

第5章 操作変数法: 賃金と労働者の能力

1 はじめに

人間の活動は相互依存的である。ある意思決定は他の意思決定次第であるということは、日常的に経験する事実である。このことはミクロ計量経済学にも当てはまる。すなわち、経済主体毎に集められたマイクロデータの多くは全く偶発的に発生しているものではなく、多かれ少なかれ内生的に決まっているものである。

例えば、消費行動を分析する場合には、所得や資産は所与として扱っているが、実際には、労働時間や職業選択、投資計画などを通して所得は内生的に決まっているものである。また貯蓄は所得と消費の残差として受け身的に決まっていると考えるより、ある程度、長期的な経済見通しに基づいて主体的に決めているので、これも内生的に決まっていることになる。ミクロ計量経済学で推定するモデルの右辺の説明変数が内生である場合に、それを考慮せずに外生変数として扱うと推定パラメータにバイアスがかかる、より厳密に言えば一致推定量が得られないということになる。本章ではこの問題にどのように対処すればいいのかを説明したい。

計量モデルで関心のある説明変数の効果を調べたい時に、それが内生変数であれば、そのバイアスを調整する必要がある。ではその変数が内生かどうかはどのように調べればいいのか。後ほど説明するように、統計的には内生性検定の方法が提示されており、それを適用すればいいのだが、計量モデルが依拠している理論モデルからも内生であるのかどうかはある程度見通しをつけることができる。既に述べたように、ミクロ計量経済学の扱う変数の多くは内生であると考えて推定方法を工夫すべきなのである。

次に、内生変数を説明する操作変数を選ぶことが必要になるが、これがまた難問である。後に見るように、適切な操作変数とは本来、推計したいモデルの誤差項とは無相関であり、しかもそのモデルで用いられている内生変数と強い相関があるような変数でなければならない。計量モデルで扱おうとしている経済システムの外の変数で、かつシステム内の内生変数と関係があるものとは、いわば無い物ねだりのようなものである。実際、マイクロデータ自体が特定の経済目的で集められており、そのシステムとは関係のない変数に

ついて調査項目が入っていることはまれである。それだけに適切な操作変数を探すのに苦労するのである。また無意味な操作変数を用いることは、追加的なバイスをもたらすので注意しなければならない。適切な操作変数の選択に関しては近年その手法が多く開発されており、ここでもできるだけ最新のものまで紹介するつもりである。

2 操作変数法の考え方

連立方程式を解いてパラメータを推計するという作業は計量経済学ではよく行われている。また経済理論上、経済変数が同時に決定されるということもよくある。このような場合には変数の内生性を考慮した推計が必要になる。操作変数法はそのような問題に対処するための推計方法である¹。

操作変数法の最も簡単な説明は次のようなものである。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u$$

ここで x が外生変数ではなく、 u と相関しているとすれば、次のような関係が見出される。

$$\text{Cov}(x, u) \neq 0$$

この場合、パラメータ β_0 と β_1 の推計値は x の内生性のために一致推定にはならない。そこで、 x とは相関しているが、 u とは無相関な変数 z を導入する。

$$\text{Cov}(z, u) = 0$$

$$\text{Cov}(z, x) \neq 0$$

この変数 z に相当するものが内生変数 x に対する操作変数と呼ばれるものである。操作変数は次の条件を満たしていることが想定されている。(1) 操作変数 z は誤差項 u と無相関である。(2) z は内生変数 x と相関している。(3) z と x は強く相関している。

ここで $\text{Cov}(z, u) = 0$ を直接テストする方法はないが、 $\text{Cov}(z, x) \neq 0$ をテストするには、次の式を推計してパラメータ $\pi_1 = 0$ を検定すればよい。すなわち、

$$x = \pi_0 + \pi_1 z + v$$

¹操作変数法に関する基本文献は Bowden and Turkington (1984) である。近年、後に説明するように弱相関問題などを巡って新しい研究が蓄積されている。本章は Baum (2006, Chapter 8) に強く依拠している。

ここで $\pi_1 = Cov(z, x)/Var(z)$ であるので、 $Cov(z, x) \neq 0$ が成立するためには、 $\pi_1 \neq 0$ であることが必要十分条件となるのである。しかし $\pi_1 \neq 0$ であることは必ずしも操作変数が強相関を持つことは意味していない。この問題については後ほど論じる。

ところで、操作変数を用いた推定式のパラメータは次のように表せる。

$$\hat{\beta}_{IV} = \frac{Cov(z, y)}{Cov(z, x)} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})} = \frac{r_{zy} \sqrt{\mathbf{y}'\mathbf{y}}}{r_{zx} \sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{x}}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_{IV}\bar{x}$$

ここで $z = x$ であれば、推計値は最小二乗法と一致する。上 2 式が満たされるとすると、操作変数法による推計パラメータは一致推定となる。すなわち $p \lim(\hat{\beta}_{IV}) = \beta_1$ となる。もし、上 2 式が満たされない場合は推計パラメータは一致推計とはならない。とりわけ、 x と u が相関していれば、推計パラメータはバイアスを持つ。特に標本数が少ない場合にはかなり大きなバイアスを持つことが知られている。

2 段階最小二乗法 (two stage least squared method: 2SLS) は操作変数が複数あって、内生変数 (k) と操作変数 (l) の数が必ずしも一致しない ($l \geq k$) 場合の推定方法であり、次のように考える。

まず、第 1 段階では内生変数を操作変数によって回帰する。

$$x = \pi_0 + \pi_1 z_{i1} + \pi_2 z_{i2} + \omega_i$$

推定パラメータを用いて内生変数を予測する。行列式で書くと次のように表せる。

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{X}$$

ここで簡便化のために推定パラメータの行列式を $\mathbf{P}_Z = \mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'$ と定義すると、第 2 段階での推定パラメータは次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{2SLS} &= (\hat{\mathbf{X}}'\mathbf{X})^{-1}\hat{\mathbf{X}}'\mathbf{y} \\ &= \{\mathbf{X}'\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{X}\}^{-1}\{\mathbf{X}'\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{y}\} \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{P}_Z\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{P}_Z\mathbf{y} \end{aligned}$$

$\hat{\beta}_{2SLS}$ が識別されるためには、 $\mathbf{Z}'\mathbf{Z}$ が $l \times l$ 非特異行列であり、 $\mathbf{Z}'\mathbf{X}$ は行列階数 (ランク) k の行列であることが必要条件である。ここで $l = k$ の場合、2SLS は操作変数法 (IV) と一致する。ここでは便宜的に 2 段階で推定を行っ

ているように表現しているが、実際には第1段階と第2段階を同時に推定していることに注意すべきである。すなわち、誤差項は次のように定義されるべきである。

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{X}\hat{\beta}_{2SLS}$$

ここで \mathbf{X} の代わりに推定された $\hat{\mathbf{X}}$ を用いると一致推定量が得られない。上記の推定パラメータ $\hat{\beta}_{2SLS}$ の導出式を再確認していただきたい。

3 過剰識別制約

2段階最小二乗法において操作変数の数 (l) と内生変数の数 (k) との関係に応じて3つのケースが考えられる。(1) $l = k$ であれば、適度識別 (just identified)、(2) $l > k$ であれば過剰識別 (over identified)、(3) $l < k$ であれば過少識別 (under identified) あるいは識別不可能という。(1)(2) のケースでは操作変数法で推定できるが、(3) のケースでは推定不可能であり、追加的な操作変数を探す必要がある。逆に、(2) のケースで操作変数が過剰に導入されている場合にも問題が起こりうる。

過剰識別制約 (r) とは操作変数の数 (l) が、内生変数の数 (k) を超えている分 ($r = l - k$) を指し、この過剰な操作変数を使って、操作変数ともともと推計したい式の誤差項との相関を検定することができる。これは過剰識別制約検定と呼ばれているもので、考え方は次のようなものである。

(1) まず、(4) 式を内生変数と同数の操作変数を用いて2段階最小二乗推定を行い、誤差 \hat{u} を計算する。

(2) 誤差 \hat{u} を被説明変数として、操作変数 (l) を含む全ての外生変数を用いて最小二乗法推計する。決定係数 R^2 を計算する。

(3) 全ての操作変数が誤差 \hat{u} と無相関であるという帰無仮説は次の LM 統計量で検定できる。

$$nR^2 \sim \chi^2(l - k)$$

この帰無仮説が棄却されれば、操作変数の内、少なくともいくつかは外生変数ではないことが判明する。操作変数を無暗に増やすことは、推計にバイアスをもたらす危険性があるので、過剰識別制約テストを行ってチェックすべきである²。

²STATA では Sargan(1958)、Basman (1960) らの過剰識別制約検定が `overid` というコマンドで行える。

4 不均一分散検定

第4章で論じた不均一分散の問題は操作変数法にも残っており、検定を行い、不均一分散の問題を解決することが望ましい。また、パラメータの分散を不均一分散頑強標準誤差によって修正し、頑強 t 統計量を推定する必要がある。基本的な考え方は第4章で見た、Breusch and Pagan (1979) の検定と White (1980) の不均一誤差頑強推定を踏襲するものである。

しかし、Pagan and Hall (1983) が指摘したように、複数の内生変数をもつ操作変数法を考えるような一般的設定では、Breusch and Pagan (1979) の検定は、関心のある内生変数を含んだ式のみ不均一分散を検定しており、潜在的な他の連立方程式における不均一分散問題は無視している。Pagan and Hall (1983) および White (1982) は他の連立方程式に不均一分散問題が存在しているという設定でカイ二乗検定を提案している³。

5 弱相関の操作変数の問題

実証研究上、適切な操作変数を見つけることは極めて難しいことが知られている。とりわけ z と x の相関が弱い場合には問題がある。変数 z と誤差項 u が相関している場合の操作変数法による推計値の確率極限は次のように表せる。

$$p \lim \hat{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\text{Corr}(z, u)}{\text{Corr}(z, x)} \cdot \frac{\sigma_u}{\sigma_x}$$

σ_u と σ_x は、 u と x に関する標準偏差である。問題は例え、 $\text{Corr}(z, u)$ が小さくても、 $\text{Corr}(z, x)$ も小さければ操作変数による推計値 $\hat{\beta}_1$ は大幅な不一致推定となるということである。現実的に考えて、操作変数を用いるよりも最小二乗法を用いた方が不一致性の程度が低くなることもあり得る。

これは弱相関操作変数 (Weak Instrumental Variables) の問題として知られている。以下ではこの弱相関に関する主要な検定を紹介する。

Bound, Jaeger and Baker (1995) は内生変数を操作変数で回帰した第1段階の推定式の決定係数 (R^2) の計算において、いくつかの操作変数を落として推定することによって決定係数に変化があるかどうかを検定することを提案している。具体的には部分決定係数は $(RSS_{Z_2} - RSS_Z)/TSS$ と定義され、 RSS_{Z_2} は操作変数 Z_2 だけを使って計算した誤差平方和であり、 RSS_Z はすべての操作変数を用いた場合の誤差平方和を表す。この方法は弱相関の問題を検知するが、その結果として内生変数に対して操作変数が過小になる場合を排除できない。

³STATA では `ivhettest` というコマンドを使うことで、Pagan and Hall (1983)、White (1980)、Breusch and Pagan (1979)、Koenker (1981) などの一連の不均一分散検定を行うことができる。

Shea(1997) は操作変数間の相関を考慮した部分決定係数を提案している。すなわち、内生変数 i に関する部分決定係数は $R_p^2 = (v_{i,i,OLS}) / (v_{i,i,IV}) \{ (1 - R_{IV}^2) / (1 - R_{OLS}^2) \}$ と表される。ここで $v_{i,i}$ は内生変数にかかる推定係数の漸近分散を表している⁴。

Anderson(1984) とそれを敷衍した Hall, Rudebusch and Wilcox (1996) はより一般的なアプローチを提案している。ここでは内生変数 X と操作変数 Z の行列間の正準相関 (canonical correlation) $Corr_i$ $i = 1, 2, \dots, k$ を計算し、操作変数が有意であるということは、すべての相関が有意にゼロとは異なるはずであることを検定している。Anderson は最小の正準相関はゼロであるという帰無仮説を尤度比を用いて検定した。この統計量は自由度 $l - k + 1$ のカイ二乗分布に従う。帰無仮説が棄却できなければ操作変数の弱相関問題だけでなく、識別に問題がある可能性を示唆することになる。

Hall and Peixe (2000) は正準相関を用いて操作変数の重複 (redundancy) を検定する方法を提案した。これは Anderson の検定に似ているが、重複していると疑われる操作変数を含んだ正準相関と含まない正準相関に関する尤度比検定であり、自由度が内生変数と重複している操作変数の積に等しくなるようなカイ二乗分布に従うことを示した⁵。

操作変数の弱相関問題は、多くの無相関あるいは低相関の操作変数を用いると最小二乗法推定以上にバイアスをもたらすことが Hahn and Hausman (2002b) によって示されている。また、Staiger and Stock (1997) は弱相関問題は第 1 段階の推定において操作変数が有意であっても起こりうることを示している⁶。

6 内生性検定

ここまででは一部の説明変数が内生変数である時の対処法として操作変数法を論じてきたが、実証上は内生変数であるかどうかを検定することも大切であろう。次のようなモデルで説明変数 y_2 の内生性の疑いがある時を考えよう。

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 y_2 + \beta_2 z_1 + \beta_3 z_2 + u_1$$

ここで z_1 と z_2 は外生変数であり、他に操作変数として z_3 と z_4 を考えることができる。この時、上の式を最小二乗法と操作変数法で推計し、パラメー

⁴Shea(1997) の統計量は小さい程、操作変数の内生変数に関する説明力が低いことを意味している。STATA のコマンド `ivreg2` の中の `first` か `ffirst` というオプションを用いれば計算できる。

⁵この検定は STATA では `ivreg2` の中の `redundant` というオプションを用いればいい。また `ivreg2` の中には Anderson and Rubin (1949)、Cragg and Donald (1993)、Stock and Wright (2000) らの検定が出来る。

⁶Nelson and Sartz (1990)、Stock and Wright (2000)、Stock, Wright and Yogo (2002)、Hahn and Hausman (2002a, 2003)、Andrews and Stock (2005)、Chao and Swanson (2005)、Stock and Yogo (2005)、Hausman, Stock and Yogo (2005) なども参照。

タが有意に違うかどうかを Hausman (1978) に従ってカイ二乗検定することによって、説明変数 y_2 が内生であるかどうかを確かめることができる⁷。これは Durbin-Wu-Hausman (DWH) 検定として知られているが、基本的には Hausman 検定を敷衍したものである。すなわち、最小二乗法推定による推定パラメータ $\hat{\beta}_e$ と操作変数法による推定パラメータ $\hat{\beta}_c$ を用いて、次のようなカイ二乗統計量を計算する。

$$(\hat{\beta}_c - \hat{\beta}_e)'(var[\hat{\beta}_c] - var[\hat{\beta}_e])^{-1}(\hat{\beta}_c - \hat{\beta}_e) \sim \chi(k_1)$$

ここで k_1 は内生性検定の対象となった内生変数の数である。この検定は内生性検定というよりも、最小二乗法と操作変数法を用いた場合に推定パラメータが有意に違うかどうかを検定したものである。

Wooldridge(2002, p.119) は次ような内生性検定法を紹介してる。ここで y_1 に関するモデルを考えよう。

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 y_2 + \beta_2 z_1 + \beta_3 z_2 + u_1$$

説明変数 y_2 が内生変数であると仮定して次のような式を推計する。

$$y_2 = \alpha_0 + \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 + \alpha_4 z_4 + v_2$$

操作変数の仮定により z_j は u_1 とは無相関であるので、 v_2 が u_1 と無相関であれば、 y_2 も u_1 とは無相関になる。ということは次式でパラメータ $\delta_1 = 0$ が y_2 も u_1 とは無相関のための必要十分条件になる。

$$u_1 = \delta_1 v_2 + e_1$$

これを直接検定する方法はないので、 y_2 式を最小二乗法で推計し、残差として \hat{v}_2 を計算し、これをもとの y_1 式に代入し最小二乗法で推計する。

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 y_2 + \beta_2 z_1 + \beta_3 z_2 + \delta_1 \hat{v}_2 + \varepsilon$$

t 検定で $\delta_1 = 0$ が棄却されれば、 y_2 は内生変数であるということになる。

7 一般化積率法 (GMM) と操作変数法

Hayashi(2000) が論じているように、最小二乗法も操作変数法も一般化積率法(GMM) の特殊型であると解釈することが可能である⁸。操作変数 z が誤

⁷一般的には Durbin (1954)、Wu(1973)、Hausman(1978) によって形成された検定であり、Durbin-Wu-Hausman test として知られている。Bowden and Turkington (1984, pp.50-52) や Davidson and MacKinnon (2004, pp.338-340) を参照。

⁸本節は Davidson and MacKinnon (2004, Chapter 9) を参照している。

差項 u と無相関であるという条件 $Cov(z, u) = 0$ は GMM におけるモーメント (直交) 条件 $E[zu] = 0$ と対応している。 l 個の操作変数に対して l 個のモーメント (直交) 条件が考えられる。

$$g_i(\beta) = Z'_i u_i = Z'_i (y_i - x_i \beta)$$

g_i は $l \times 1$ 行列である。モーメント条件のサンプル平均は次のように表せる。

$$\bar{g}(\beta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i(\beta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z'_i (y_i - x_i \beta) = \frac{1}{N} Z' u$$

ここで N はサンプル数を表す。適度識別条件 ($l = k$) が満たされていれば、 $\bar{g}(\hat{\beta}_{GMM}) = 0$ を満たすようなパラメータ $\hat{\beta}_{GMM}$ を求めることは、操作変数法でパラメータ $\hat{\beta}_{IV}$ を推定することと同値となる。

過剰識別の場合 ($l > k$)、モーメント条件が多すぎるために次のような最小化問題を解く。

$$\min J(\hat{\beta}_{GMM}) = N \bar{g}(\hat{\beta}_{GMM})' W \bar{g}(\hat{\beta}_{GMM})$$

ここで W は誤差項が独立同一分布 (iid) に従っていない場合の $\bar{g}(\hat{\beta}_{GMM})$ 間の相関を考慮した $l \times l$ 行列のウェイトである。 k 個の内生変数に対して一階条件 ($\partial J(\hat{\beta}) / \partial \hat{\beta} = 0$) を満たすようにパラメータを求める。

$$\hat{\beta}_{GMM} = (\mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \mathbf{y}$$

適度識別条件の下ではウェイト行列 W は I_N (単位行列) となり操作変数法のパラメータと一致する。従ってウェイト行列が意味を持つのは過剰識別の場合のみである。最適なウェイトは最も有効な推定量を与えてくれるものであり、これは次のように定義できることが Hansen(1982) によって明らかにされている。

$$W = S^{-1}$$

$$S = E[Z' u u' Z] = E[Z' \Omega Z]$$

ここで S はモーメント条件の共分散 ($l \times l$) 行列を表している。これを先のパラメータの推定式に代入すると、

$$\hat{\beta}_{EGMM} = (\mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{y}$$

有効パラメータ $\hat{\beta}_{EGMM}$ を得る。実際には S は未知なので、2段階最小二乗法 (2SLS) の誤差項の共分散行列 Ω を用いて \hat{S} を、実行可能有効2段階 GMM 推定 (feasible efficient two-step GMM estimator: FEGMM) を得る。

$$\hat{\beta}_{FEGMM} = (\mathbf{X}'\mathbf{Z}\hat{S}^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\hat{S}^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{y}$$

誤差項の分散が均一であれば、 $\Omega = \sigma^2 I_N$ であり、最適ウェイト行列も単位行列となり、 $\hat{\beta}_{EGMM} = \hat{\beta}_{IV}$ と一致する。不均一分散の場合、不均一分散を考慮した行列 \hat{S} は、2SLS の誤差項 \hat{u}_i と i 行目の操作変数 Z_i を用いて次のように表せる。

$$\hat{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{u}_i^2 Z_i' Z_i$$

GMM 推定でも過剰識別制約検定が必要である。ここでは Hansen(1982) が提示した J 検定が一般に用いられる。この検定は GMM の先に挙げた目的関数を有効パラメータで評価したものである。

$$J(\hat{\beta}_{EGMM}) = N\bar{g}(\hat{\beta}_{EGMM})' \hat{S}^{-1} \bar{g}(\hat{\beta}_{EGMM}) \sim \chi^2(l - k)$$

帰無仮説はモデル定式化は適切で過剰識別制約は有効であるということである。帰無仮説が棄却されるということは、操作変数が直交条件を満たしていないか、外生変数が本当は内生変数であるか、モデルの重要な説明変数が落ちているか、などの問題点があることを示唆している。

8 賃金関数の推定

本章では Griliches(1976) が初めて使い、Blackburn and Neumark(1992) がそれを継承して検証した the National Longitudinal Survey of Young Men (NLS) の 1980 年度までのデータを用いている。データは Wooldridge のホームページで公開されている (<http://www.msu.edu/~ec/faculty/wooldridge/book2.htm>)。このデータは 1966 年に 14 - 24 歳であった青少年 5225 人に対して、1 - 2 年毎に繰り返し調査を行ったパネルデータである。Blackburn and Neumark(1992) では非黒人男性にサンプルを限定している。この調査には 2 つの知能テストの結果が含まれている。一つは通常の IQ テストであり、これは 1968 年に一斉に行われた IQ テストの結果を借り受けたものである⁹。もう一つのテストは the knowledge of the world of work (KWW) と呼ばれているもので 1966 年にインタビュー調査されたもので、労働市場に関する知識、学歴、親の履歴、賃金水準、労働経験、10 の職種の中での相対賃金などを調べている。

最終的に残ったサンプル数は 935 人であり、脱落者は約 35% である。1966 年から 1980 年までの脱落者に共通の傾向があれば、脱落バイアスがあることになる。このバイアスについては十分に検討する必要がある。具体的には以

⁹Blackburn and Neumark (1992) も述べているように、IQ テストの結果を公開する許可はすべての学校が出したわけではないので、約 3 分の 1 のサンプルからは IQ テストの結果が抜けている。

下の点である。第 1 に、 IQ テストの結果がランダムに欠けているのではなく、特定の傾向をもったサンプルが脱落しているとすれば、サンプルセレクション・バイアスが残ることになる。第 2 に、学校を中退して仕事に就いた人については労働市場での雇用機会にどれくらい恵まれていたのかをコントロールする必要がある。

Griliches, Hall and Hausman(1978) では IQ テストの結果はランダムに欠けているという帰無仮説が棄却できないことを示すことによって、サンプルセレクション・バイアスは一応無いということになっている。

Blackburn and Neumark (1992) では次のような式を推定している。

$$\ln w = X'\beta + D'\gamma + \gamma_A A + \varepsilon$$

ここで w は賃金、 X は人的資本を表す変数、 D は産業ダミーか職種ダミー、 A は観察不可能な能力変数を表している。この能力変数は個人で固定的であると仮定されている。さらに A の代理変数として IQ か KWW を使う。すなわち、

$$IQ = A + \varepsilon_I, \quad KWW = \gamma_K A + \varepsilon_K$$

さらに A は両親の学歴などの属性 Z によって説明されるとする。

$$A = Z'\gamma_Z + \varepsilon_Z$$

これらをまとめると推定式は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \ln w &= X'\beta + D'\gamma + \gamma_A IQ + \varepsilon \\ IQ &= Z'\gamma_Z + \varepsilon_Z \end{aligned}$$

ここで $Cov(Z, \varepsilon) = 0$, $Cov(\varepsilon, \varepsilon_Z) = 0$ であれば、 Z は操作変数として使える。

本章では Griliches(1976, 1977) や Blackburn and Neumark(1992) で用いられた賃金関数に対する代替モデルを提示する。Griliches は賃金の説明変数として外生変数として教育年数を用い、 IQ を内生変数とし、それに対する操作変数として両親の教育年数や父親の職業などを用いている。Griliches(1976) でも第 VI 節で教育年数の内生性の可能性について言及されているが、実際には外生として扱われている。しかし、学歴社会では高学歴が高い賃金を得られる条件であるということは周知のことであり、賃金関数において学歴が外生変数であると考えerには無理がある。また、Griliches の定式化のように教育年数と IQ が独立した変数であると扱うことにも違和感がある。Griliches(1976, S80) は教育年数と IQ の間に正の相関があるという議論はあるかもしれない

が、彼はそのような強い関係は見いだせなかったと述べている。しかし、後に明らかになるように、教育年数と IQ には強い相関がある。

さらに、個人の能力の代理変数である IQ が賃金に直接影響を与えると考えるのは現実的だろうか。ここで用いている賃金労働者のデータでは、本人の才能もそれほど対したものではないだろうし、またそれを管理する経営者の理解力にも限界があると考えれば、学歴というスクリーニングを通じた査定というのがより現実的であると思う。スポーツ選手や芸術家であれば個人の才能が直接に本人の収入に結びつくかもしれないが、ここではそのような人材が分析の対象ではなく、賃金関数の定式化に疑問を感じる。また IQ こそは自分で選択できるものでもなければ、金で買えるものでもないと考えれば、外生変数と扱うのが適切だと判断できる。教育を高めていく上で、家計の経済状況や兄弟姉妹の数と並んで、 IQ は重要な条件であり、最適な操作変数となると考えられる。このような直感が、本章で論じた操作変数法に関する各種の検定でどれだけ支持されるかを見てみよう。

表 1 は本章で用いられた変数の定義である。表 2 はそれぞれの変数の基本統計量を示している。表 3 は賃金関数を最小二乗法で推定している。ここでは教育年数の係数や決定係数が Griliches(1976) とほぼ同じであることを確認した。表 4 では教育年数を内生変数と考え、 IQ 、 KWW 、母親の教育、父親の教育を説明変数（操作変数）として用いている。 IQ 、 KWW ともに似たような係数となった。操作変数の弱相関のところでも論じたように、表 4 で係数が有意であるということは必ずしも操作変数としての適切さを保証するものではない。

表 5 は一般的な操作変数法を用いて賃金関数を推定した。表 3 と比べて大きな違いは内生変数として扱った教育年数の係数が約倍に増えていることである。これは表 3 のように教育を外生変数として扱うことによるバイアスがマイナスに働いてきたことを示している。Sargan 検定や Basman 検定の結果は、ここで用いた操作変数は誤差項と相関していないことが棄却できないことを示している。すなわち、この操作変数は適切であると判断できるということである。

表 6 は第 7 節で論じた 2 段階 GMM 推定の結果を載せてある。推定パラメータは表 5 と全く同じである。また表 6 は本章で論じた多くの検定結果が掲示されている。Anderson Canonical Correlation 尤度比検定では帰無仮説が棄却できることで、操作変数が有意であることを示唆している。Cragg and Donald 検定でも弱相関問題が棄却されている。Anderson and Rubin 検定、Stock and Wright 検定でも内生変数が有意ではないという帰無仮説は棄却されており、教育年数は確かに内生変数であることが確認されている。また Hall and Peixe の重複操作変数検定では IQ は重複しているという帰無仮説は強く棄却され、 IQ を操作変数として用いることは正当化できることが明らかになった。Shea の部分決定係数は 0.3492 である程度説明力があり、操

作変数の内生変数に対する説明力は棄却できない。不均一分散検定に関しては、Pagan and Hall 検定、White/Koenker 検定、Breusch and Pagan 検定などがあり、不均一分散の存在が棄却できないことを示唆している。

表7では内生性検定を行った。Hausman 検定、Wu-Hausman 検定、Durbin-Wu-Hasuman 検定全てで、教育年数の外生性が棄却されている。

これらの結果は Griliches(1978,1979) や Baum(2006, Chapter8) で確認された IQ の内生性の結果に相反しているように見受けられる。いやむしろ、教育年数も IQ も内生変数であるということかもしれない。ここでは、賃金関数というこれまで繰り返し実証分析されてきたトピックに関しても、先行研究で確定されたように見える結果に加えて、新しい統計検定を用いて代替的なモデルが棄却できない事を示すことが出来た。

9 おわりに

ミクロ計量経済学の実証研究において最も頻繁に指摘されるモデル定式化の問題点は、説明変数の内生性に関するものである。実際にミクロ経済学の意思決定を考慮すれば、ほぼ全ての変数が何らかの内生的に決まっていると考えることが可能である。その問題に対処するために操作変数法が用いられるということまでは、ほぼ実証研究の常道になっていると言える。しかし、操作変数法を用いたと言うだけで、その操作変数が、想定通りの統計的性質を満たしているのか、操作変数自体が内生性を持たないのか、あるいは操作変数と内生変数間の相関が極めて弱くはないのかといった点に関しては、これまで十分に検討されてこなかったように思われる。

本章では、操作変数をめぐる近年の進捗をできるだけ反映させ、各種の検定統計量を計算することによって、操作変数が適切に選ばれているのかどうか、内生変数が適切に選ばれているのかどうか、といった根本的な問題を検討するための手段とその考え方を論じたつもりである。

応用問題として論じた賃金関数一つを取ってみても、長い先行研究の蓄積があるにもかかわらず、まだまだ解明すべき問題点が残っていることが判った。

内生性の問題に関しては今後とも検討していくべき課題であることを十分認識しておいていただきたい。

10 STATA コード

```
use "WAGE2.DTA", clear
/**Regression**/
reg lwage educ exper tenure married black south urban /*表 3*/
```

```
reg lwage educ exper tenure married black south urban, robust/*表 3*/
reg educ IQ KWW sibs brthord meduc feduc
hettest
ovtest
reg educ IQ KWW meduc feduc/*表 4*/
hettest
ovtest
reg educ IQ KWW meduc feduc, robust/*表 4*/

/**Endogeneity Issues: IVreg 表 5**/
ivreg lwage exper tenure married black south urban (educ = IQ KWW
meduc feduc)
overid
ivreg lwage exper tenure married black south urban (educ = IQ KWW
meduc feduc), robust

/**download ivreg2 from STATA corporation**/(STATA コマンドで findit
ivreg2 と入力して ivreg2 を探しインストールする)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ=IQ KWW
meduc feduc), gmm2s orthog(IQ) /*表 6*/
ivhettest, all
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ=IQ KWW
meduc feduc), gmm2s orthog(IQ KWW)/*表 6*/
ivhettest, all
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(IQ)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(KWW)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(meduc)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(feduc)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(IQ KWW)
ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ= IQ KWW
meduc feduc), ffirst redundant(meduc feduc)

/**Durbin-Wu-Hausman tests for endogeneity in IV estimation 表 7 **/
quietly ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ=IQ
KWW meduc feduc), small
```

```
estimates store iv
quietly regress lwage exper tenure married black south urban educ
hausman iv ., constant sigmamore
quietly ivreg2 lwage exper tenure married black south urban (educ=IQ
KWW meduc feduc), orthog(IQ)small
ivendog
```

参考文献

- [1] 北村行伸 (2005) 『パネルデータ分析』、岩波書店
- [2] Anderson, T.W. (1984) *Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Wiley.
- [3] Anderson, T.W. and Rubin, H.(1949) “Estimators of the Parameters of a Single Equation in a Complete Set of Stochastic Equations”, *Annals of Mathematical Statistics*, 21, pp.570-82.
- [4] Andrew, Donald W.K. and Stock, James H.(2005) “Inference with Weak Instruments”, NBER Technical Working Paper 313.
- [5] Angrist, J.D.and Krueger, A.B.(1991) “Does Compulsory School Attendance Affect Schooling and Earnings?”, *Quarterly Journal of Economics*, 106, pp.979-1014.
- [6] Angrist, Joshua D. and Krueger, Alan B.(2001) “Instrumental Variables and the Search for Identification: From Supply and Demand to Natural Experiments”, *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), pp.69-85.
- [7] Basman, R.L. (1960) “On Finite Sample Distributions of Generalized Classical Linear Identifiability Test Statistics”, *Journal of the American Statistical Association*, 55(292), pp.650-59.
- [8] Baum, Christopher. (2006) *An Introduction to Modern Econometrics Using Stata*, Stata Press.
- [9] Blackburn, McKinley and Neumark, David.(1992) “Unobserved Ability, Efficiency Wages, and Interindustry Wage Differentials”, *Quarterly Journal of Economics*, 107(4), pp.1421-1436.
- [10] Bound, John., Jaeger, David.A. and Baker, Regina. M.(1995) “Problems with Instrumental Variables Estimation when the Correlation

- between the Instruments and the Endogenous Explanatory Variable is Weak”, *Journal of the American Statistical Association*, 90(430), pp.443-50.
- [11] Bowden, R.J. and Turkington, D.A.(1984) *Instrumental Variables*, Cambridge University Press.
- [12] Breusch, Trevor., Qian, Hailong., Schmidt, Peter., and Wyhowski, Donald.(1999) “Redundancy of Moment Conditions”, *Journal of Econometrics*, 91, pp.89-111.
- [13] Cameron, A.C.and Trivedi, P.K.(1998) *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press.
- [14] Chao, John.C. and Swanson, Norman R.(2005) “Consistent Estimation with a Large Number of Weak Instruments”, *Econometrica*, 73(5), PP.1673-1692.
- [15] Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.(2005) *Microeconometrics: Methods and Applications*, Cambridge University Press.
- [16] Cragg, John G.and Donald, Stephen G.(1993) “Testing Identifiability and Specification in Instrumental Variable Models”, *Econometric Theory*, 9, pp.222-40.
- [17] Davidson, Russell and MacKinnon, James G.(2004) *Econometric Theory and Methods*, Oxford University Press.
- [18] Durbin, J.(1954) “Errors in variables”, *Review of the International Statistical Institute*, 22, pp.23-32.
- [19] Griliches, Zvi.(1976) “Wages of Very Young Men”, *Journal of Political Economy*, 84(4. Part 2), pp. S69-S85.
- [20] Griliches, Zvi.(1977) “Estimating the Returns to Schooling: Some Econometric Problems”, *Econometrica*, 45(1), pp.1-22.
- [21] Griliches, Zvi., Hall, Bronwyn., and Hausman, Jerry.(1978) “Missing Data and self-Selection in Large Panels”, *Annales de L’INSEE*, XXX-XXXI, pp.137-76.
- [22] Hahn, Jinyoung and Hausman, Jerry. (2002a) “A New Specification Test for the Validity of Instrumental variables”, *Econometrica*, 70(1), pp.163-189.

- [23] Hahn, Jinyoung and Hausman, Jerry. (2002b) “Notes on Bias in Estimators for Simultaneous Equation Models”, *Economics Letters*, 75, pp.237-241.
- [24] Hahn, Jinyoung and Hausman, Jerry. (2003) “Weak Instruments: Diagnosis and Cures in Empirical Econometrics”, *American Economic Review*, 93(2), pp.118-125.
- [25] Hall, Alastair R., Rudebusch, Glenn D. and Wilcox, David W.(1996) “JUDging Instrument Relevance in Instrumental Variables Estimation”, *International Economic Review*, 37(2), pp.283-298.
- [26] Hall, Alastair R. and Peixe, Fernanda P.M.(2000) “A Consistent Method for the Selection of Relevant Instruments”, A paper presented at Econometric Society World Congress 2000.
- [27] Hansen, Lars.P (1982) “Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators”, *Econometrica*, 50(4), pp.1029-1054.
- [28] Hausman, Jerry. (1978) “Specification tests in econometrics”, *Econometrica*, 46, pp.1251-72.
- [29] Hausman, Jerry., Stock, James H. and Yogo, Motohiro.(2005) “Asymptotic Properties of the Hahn-Hausman Test for Weak-Instruments”, *Economics Letters*, 89, pp.333-42.
- [30] Hayashi, Fumio.(2000) *Econometrics*, Princeton University Press.
- [31] Koenker, Roger.(1981) “A Note on Studentizing a test for Heteroscedasticity”, *Journal of Econometrics*, 17., pp.107-112.
- [32] Nelson, Charles R. and Startz, Richard.(1990a) “The Distribution of the Instrumental Variables Estimator and Its t-Ratio When the Instrument is a Poor One”, *Journal of Business*, 63(1, Part.2), pp. S125-S140.
- [33] Nelson, Charles R.and Startz, Richard.(1990) “Some Further Results on the Exact Small Sample Properties of the Instrumental Variable Estimator”, *Econometrica*, 58(4), pp.967-76.
- [34] Pagan, A.R. and Hall, D. (1983) “Diagnostic Tests as Residual Analysis”, *Econometric Reviews*, 2(2), pp.159-218.
- [35] Ruud, P.A. (2000) *An Introduction to Classical Econometric Theory*, Oxford University Press.

- [36] Sargan, J.D. (1958) “The Estimation of Economic Relationships Using Instrumental Variables”, *Econometrica*, 26(3), pp.393-415.
- [37] Shea, John.(1997) “Instrument Relevance in Multivariate Linear Models: A Simple Measure”, *Review of Economics and Statistics*, 79(2), pp.348-352.
- [38] Staiger, Douglas. and Stock, James.H. (1997) “Instrumental Variables Regression with Weak Instruments”, *Econometrica*, 65(3), pp.557-86.
- [39] Stock, James H. and Wright Jonathan H. (2000) “GMM with Weak Identification”, *Econometrica*, 68(5), pp.1055-96.
- [40] Stock, James H., Wright, Jonathan H. and Yogo, Motohiro. (2002) “A Survey of Weak Instruments and Weak Identification in Generalized Method of Moments”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(4), pp.518-29.
- [41] Stock, James H. and Yogo, Motohiro. (2005) “Testing for Weak Instruments in Linear IV Regression”, in Andrews, D.W.K. and Stock, J.H.(eds) *Identification and Inference for Econometric Models: Essays in Honor of Thomas Rothenberg*, Cambridge University Press. pp.80-108.
- [42] Winkleman, Rainer and Boes, Stefan. (2005) *Analysis of Microdata*, Springer.
- [43] White, Halbert. (1980) “A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity”, *Econometrica*, 48(4), pp.817-838.
- [44] White, Halbert. (1982) “Instrumental Variables Regression with Independent Observations”, *Econometrica*, 50(2), pp.483-499.
- [45] Wooldridge, Jeffrey. M. (2002) *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press
- [46] Wu, D-M. (1973) “Alternative tests of independence between stochastic regressors and disturbances”, *Econometrica*, 41, pp.733-50.

表1 変数定義

wage	月給
hours	週間平均労働時間
IQ	IQスコア
KWW	労働意識 (knowledge of world work) スコア
educ	教育年数
exper	労働経験年数
tenure	現職の在職年数
age	年齢
married	結婚ダミー
black	黒人ダミー
south	南部ダミー
urban	都市部ダミー
sibs	兄弟姉妹数
brthord	兄弟姉妹における自分の順位
meduc	母親の教育年数
feduc	父親の教育年数
lwage	月給の対数表示

表2 基本統計量

	觀察值	平均	標準偏差	最小	最大
wage	935	957.946	404.361	115	3,078
hours	935	43.929	7.224	20	80
IQ	935	101.282	15.053	50	145
KWW	935	35.744	7.639	12	56
educ	935	13.468	2.197	9	18
exper	935	11.564	4.375	1	23
tenure	935	7.234	5.075	0	22
age	935	33.080	3.108	28	38
married	935	0.893	0.309	0	1
black	935	0.128	0.335	0	1
south	935	0.341	0.474	0	1
urban	935	0.718	0.450	0	1
sibs	935	2.941	2.306	0	14
brthord	852	2.277	1.596	1	10
meduc	857	10.683	2.850	0	18
feduc	741	10.217	3.301	0	18
lwage	935	6.779	0.421	4.745	8.032

表3 賃金関数の OLS 推定

被説明変数:lwage	Coefficient	Robust t-ratio
説明変数		
educ	0.065	10.21
exper	0.014	4.34
tenure	0.012	4.63
married	0.199	5.02
black	-0.188	-5.13
south	-0.091	-3.32
urban	0.184	6.78
_cons	5.395	47.69
観察値	935	
R-squared	0.253	
Root MSE	0.366	
Breusch-Pagan/Cook-Weisberg test for heteroskedasticity	Chi2(1)=3.69 Prob>Chi2=0.055	
Ramsey RESET test for omitted variables	F(3,924)=0.69 Prob>F=0.5556	

表4 教育年数の OLS 推定

被説明変数: educ	Coefficient	Robust t-ratio
説明変数		
IQ	0.054	10.40
KWW	0.055	6.29
meduc	0.065	2.19
feduc	0.143	5.65
_cons	3.989	8.88
観察値		
	772	
F(4, 717)	136.73	
Prob>F	0.000	
R-squared	0.390	
Root MSE	1.751	
Breusch-Pagan/Cook-Weisberg test for heteroskedasticity	Chi2(1)=3.37	Prob>Chi2=0.066
Ramsey RESET test for omitted variables	F(3,714)=14.26	Prob>F=0.000

表5 賃金関数の操作変数方(IV)推定

被説明変数 : lwage	Coefficient	Robust t-ratio
説明変数		
educ	0.110	9.60
exper	0.027	5.97
tenure	0.007	2.35
married	0.204	4.40
black	-0.120	-2.42
south	-0.075	-2.33
urban	0.174	5.49
_cons	4.671	23.91
観察値	772	
R-squared	0.198	
Root MSE	0.378	
Tests of overidentifying restrictions		
Sargan N*R-sq test	0.503 Chi-squ(3) P-value=0.918	
Basman test	0.496 Chi-squ(3) P-value=0.920	
Instrumented: edu		
Instruments: exper, tenure, married, black, south, urban, IQ, KWW, medc, feduc		

表6 賃金関数の2段階 GMM 推定

被説明変数: lwage	Coefficient	z-ratio
説明変数		
educ	0.110	9.16
exper	0.027	5.84
tenure	0.007	2.39
married	0.204	4.56
black	-0.120	-2.33
south	-0.075	-2.41
urban	0.174	5.45
_cons	4.671	23.05
観察値		
	722	
Centered R2	0.198	
Uncentered R2	0.997	
Root MSE	0.375	
Identification Tests		
Underidentification test (Anderson Canonical Correlation LM statistic)	Chi-sq(4)=252.157	P-value=0.000
Weak identification test (Cragg-Donald Wald F statistic)	95.396	
Weak instrument-robust inference		
Anderson-Rubin Wald F test	F(4,711)=21.81	P-value=0.000
Anderson-Rubin Wald Chi-sq test	Chi-sq(4)=88.58	P-value=0.000
Stock-Wright LM S stat	Chi-sq(4)=78.90	P-value=0.000
Sargan statistic (overidentification test of all instruments)	Chi-sq(3)=0.503	P-value=0.918
IV redundancy test (LM test for IQ)	Chi-sq(1)=82.580	P-value=0.000
Shea Partial R2	R2=0.3492	P-value=0.000
IV heteroskedasticity tests		
Pagan-Hall general test statistic: 21.102	Chi-squ(10) P-value=0.020	
Pagan-Hall test w/assumed normality: 33.780	Chi-squ(10) P-value=0.000	
White/Koenker nR2 test statistic: 21.348	Chi-squ(10) P-value=0.019	
Breusch-Pagan/Godfrey/Cook-Weisberg: 34.790	Chi-squ(10) P-value=0.000	

表7 内生性に関する Durbin-Wu-Hausman 検定

被説明変数:lwage	Coefficient			
	(b) iv	(B)	(b-B) Difference	sqrt(diag(V_b- V B)) S.E.
説明変数				
educ	0.110	0.065	0.045	0.010
exper	0.027	0.014	0.012	0.003
tenure	0.007	0.012	-0.005	0.002
married	0.204	0.199	0.005	0.019
black	-0.120	-0.188	0.068	0.033
south	-0.075	-0.091	0.016	0.015
urban	0.174	0.184	-0.010	0.015
_cons	4.671	5.395	-0.724	0.162
chi2(8)=25.52				
Prob>Chi2=0.001				
Tests of endogeneity of: educ				
Wu-Hausman F test:	21.700	F(1, 713)	P-value=0.000	
Durbin-Wu-Hasuman chi2 test:	21.322	Chi-sq(1)	P-value=0.000	