

Lecture 6: 多変量の時系列分析と共和分

October 2007
Last update: November 2008

祝迫得夫

iwaisako@ier.hit-u.ac.jp

VAR : ベクトル自己回帰モデル

- AR(p) モデル : $x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} \dots + \phi_p x_{t-p} + \epsilon_t$
- VAR(p) モデル : $X_t = \beta_0 + X_{t-1} \beta_1 + X_{t-2} \beta_2 \dots + X_{t-p} \beta_p + \epsilon_t$
- 例 : 2 変数の VAR(2) $X_t = \{x_t, y_t\}$
 - $x_t = \alpha_1 + \beta_{11} x_{t-1} + \beta_{12} x_{t-2} + \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} y_{t-2} + \epsilon_{xt}$
 - $y_t = \alpha_2 + \beta_{21} x_{t-1} + \beta_{22} x_{t-2} + \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} y_{t-2} + \epsilon_{yt}$
- グレンジャーの因果性 : $\text{lags}(y_t) \rightarrow x_t$
 - 実際の検定 : $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 0$ の F 検定.
 - タイミングの問題であって、必ずしも真の因果関係を意味しない
例 : 「天気予報 → 台風」であっても、天気予報が台風を起こしているわけではない.

インパルス応答関数と分散分解

- インパルス応答関数：一つの変数にショックが発生した場合のショックの伝達メカニズム
 - $x_1=1, y_0=0$
 - $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots\}; \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \dots\}$
 - 暗黙の仮定： $E(\epsilon_{xt}\epsilon_{yt})=0$
 - 暗黙の仮定が満たされない場合：対角化
- 分散分解:各変数の変動をその原因となるイノベーションごとに振り分けたもの

3

共和分概念

- x_t, y_t はともに I(1) 過程.
- x_t と y_t の間に以下の式を満たす線形関係が存在しする.
$$z_t = m + ax_t + by_t$$
- また z_t は平均ゼロの I(0) 過程であるとする.
- このとき x_t, y_t は、共和分 (cointegration) の関係にあると言う.

4

- 例 $x_t = Aw_t + \tilde{x}_t$

$$y_t = w_t + \tilde{y}_t$$

ただし \tilde{x}_t, \tilde{y}_t は、ともに平均ゼロの I(0) 過程であるとし、 w_t は I(1) 過程であるとする。

$$z_t \equiv x_t - Ay_t = \tilde{x}_t - A\tilde{y}_t$$

と定義すると、 z_t は平均ゼロの I(0) 過程。

x_t, y_t とともに、I(1) 要素は w_t から発生している。

- z_t : 長期的な共和分関係 (長期の均衡) からの、一時的な乖離の尺度

- Cointegration regression: $y_t = \hat{\alpha}x_t + z_t$

- 誤差項 z_t の定常性の検定 ($H_0: z_t \sim I(1)$)

- 共和分関係が無いことのテスト

- Super-consistency (Stock, 1987)

- エラー・コレクション・モデル

$$\Delta x_t = m_1 + \rho_1 z_{t-1} + \text{lags}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \epsilon_{xt}$$

$$\Delta y_t = m_2 + \rho_2 z_{t-1} + \text{lags}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \epsilon_{yt}$$

z_{t-1} : エラーコレクション項.

Cochrane (1994, QJE)

- GDPと株式リターンの変動を、恒常的ショックと一時的ショックに分解

1. GDP

$$yp_t = yp_{t-1} + \epsilon_t$$

$$y_t = yp_t + \nu_t$$

$$c_t = \alpha yp_t$$

- yp_t : (観察できない) 恒常所得. I(1) 過程.
- y_t : 実際の所得. yp_t プラス I(0) の変動所得 (ϵ_t).
- c_t : 実際の消費支出. 恒常所得の一定割合 (α).
- 因果関係
 - $yp_t \rightarrow c_t$, $yp_t \rightarrow y_t$
 - 統計的な (表面上の) 因果関係: $c_t \rightarrow y_t$
 - cf. Campbell (1987, Econometrica)

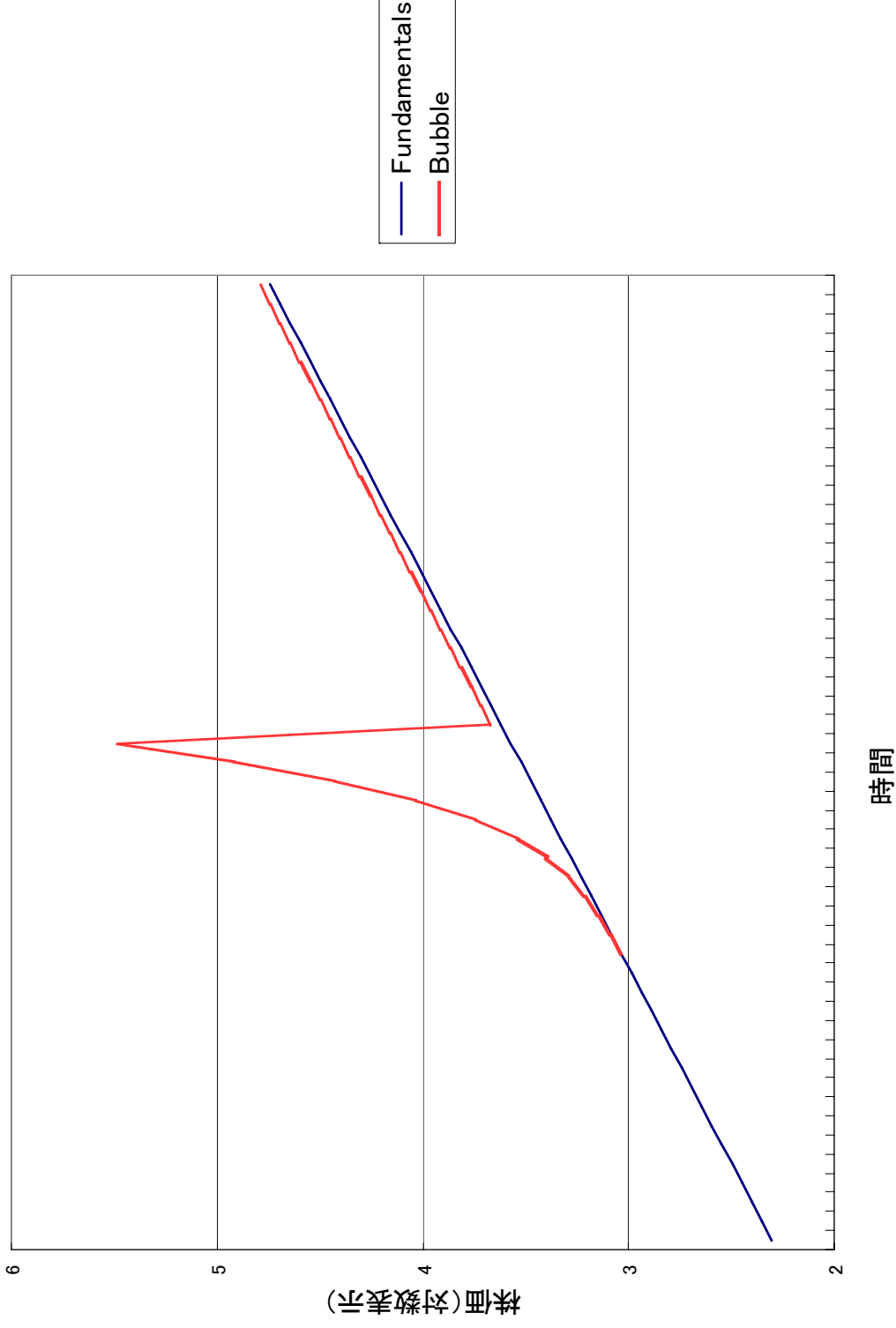
7

2. 株式収益率

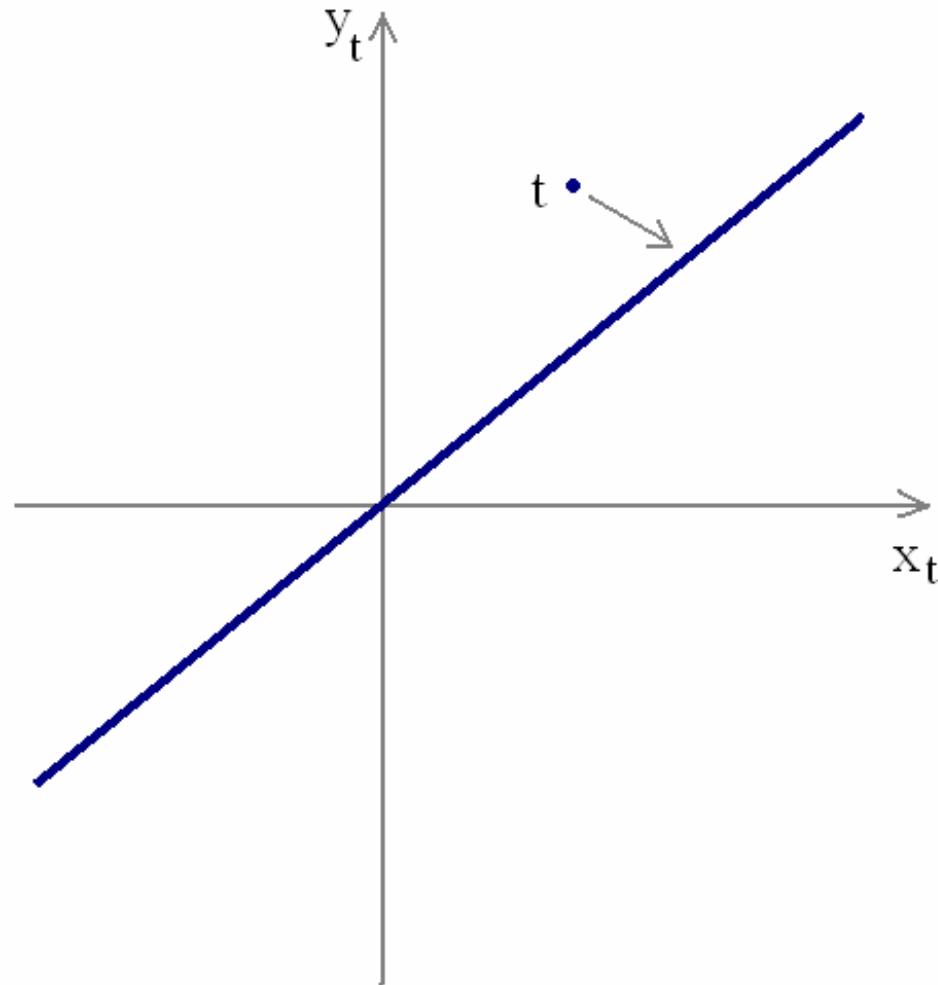
- 暗黙の仮定:
 - 配当は I(1) 過程
 - 株価 = ファンダメンタルズ + 一時的な変動要素
- Cochrane (1994, QJE)
 - 統計的な因果関係: $d_t \rightarrow p_t$
 - 配当を使って、株価の変動の中の恒常的要素を抽出

8

株価のバブルの経路



共和分 (cointegration) 關係



エラー・コレクション・モデル

