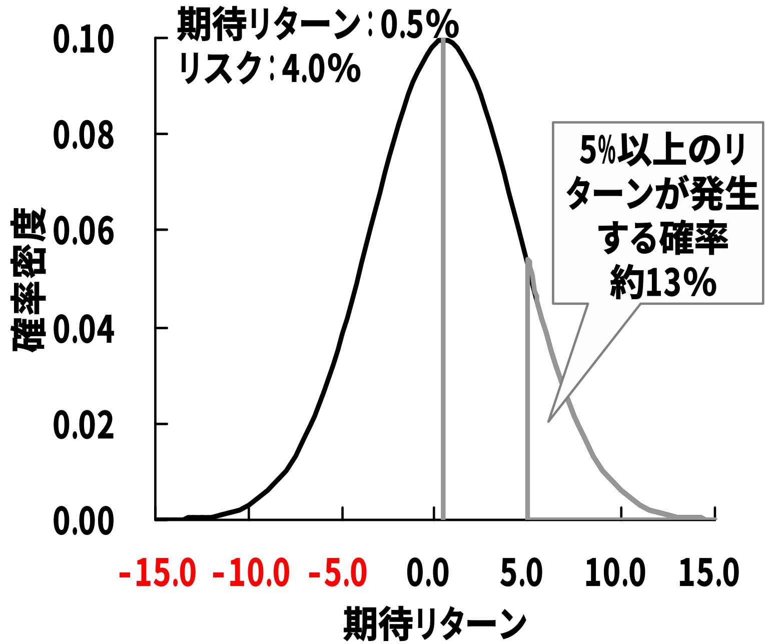
問題意識：金利の現状

- 異常な低金利
  - 下がる余地はほとんどない一方、上昇しだすとかなり上昇する可能性がある → 非対称
  - 長短のスプレッドが極端に小さい →
    金利が上昇すると拡大する



問題意識：債券のリターンの分布

- 通常のＡＬＭモデル
  - リターンは正規分布
  - 債券のリターンが高くなる可能性もある
  - スプレッドはほぼ一定
- 現状（低金利）では
  - 債券は低リターン
  - キャッシュはプラス



データの検証：金利の変動

- 金利の変動は金利水準に依存
  - 変動幅は金利低下とともに縮小
  - 変動率（ボラティィリティィ）は比較的安定

長期金利（10年国債利回り）の変化

年度	平　均		標準偏差	
	Δr_B	$\Delta \ln(r_B)$	Δr_B	$\Delta \ln(r_B)$
83-87	- 0.0054	- 0.0271	0.0193	0.1215
88-97	- 0.0007	- 0.0049	0.0192	0.1003
93-97	- 0.0039	- 0.0418	0.0141	0.1259
98-02	- 0.0018	- 0.0485	0.0073	0.1627

- 変動率を一定とすれば、変動幅は金利上昇とともに大きくなる

データの検証：金利変動の系列相関

- 長期金利の変動にはプラスの系列相関

$$\Delta \ln r_{Bt} = -0.044 + 0.037\,\Delta \ln r_{Bt-1} \quad \cdots\cdots ①$$
$$\qquad (-1.8) \quad (0.22)$$

$R^2=0.036$ SEE=0.145 1993-2002年度の四半期データによる

- 有意ではないが、一たん上昇しだすと上昇傾向が現れる
- 債券リターンはマイナスになるとマイナスが続き、マイナス幅が大きくなる可能性を示唆

データの検証：金利の長短スプレッド

- ゼロ金利政策以降は縮小
  - 1993-97年度の平均は2.0%
  - 金利が上昇したら再び拡大

データの検証：ベンチマーク金利

- 債券運用はベンチマーク（ＢＭ）を基準
  - ＮＯＭＵＲＡ－ＢＰＩの利回りは長期金利(r_B)と短期金利(r_C)で説明できる

$$r_{Nt} = -0.00145 + \underset{(5.06)}{} \; \underset{(59.48)}{0.775} \, r_{Bt} + \underset{(26.11)}{0.261} \, r_{Ct} \quad \cdots\cdots ②$$

$R^2=0.996$　SEE=0.0014　1984～2002年度の月次データによる

- 債券ＢＭの利回りは長期金利より少し低く、変動も少し小さい

データの検証：株式のリスク

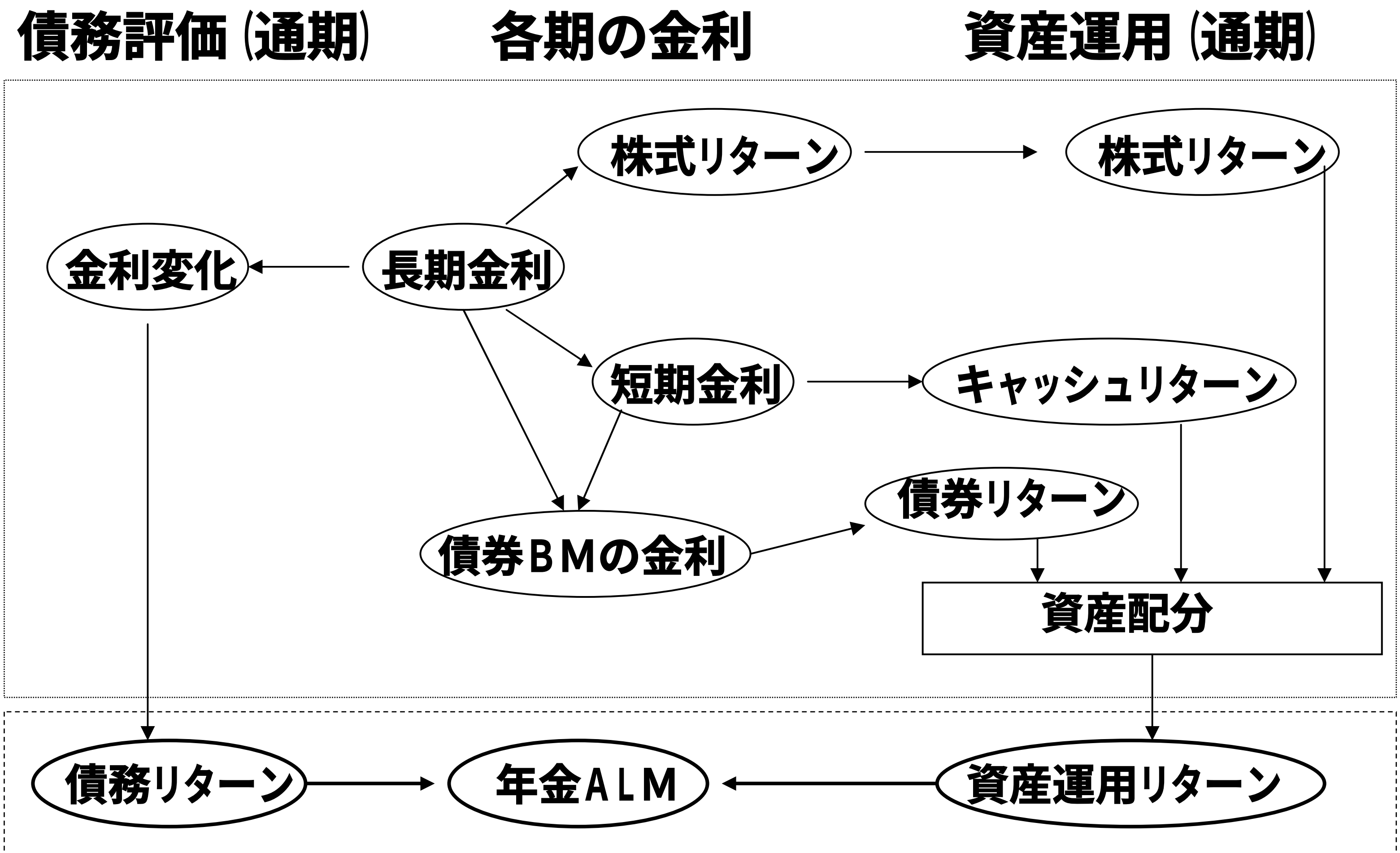
- 株式リターンは対数リターンで捉える
  - $\ln(1+R_S)$ の標準偏差は、1989～2002年度の四半期データによると 0.115（年率22%）
  - 株式と債券の相関はリターンではなく、金利を介して捉える

    $\ln(1+R_S)$ と $\ln(r_B)$ との相関係数は0.114

    ただし、①式の残渣との相関は0.120

    株式リターンは金利とあまり相関がない

年金ALMモデル：モデルの概要



年金ＡＬＭモデル：長期金利の発生

- ①式に基づいて長期金利を発生させる
  - まず $u_0 = 0$ とし、次に各四半期ごとに ε_t の乱数を発生させ、下式に従って順に長期金利の変化率 u_t を与える．なお、ε_t は $\sigma_\varepsilon Z_{1t}$ （t=1,2,・・,20）で与える（ Z_1 は標準正規乱数、$\sigma_\varepsilon = 0.15$ ）

$$u_t = \alpha + 0.04\, u_{t-1} + \varepsilon_t$$

  - このとき t期の長期金利は $r_{Bt} = r_{B0} e^{u_1 + u_2 + \cdots + u_t}$

    またn期間の金利変化は $\Delta r_{B;n} = r_{B0}(e^{u_1 + u_2 + \cdots + u_n} - 1)$

年金ＡＬＭモデル：短期金利と債券利回り

- 短期金利は長期金利より一定のスプレッドθ（=0.02）を持つ．ただし、負にはならない

$$r_{Ct} = r_{Bt} - \theta \quad if \;\; r_{Bt} - \theta > 0$$
$$= 0 \quad if \;\; r_{Bt} - \theta \le 0$$

- 債券ＢＭの利回りは②式に従って与える

$$r_{Nt} = -0.0015 + 0.78\, r_{Bt} + 0.26\, r_{Ct}$$

n 期間の変化は $\Delta r_{N;n} = r_{Nn} - r_{N0}$

年金ALMモデル：株式リターン

- 株式リターンは、長期金利との相関を勘案して、対数リターンで与える

$$v_t = \mu_S + \rho \sigma_S Z_{1t} + \sqrt{1-\rho^2}\sigma_S Z_{2t}$$

ただし、Z_{2t} は標準正規乱数、t=1,2,･･,20
μ_S は1期当りの期待リターン（Caseによって少し変える）
σ_S はそのリスクで0.115
ρ は金利変化率のランダム項との相関係数で0.12

年金ALMモデル：通期のリターン

- 各資産および債務の通期(5年) のリターン

キャッシュ　：$R_C = (r_{C1} + r_{C2} + \cdots + r_{Cn})/4$

債券（BM）：$R_N = (r_{N0} + r_{N2} + \cdots + r_{Nn-1})/4 - D_N(\Delta r_{N;n}) + \frac{1}{2} C_N (\Delta r_{N;n})^2$

ただし、D_N：修正デュレーション(=5.5)、C_N：コンベキシティ(=50)

株式　：$R_S = e^{v_1 + v_2 + \cdots + v_n} - 1$

年金債務　：$R_L = (r_{B0} + r_{B1} + \cdots + r_{Bn-1})/4 - D_L(\Delta r_{B;n}) + \frac{1}{2} C_L (\Delta r_{B;n})^2$

ただし、D_L：修正デュレーション(=12)、C_L：コンベキシティ(=250)

年金ALMモデル：年金ALM

- サープラス・リターンで把握する

サープラス： $Z=C+B+S-L$

サープラスの変化： $\Delta Z=\Delta C+\Delta B+\Delta S-\Delta L$

サープラス・リターン(年金資産で基準化)

$$z=\frac{\Delta Z}{W}=\frac{C}{W}\frac{\Delta C}{C}+\frac{B}{W}\frac{\Delta B}{B}+\frac{S}{W}\frac{\Delta S}{S}-\frac{L}{W}\frac{\Delta L}{L}$$
$$=(1-x-y)R_C+yR_B+xR_S-fR_L$$

x：株式比率、y：債券比率、$f=L/W$ ：積立比率の逆数

シミュレーション：金利の想定

- ３つのケースを検討
  - Case1：平常の金利水準
    - 初期の長期金利（r_{B0}）＝3.0%、金利トレンドなし（α＝0）
    - 株式の期待リターン＝7.0%
  - Case2：低金利
    - 初期の長期金利（r_{B0}）＝1.0%、金利トレンドなし（α＝0）
    - 株式の期待リターン＝5.0%
  - Case3：金利上昇（５年後の金利はほぼCase1に等しい）
    - 初期の長期金利（r_{B0}）＝1.0%、金利トレンド（α＝0.05）
    - 株式の期待リターン＝6.0%
- 各Caseにつき5年分（n=20）のデータを1000回発生させ、5年間のサープラス・リターンの分布を検討

シミュレーション：年金基金の想定

- **積立比率**

  100%、80%、60%（$f = 1.0, 1.25, 1.67$）の3ケース

- **株式比率**

  10%、20%、30%（$x = 0.1, 0.2, 0.3$）の3ケース

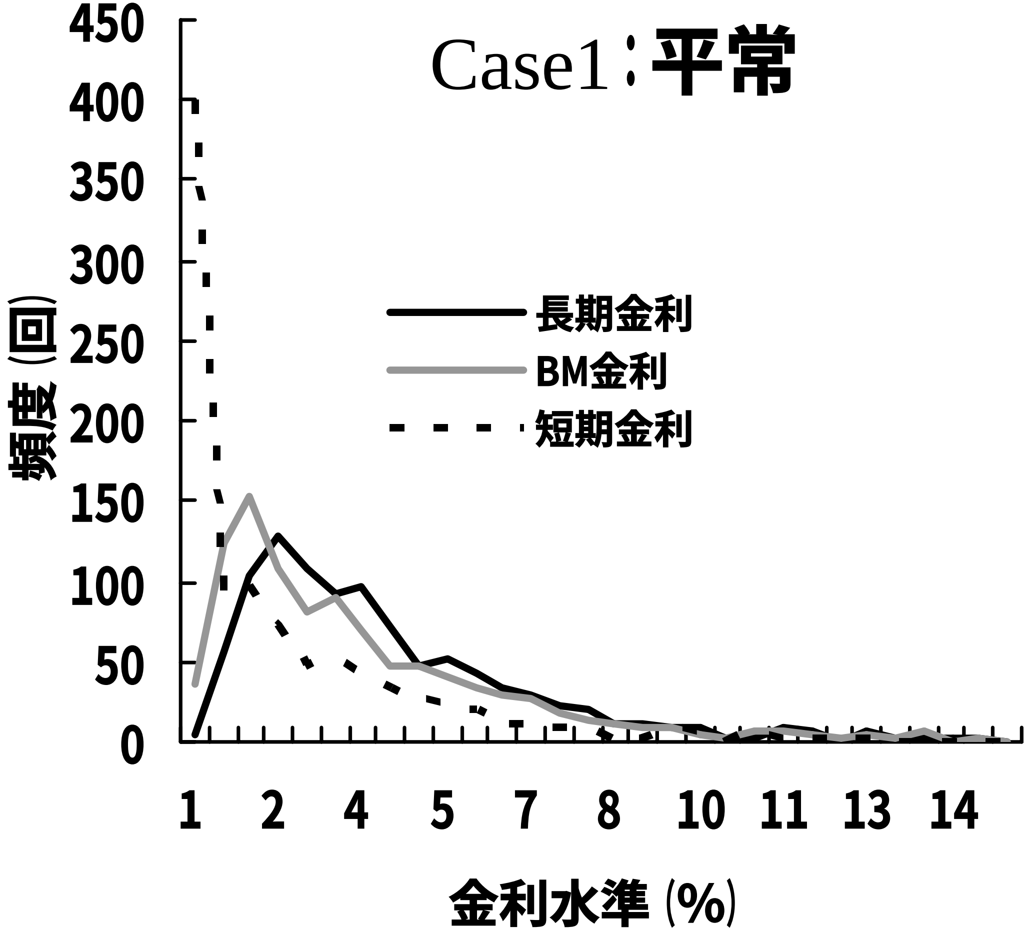
- **債券比率**

  10% 刻みで 0%〜90%（$y = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, \cdots, 0.8, 0.9$）

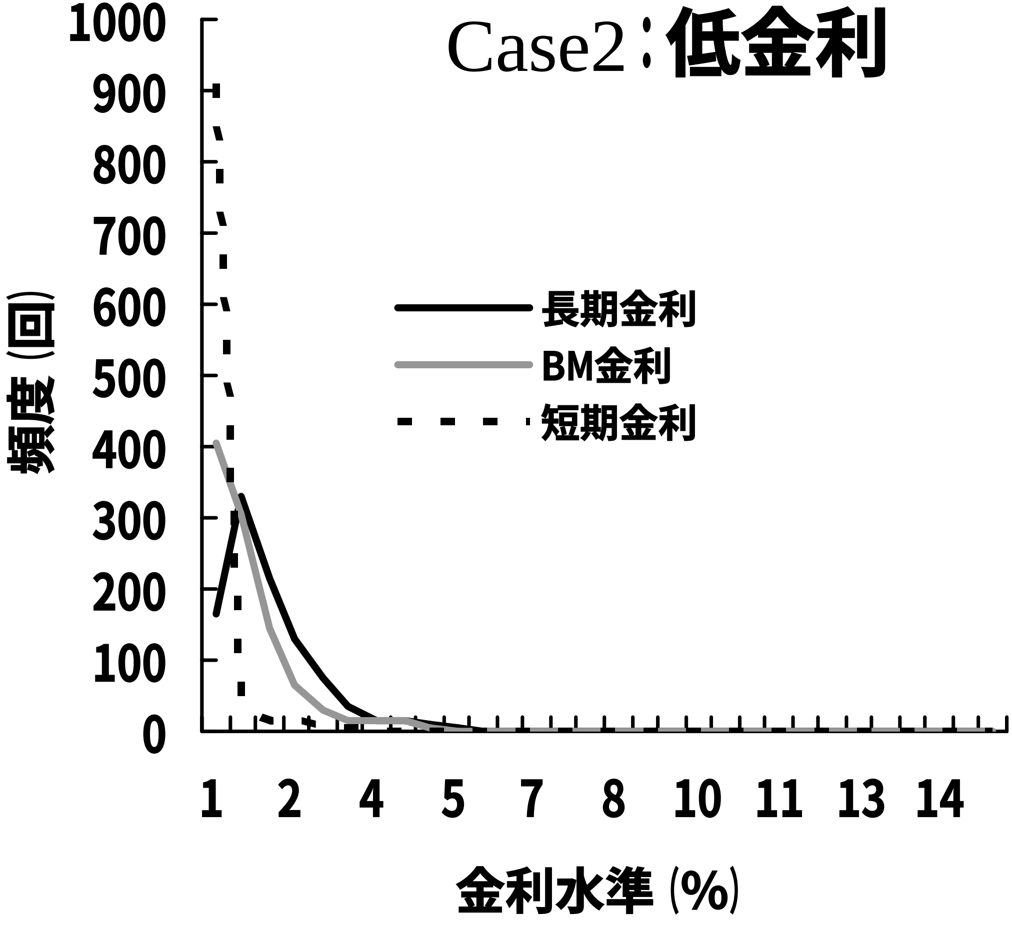
- **キャッシュ比率**

  株式と債券の残り（$1 - x - y$）

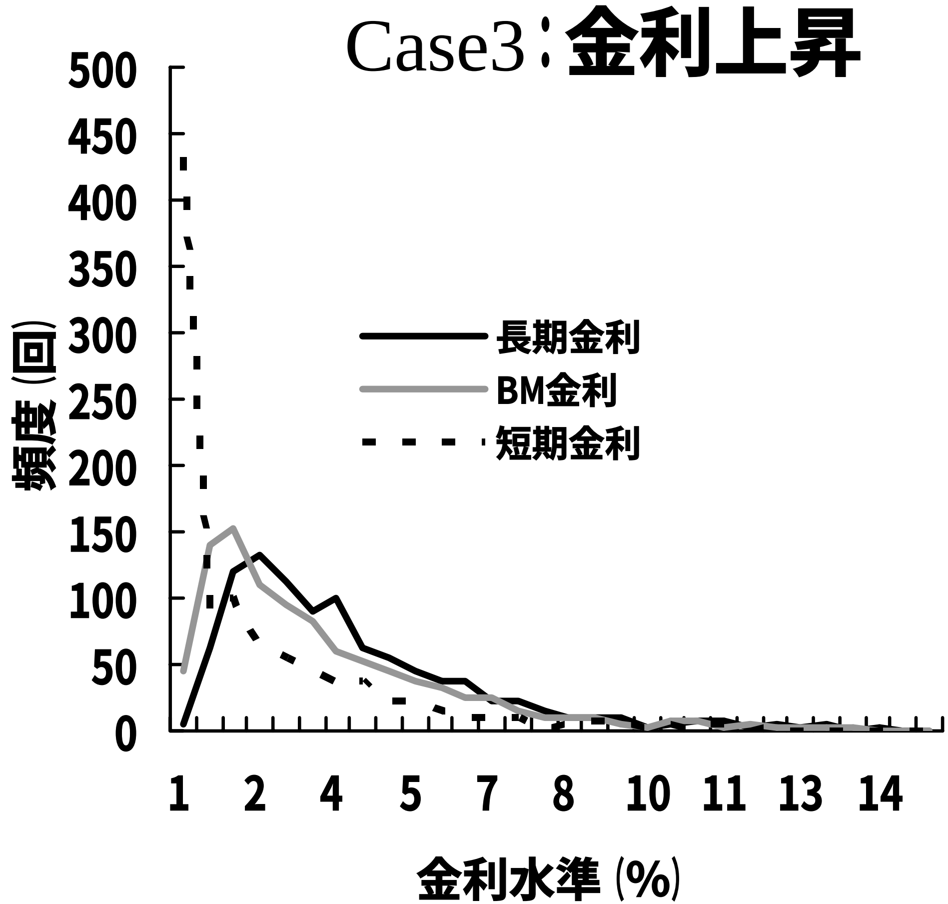
シミュレーション：5年後の金利分布



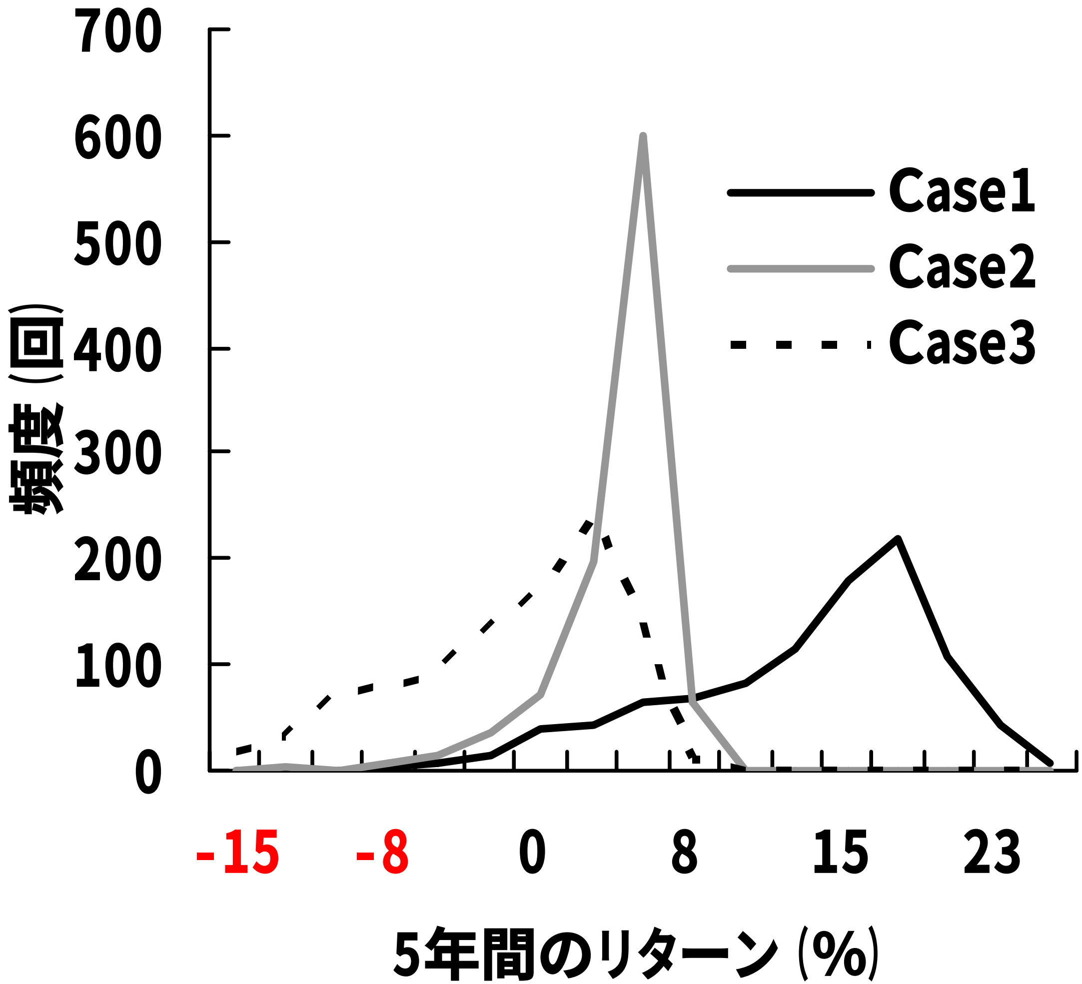
シミュレーション：5年後の金利分布



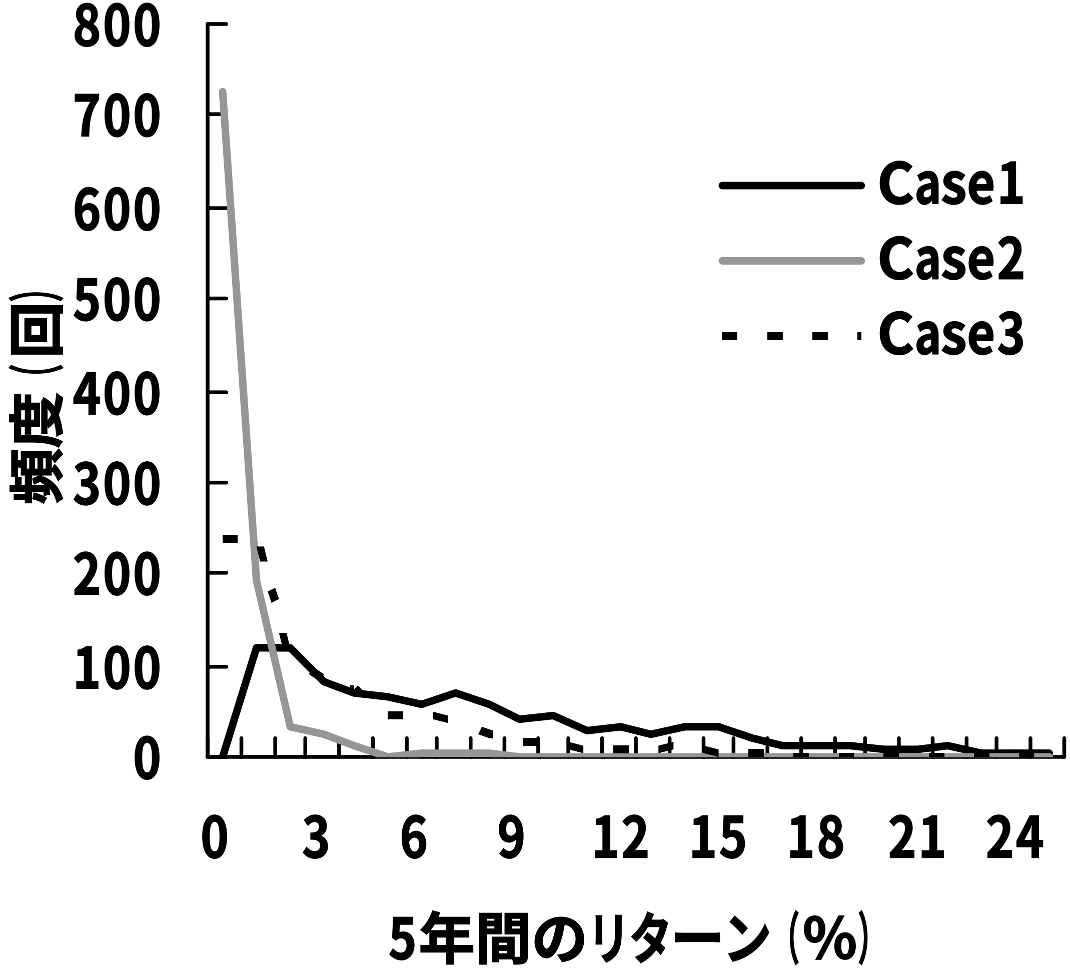
シミュレーション：5年後の金利分布



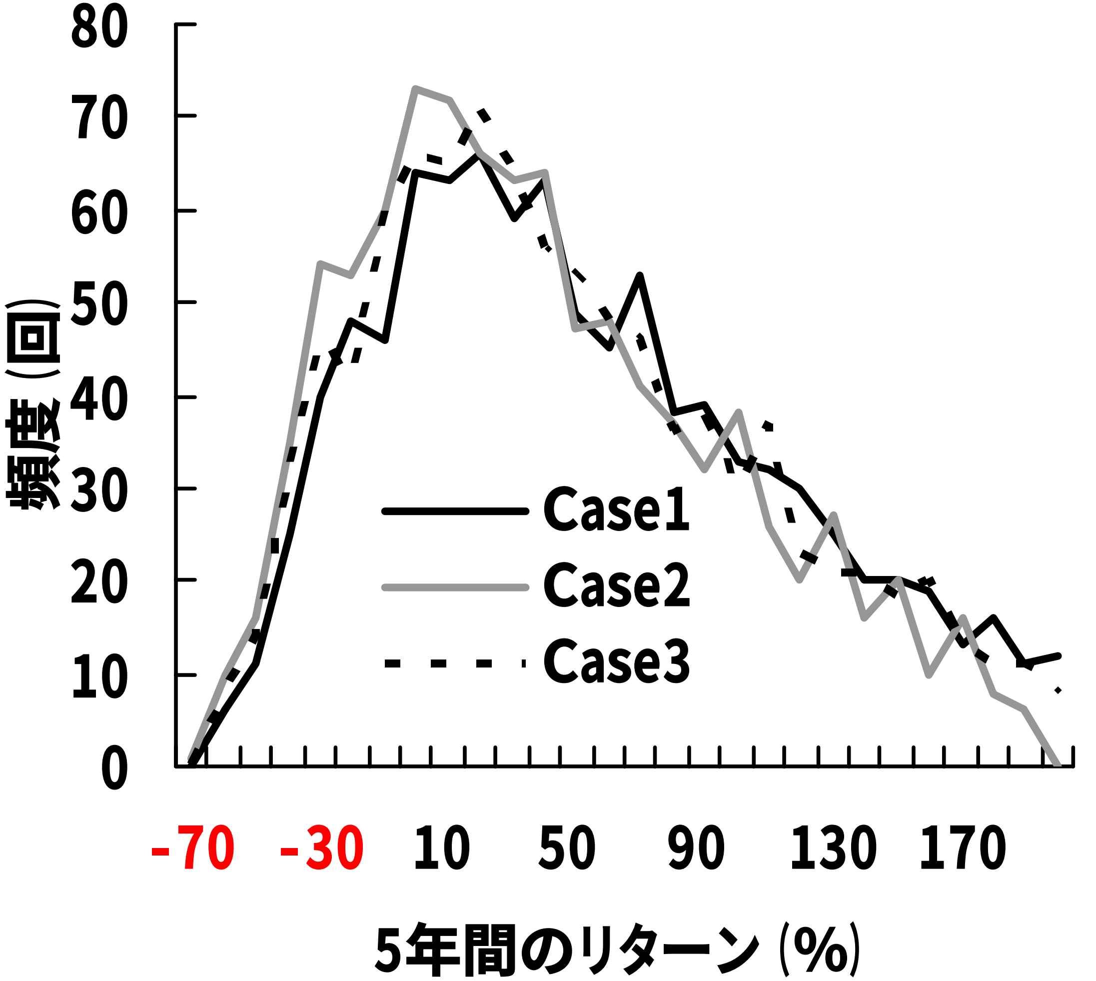
シミュレーション：債券のリターン分布



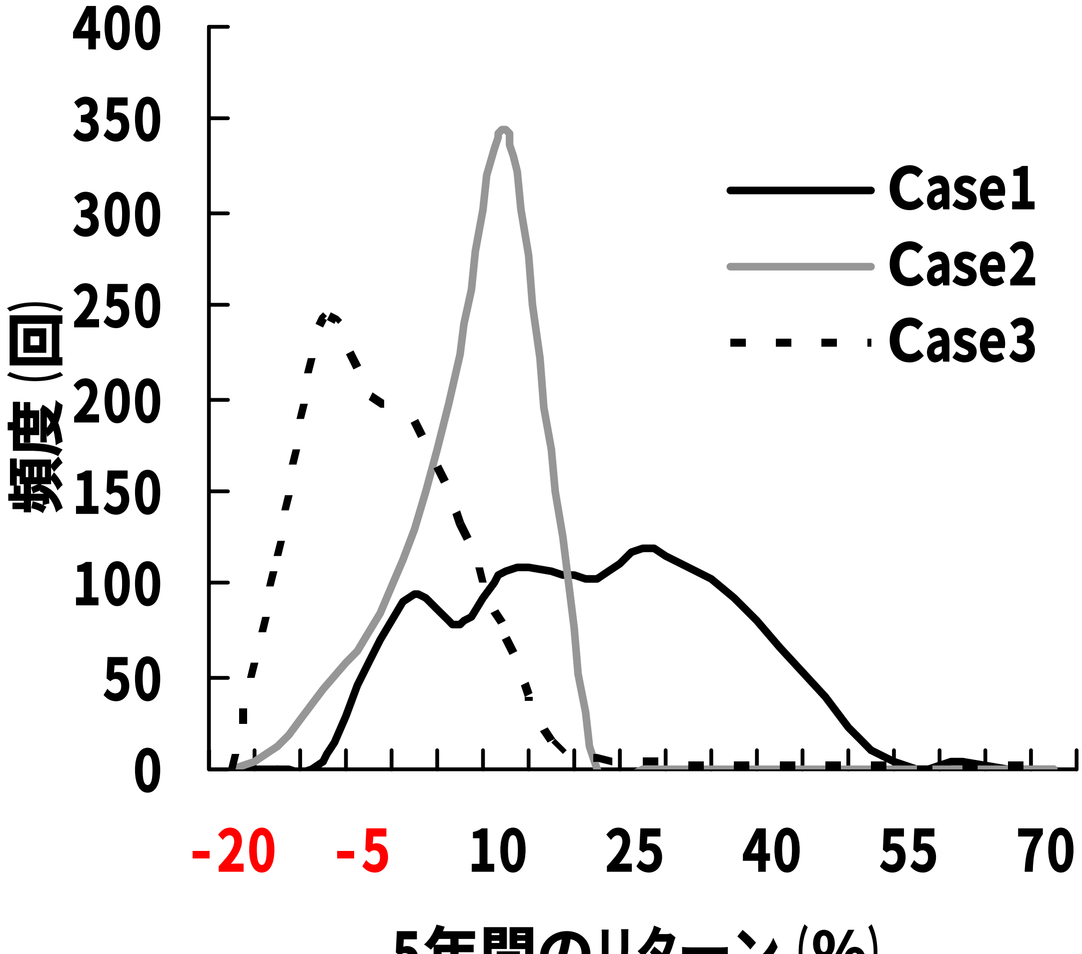
シミュレーション：キャッシュのリターン分布



シミュレーション：株式のリターン分布



シミュレーション：年金債務のリターン分布



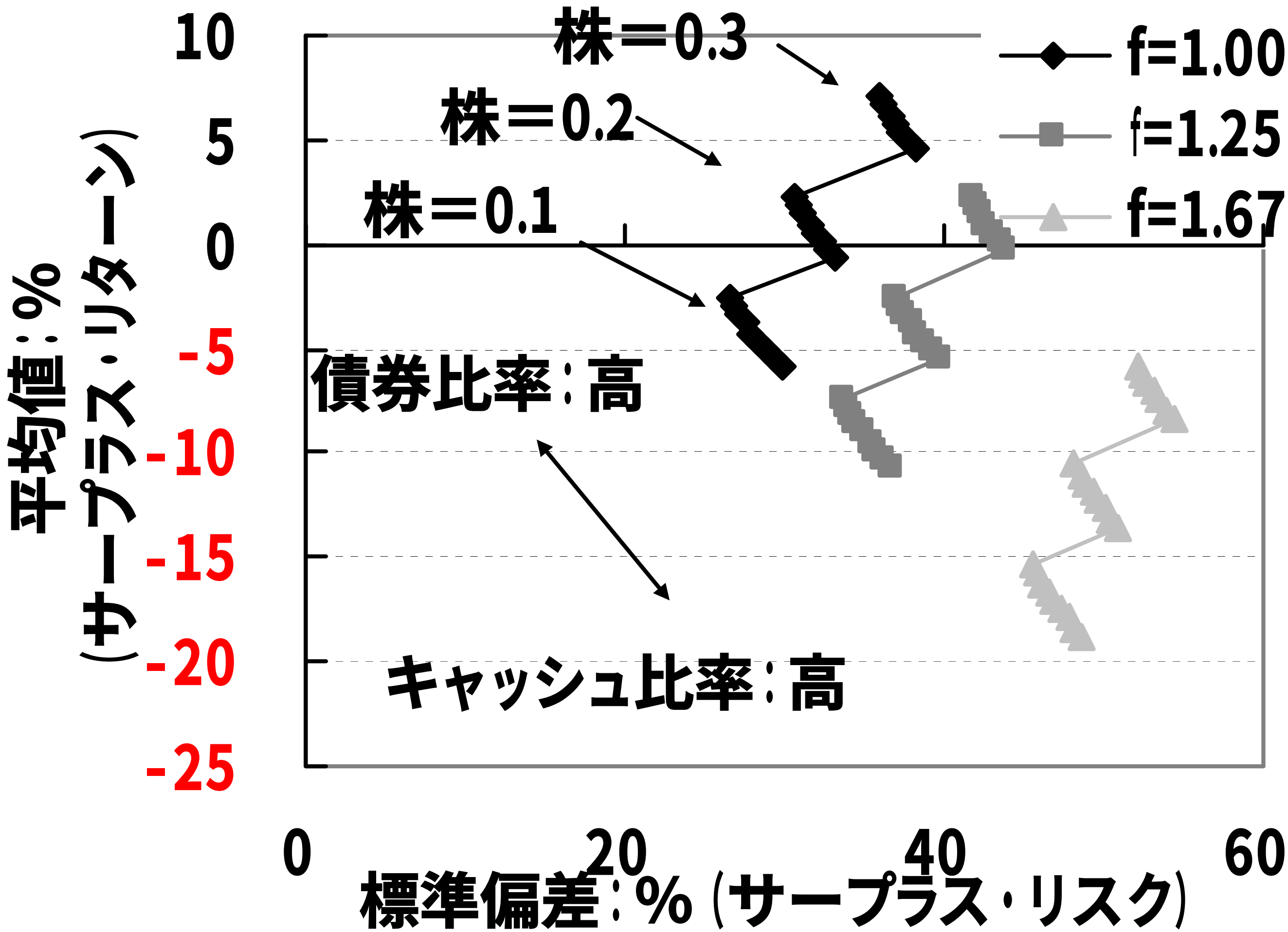
シミュレーション：リターンの比較

- 各Caseの平均（M）と標準偏差（SD）の比較

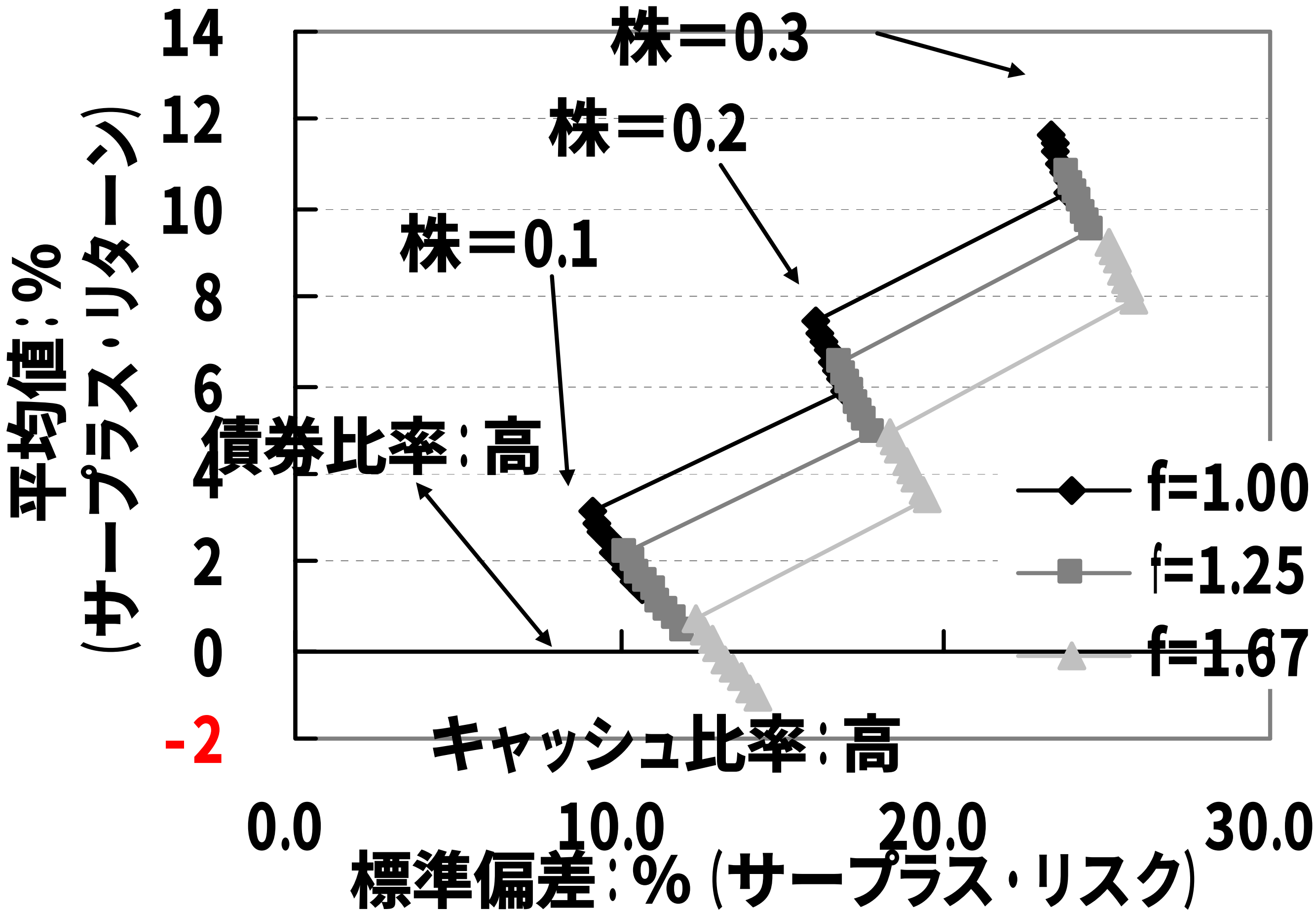
		株 式	債 券	キャッシュ	年金債務
Case1	M	59.76	11.87	7.64	19.19
	SD	81.71	7.01	7.35	29.21
Case2	M	45.38	2.49	0.31	3.66
	SD	74.35	2.73	1.07	6.86
Case3	M	52.44	- 2.56	2.90	- 2.82
	SD	77.96	5.94	4.32	29.57

- Case2,3では債券リターンが低いが債務リターンも低い
  Case3ではキャッシュ・リターンが債券リターンを上回る

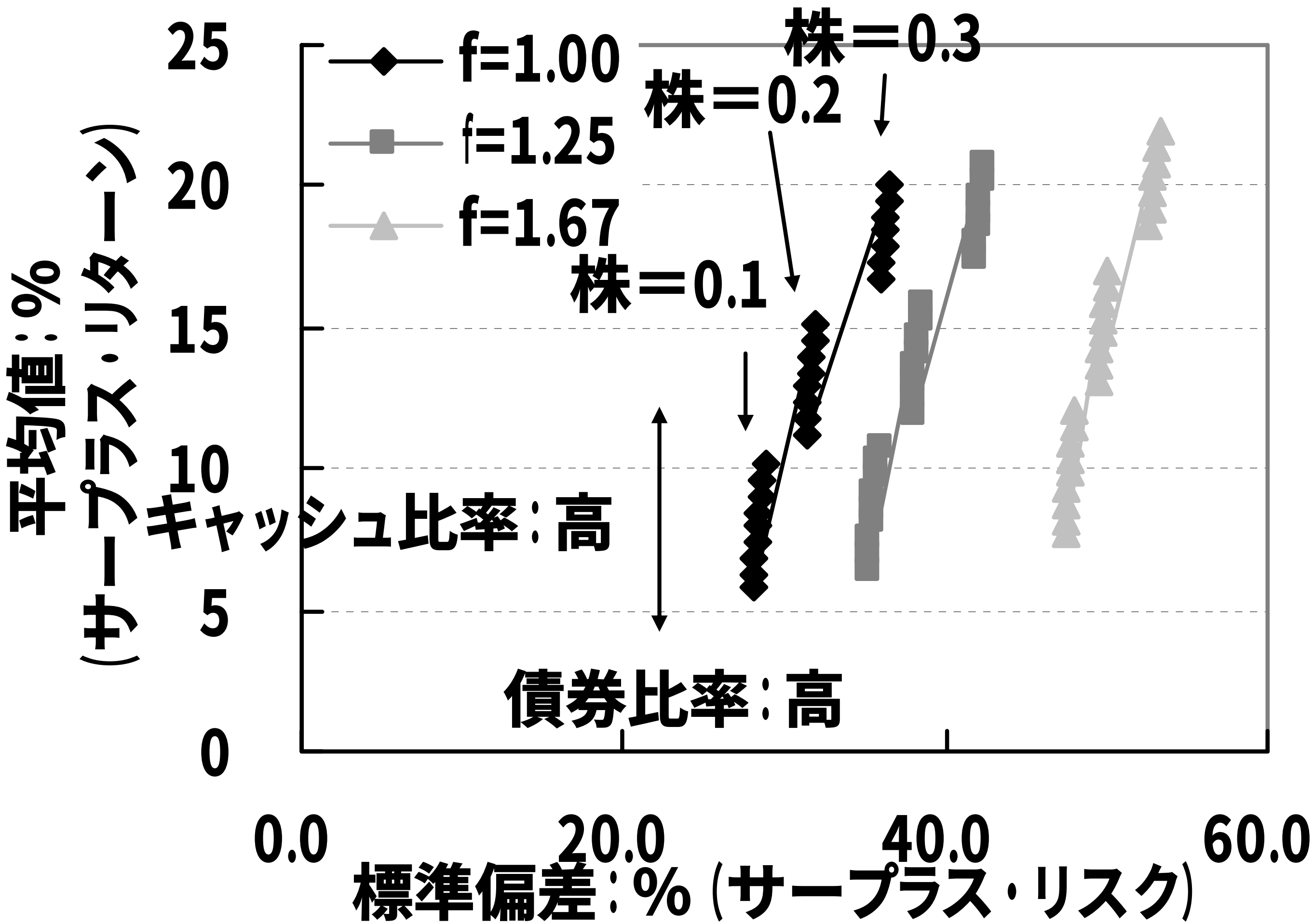
サープラス・リターン：Case1の結果



サープラス・リターン：Case2の結果



サープラス・リターン：Case3の結果



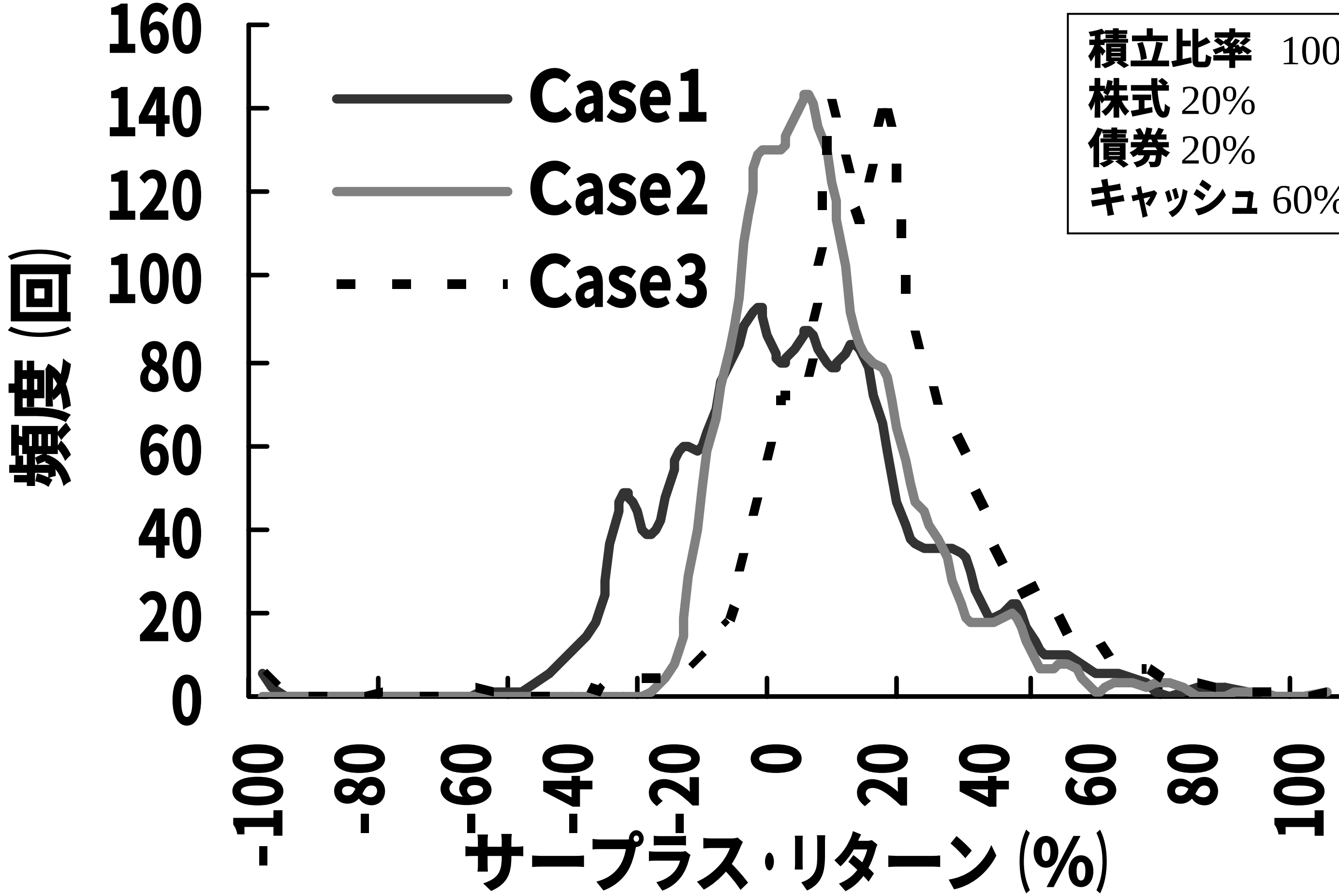
サープラス・リターン：各Caseの比較

- 積立比率が100%、株式比率が20%のとき

	債券比率	キャッシュ	Case1 M	Case1 SD	Case2 M	Case2 SD	Case3 M	Case3 SD
	10 %	70 %	- 0.70	33.25	5.88	16.88	15.08	31.98
A	20	60	0.27	32.77	6.10	16.74	14.53	31.83
	30	50	0.15	32.32	6.32	16.61	13.99	31.70
	40	40	0.57	31.91	6.54	16.48	13.44	31.60
	50	30	1.00	31.53	6.70	16.36	12.89	31.52
B	60	20	1.42	31.18	6.98	16.24	12.35	31.45
	70	10	1.84	30.87	7.19	16.13	11.80	31.41
	80	0	2.26	30.60	7.41	16.03	11.26	31.40

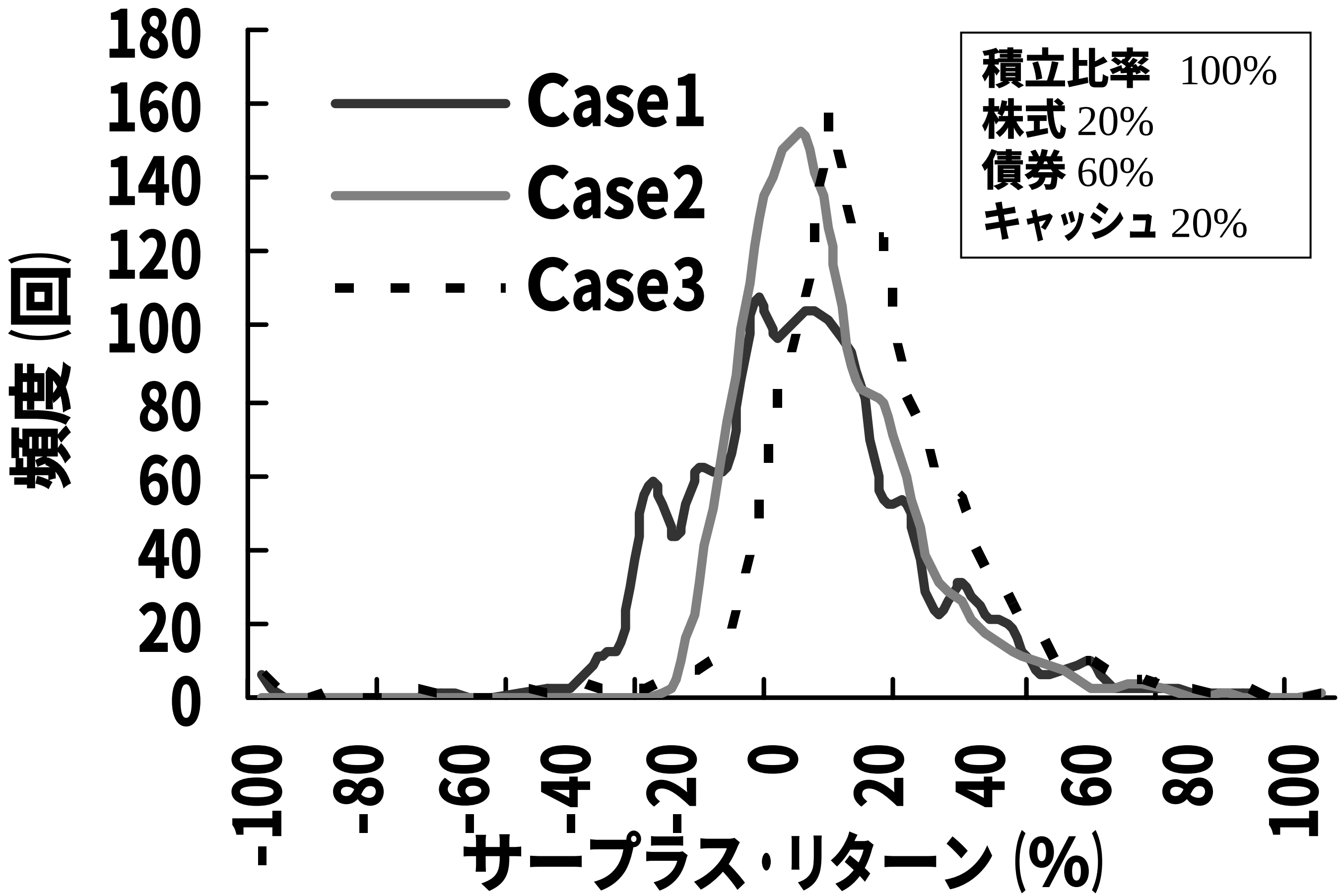
- Case1（平常）よりCase2（低金利）の方が低リスク・高リターン
  Case3（金利上昇）の方がリスクが大きいがリターンは高い

サープラス・リターン：分布の比較A

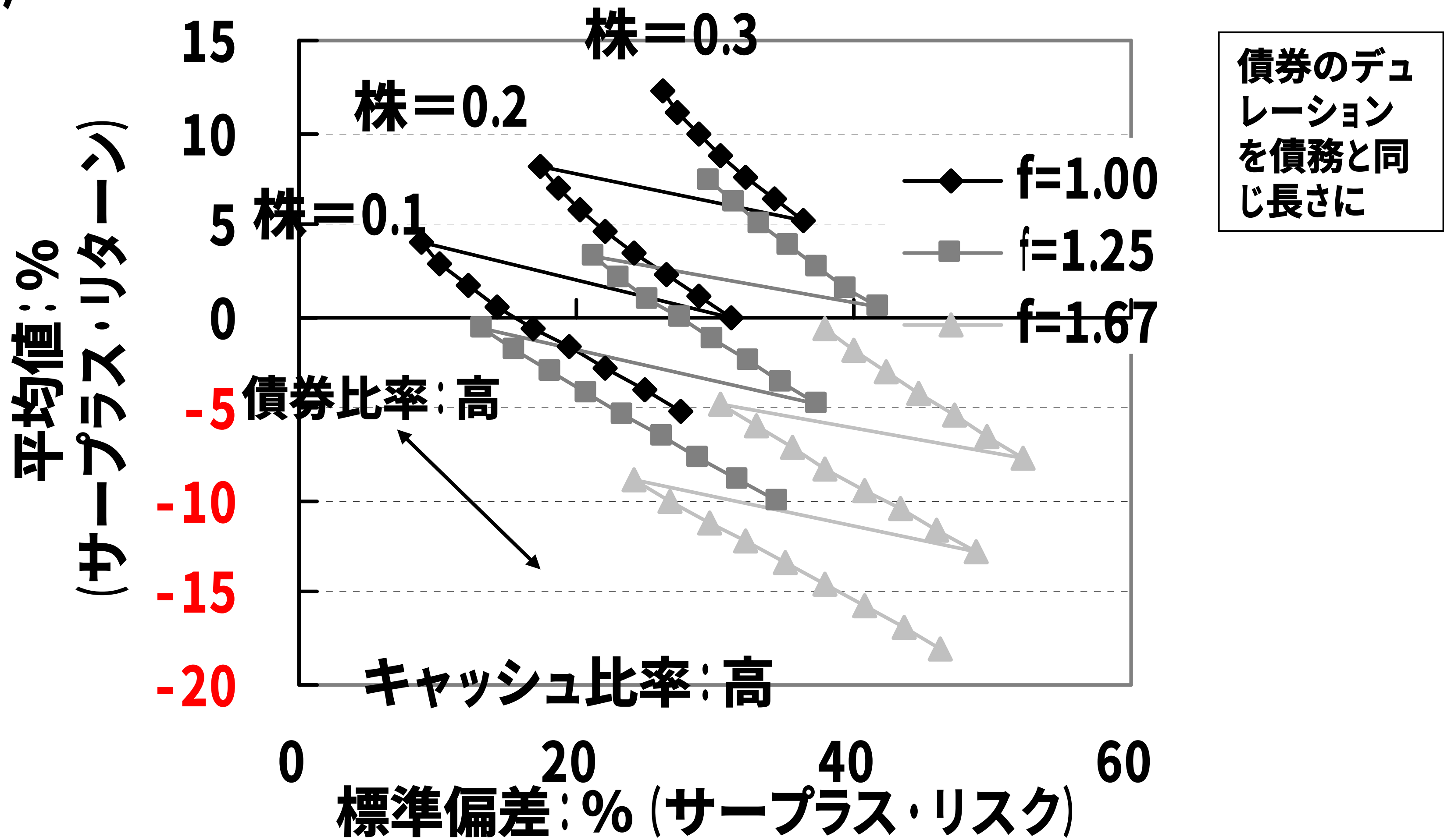


積立比率　100%
株式 20%
債券 20%
キャッシュ 60%

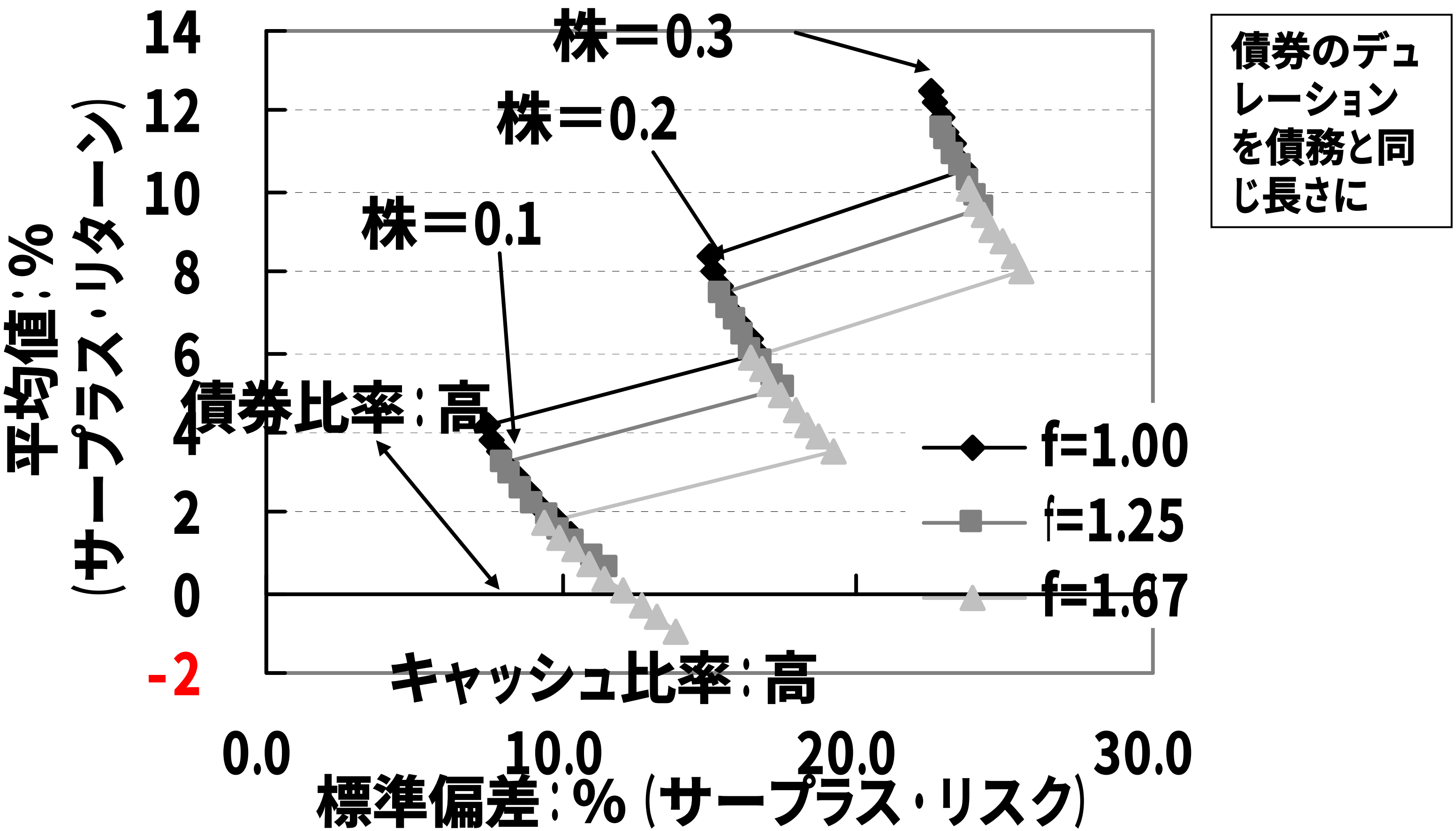
サープラス・リターン：分布の比較B



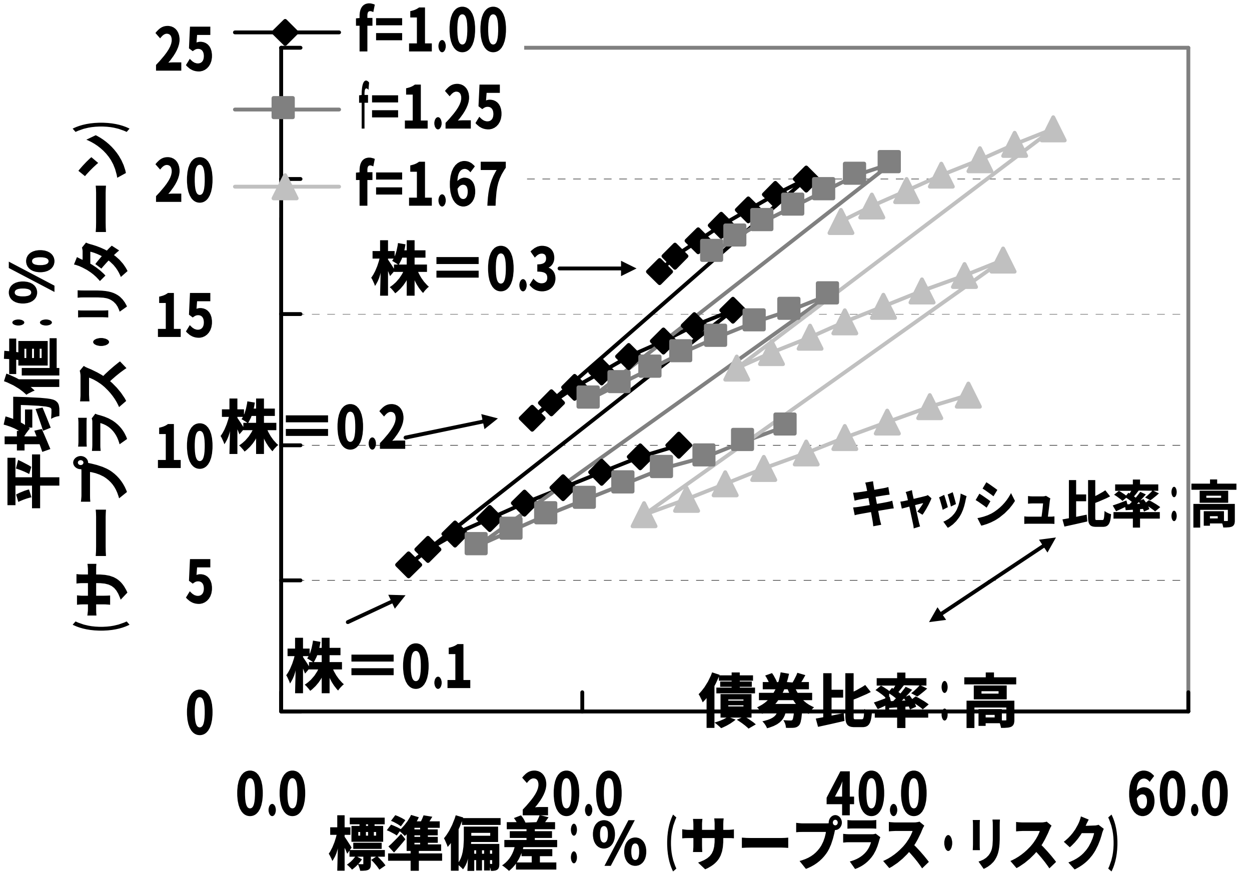
サープラス・リターン：Case1（債券Dが長い）



サープラス・リターン：Case2（債券Dが長い）



サープラス・リターン：Case3（債券Dが長い）



債券のデュレーションを債務と同じ長さに

サープラス･リターン：各Caseの比較

- 積立比率が100%、株式比率が20%、債券Dur.=債務Dur.

債券比率	キャッシュ	Case1 M	Case1 SD	Case2 M	Case2 SD	Case3 M	Case3 SD
10 %	70 %	0.04	31.25	6.00	16.68	15.05	29.75
20	60	1.19	28.81	6.33	16.35	14.48	27.43
30	50	2.34	26.46	6.67	16.05	13.91	25.20
40	40	3.50	24.24	7.00	15.78	13.34	23.09
50	30	4.65	22.17	7.34	15.54	12.77	21.13
60	20	5.81	20.31	7.67	15.34	12.19	19.96
70	10	6.96	18.72	8.01	15.17	11.62	17.85
80	0	8.12	17.47	8.34	15.03	11.05	16.67

- 債券Dur.を長くすると、Case1はリターン若干改善、リスク大幅減、Case3はリターン若干低下、リスク大幅減、となる

インプリケーション

- 低金利時の方が平常時より年金ALMは容易
  サープラス・リターンは高く、リスクは小さい
  債券比率（キャッシュ比率）変更の影響も小さい
- 金利が低下より上昇する可能性が高く、変動幅が小さいため
  年金債務のDurationが長く、Convexityが大きいから
- 金利に上昇トレンドを見込むと、キャッシュが債券より高リスク・高リターン
  はっきり上昇を見込まないなら、長いDurationの債券がリスクを抑えるのに有効